



基于空泡球形度修正的 Schnerr-Sauer 空化模型改进

林培锋, 李熙, 漏宇杭, 陈琪

(浙江理工大学复杂流动与流体工程装备全省重点实验室, 杭州 310018)

摘要: 针对原始 Schnerr-Sauer 空化模型球形气泡假设与实际流动中气泡变形存在的显著差异, 通过大涡模拟方法分析气泡在绕流流场中的变形特性, 建立了耦合球形度与压力相关量的修正空化模型。然后基于修正的空化模型和 Schnerr-Sauer 空化模型, 对三维 NACA66 水翼非定常空化流动进行数值模拟, 以分析空化数为 1.25 条件下的空泡分布规律和水动力性能特征。结果表明: 修正的空化模型提升了空化流动预测精度, 能够预测更加广泛的空泡区域和更长的附着空腔, 且与实验观测结果更为吻合; 修正模型对空腔脱落频率的预测精度提升了 9.41%, 且对瞬时压力脉动幅值的预测精度提升了约 28.00%。该研究结果可为非定常空化流动机理研究及相关工程应用研究提供一定的参考。

关键词: 气泡球形度; 空化; 空化模型; NACA66 翼型; 数值模拟

中图分类号: TK01

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851(2025)09-0731-11

引文格式: 林培锋, 李熙, 漏宇杭, 等. 基于空泡球形度修正的 Schnerr-Sauer 空化模型改进[J]. 浙江理工大学学报(自然科学), 2025, 53(5): 731-741.

Reference Format: LIN Peifeng, LI Xi, LOU Yuhang, et al. Improvement of Schnerr-Sauer cavitation model based on correction of bubble sphericity[J]. Journal of Zhejiang Sci-Tech University, 2025, 53(5): 731-741.

Improvement of Schnerr-Sauer cavitation model based on correction of bubble sphericity

LIN Peifeng, LI Xi, LOU Yuhang, CHEN Qi

(Zhejiang Key Laboratory of Multiflow and Fluid Machinery, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To address the significant discrepancy between the spherical bubble assumption in the original Schnerr-Sauer cavitation model and actual bubble deformation in flow, this study developed a modified cavitation model coupling sphericity with pressure-related quantities through large eddy simulation method analysis of bubble deformation characteristics in flow fields. Numerical simulations of unsteady cavitating flow around a 3D NACA66 hydrofoil were conducted using both the modified model and the original Schnerr-Sauer model at a cavitation number of 1.25, obtaining bubble distribution patterns and hydrodynamic characteristics. The results demonstrate that the modified model significantly improves cavitation flow prediction accuracy: it captures more extensive cavity regions and longer attached cavities that better match experimental observations; improves prediction accuracy of cavity shedding by 9.41%; and enhances the prediction accuracy of instantaneous pressure fluctuation amplitude by approximately 28.00%. The study results provide certain reference for advancing the understanding of unsteady cavitation flow mechanisms and related engineering applications.

Key words: bubble sphericity; cavitation; cavitation model; NACA66 hydrofoil; numerical simulation

0 引言

空化是一种普遍存在于水力机械中的自然物理相变现象。例如,在给排水系统中的泵、透平等旋转机械中,由于叶轮区的水流呈高速流态,叶轮区局部压力可能降至饱和蒸汽压以下,从而引发空化现象。宏观尺度的空化现象往往表现为大量空化气泡的凝聚,这些气泡的溃灭会造成水力设备效率降低^[1]、过流固件空蚀损伤^[2]以及诱发异常振动噪声^[3]等问题。因此,深入研究空化机理对于在工程实践中更好地理解和控制空化气液两相流具有一定意义。

数值模拟作为一种高效且可靠的研究手段,已成为研究空化机理的重要方法。许龙等^[4]通过求解球形空泡非线性振动方程,研究了不同频率和声压下三角波与正弦波驱动对球形空泡振动的影响,发现三角波驱动下空泡更易进入混沌状态,该研究扩展了超声空化的频率适用范围。孙佳等^[5]结合基于球形气泡假设的 Rayleigh-Plesset 模型和 COMSOL 仿真技术,探究了不同波形驱动压力下空化气泡的动力学特性,发现在正弦压力波驱动下的空泡生长稳定性最佳且内压最大,方波驱动压力下空泡动能变化最强但响应有所延迟,该研究为超声空化设备波形优化提供了理论依据。Li 等^[6]基于球形空泡动力学方程提出了考虑热效应的空化模型,并将该模型应用于隔膜泵中有机工质 R245fa 的非定常空化流动模拟,结果表明该模型能准确生成泵平均流量随有效净正吸入压头变化的特征曲线。Zheng 等^[7]基于球形气泡假设的 Rayleigh-Plesset 方程提出了考虑特征原子核尺寸和空化核特征表面速度影响的不连续空化模型,并利用该模型对 NACA0015 水翼空化流场进行数值模拟,发现改进模型不仅成功捕捉到了云空化表面的厚涡层结构,而且也适用于超空化工况下的极端流动条件。上述关于空化模型的研究都是基于球形空泡假设展开的,且当前的空化数值模拟研究普遍采用球形空泡假设^[8],这主要是因为非球形气泡动力学模型具有较高的数学复杂性^[9],且其数值方法耦合难度大。然而,实验研究表明,空化气泡具有显著的非球形特性^[10],因此有必要对现有数值模型进行非球形效应修正。目前仅有少量文献探讨了定常声空化流场中空泡的非球形特性对流动行为的影响^[11],而关于非定常绕流流场中空泡形变对流动特性的影响研究较为罕见。鉴于此,研究非球形空泡在绕流流场中的动力行为,有利于提高现有空化两相流数值算法的

精度,具有较好的工程应用背景及研究价值。

Schnerr-Sauer 空化模型(SS 模型)这类基于质量输运方程的空化模型也是由球形空泡假设推导而来的。此类模型在一些特定条件下不适用,学者往往通过修改传质源项来优化模型。例如,Huang 等^[12]利用神经网络对传质源项进行了修改,提出了物理信息驱动的新空化模型,并对水下爆炸过程中潜艇附近三维空化现象进行模拟,成功模拟出三维空间中由空化引起的压缩激波、膨胀稀疏波,研究结果对潜艇结构优化具有重要意义。项乐等^[13]在 Singhal 模型的传质源项中加入热效应项,从而提出了一种修正模型,并对 3 种温度下诱导轮液氧空化流动进行仿真研究,正确模拟出了诱导轮应热效应导致空化范围减小、扬程断裂延缓的现象。鉴于传质源项在空化模型中能够体现多种物理机理,本文通过修改传质源项对 SS 模型进行球形度修正。

为提高原始 SS 模型的预测精度,本文利用大涡模拟方法对绕流运动条件下的气泡动力学行为与形变特性展开系统分析,在此基础上建立基于压力相关量(压力梯度)的气泡球形度量化函数。然后,利用该函数在原始 SS 模型的传质源项中引入动态修正项,建立基于空泡球形度修正的空化模型。为了验证修正模型的有效性,对 NACA66 水翼开展非定常空化流动数值模拟研究,获取修正模型与原始 SS 模型的预测结果,并将预测结果与文献中的实验结果进行对比,重点考察空泡脱落频率、瞬态空腔形态演化规律以及壁面压力脉动等水动力特征参数的预测精度提升效果,为提升空化数值模拟精度和优化水力机械空蚀防护设计提供一定的参考。

1 数值算法和网格划分

1.1 数值算法

1.1.1 控制方程组

由于本文考虑了流体的可压缩效应,并基于介质常温的假设,需要引入能量方程来考量介质物性的变化。因此,本文所涉及的控制方程组由连续性方程、动量方程和能量方程共同构成。

a) 连续性方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

其中: ρ_m 为混合相的密度, $\rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k$, α_k 是第 k 相的体积分, ρ_k 是第 k 相的密度; \mathbf{v} 是过滤后的速度; t 是物理时间。

b) 动量方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot [(\mu_m + \mu_t)(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)] + \rho_m \mathbf{g} \quad (2)$$

其中: P 是当地压力; μ_m 和 μ_t 表示分子黏度和湍流黏度; \mathbf{g} 是重力加速度。

c) 能量方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_k (\alpha_k \rho_k E_k) + \nabla \cdot \sum_k (\alpha_k \mathbf{v}_k (\rho_k E_k + P)) = \nabla \cdot (k_{\text{eff}} \nabla T - \sum_k \sum_j h_{j,k} \mathbf{J}_{j,k} + (\tau_{\text{eff}} \cdot \mathbf{v})) \quad (3)$$

其中: E_k 是第 k 相的热力学能; \mathbf{v}_k 是第 k 相过滤后的速度; k_{eff} 为有效导热率, $k_{\text{eff}} = \sum \alpha_k (k_k + k_t)$, k_t 为湍流导热率; T 是温度; $h_{j,k}$ 是第 k 相中物质 j 的焓; $\mathbf{J}_{j,k}$ 是第 k 相中物质 j 的扩散通量; τ_{eff} 是有效切应力。

1.1.2 亚格子模型

为了补偿有限体积法离散化引起的信息缺失,需要利用湍流模型获得湍流信息。大涡模拟方法在预测非稳定流场细节方面表现出色^[14],该方法能够更精准地捕捉压力脉动等瞬态特性,但其对网格分辨率的要求更高,所需的计算资源更多。由于本文采用的水翼流场计算域模型尺寸较小且结构简单,在网格数量较少的情况下也能获得良好的网格分辨率,因此本文采用大涡模拟方法中的 Wall-Adapting Local Eddy-viscosity 亚格子模型,对方程(2)中右端中间项的“亚格子应力”的湍流黏度进行建模:

$$\mu_t = \rho_m l_{\text{sgs}}^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{3}{2}}}{(S_{ij} S_{ij})^{\frac{5}{2}} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{5}{4}}} \quad (4)$$

其中: l_{sgs} 是亚格子尺度; S_{ij} 和 S_{ij}^d 分别应变率张量及其偏部分,下标 i 和 j 可分别取值为 1、2、3,表示笛卡尔坐标系中的 x 、 y 、 z 方向的分量。 S_{ij} 和 S_{ij}^d 分别按式(5)和式(6)计算:

$$S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (5)$$

$$S_{ij}^d = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{3} \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 \quad (6)$$

其中: u 表示笛卡尔速度分量; x 表示笛卡尔空间分量; δ_{ij} 是克罗内克符号,下标 i 、 j 和 k 可分别取值为 1、2、3,表示笛卡尔坐标系中的 x 、 y 、 z 方向的分量。亚格子尺度 l_{sgs} 表达式为:

$$l_{\text{sgs}} = \min(Kd, C_{\text{WALE}} V_{\text{cell}}^{\frac{1}{3}}) \quad (7)$$

其中: K 是常数,值为 0.41; d 是距离壁面的距离;

C_{WALE} 是亚格子系数,值为 0.325; V_{cell} 是网格体积。

1.1.3 多相流模型

由于本文是针对气液两相流进行模拟研究,所以控制方程(1)–(3)中的混合相密度 ρ_m 还未封闭,因此本文采用 VOF (Volume of Fluid) 模型^[15] 对其进行封闭。该模型的特点是基于多相混合理论,采用体积分数法表征相间界面动力学特性,其中气相体积分数 α_v 可以通过气相的连续性方程求解:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_v \rho_v) + \nabla \cdot (\alpha_v \rho_v \mathbf{v}) = 0 \quad (8)$$

混合相密度通过插值方法获取:

$$\rho_m = \alpha_v \rho_v + (1 - \alpha_v) \rho_l \quad (9)$$

其中: ρ_v 和 ρ_l 分别表示气相和液相的密度。

由于本文考虑了可压缩效应,因此气相密度 ρ_v 将通过理想气体状态方程表征为压力 P 和温度 T 的函数^[16]:

$$\rho_v = \frac{P}{RT} \quad (10)$$

其中: R 为气体常数,取值 461.6。液相密度 ρ_l 则根据 Tait 状态方程计算,即:

$$\frac{P+B}{P_v+B} = \left(\frac{\rho_l}{\rho_{l,\text{sat}}} \right)^n \quad (11)$$

其中:各参数取温度为 20 °C 时的参数值: P_v 为饱和蒸汽压,取值 2338 Pa; B 为常数,取值 331 MPa; $\rho_{l,\text{sat}}$ 为饱和密度,取值 998.2 kg/m³; n 为常数,取值 7.15。

1.2 网格划分

首先,本文分析了水翼前缘区域释放的单气泡在受到流动分离干扰后的运动演化过程,进一步研究了绕流气泡受到局部湍流作用造成的形变特性,并在此基础上提出了基于空泡球形度修正的空化模型。然后,为验证修正模型的正确性和有效性,本文利用该修正模型进行了水翼空化流动的数值模拟。以上非空化流动和空化流动数值模拟均选择三维 NACA66 水翼作为绕流对象,其计算域尺寸及边界条件如图 1 所示,计算域的结构及尺寸均参考文献[17],以确保模拟结果的准确性和可靠性。计算域边界及水翼壁面,均设置为无滑移壁面条件。入口是恒定速度为 5.33 m/s 的速度入口条件。水翼弦长 $C=0.15$ m,水翼展向宽度为 $2C$,攻角为 6°;为保证流动的充分发展,水翼前端与进口的距离设置为 $2.5C$,水翼尾端与出口的距离设置为 $6.5C$ 。

当流向方向与网格方向一致时,六面体网格具有较高的计算精度优势,因此本文选择对全流域使

用六面体结构网格进行划分,并对水翼壁面的边界层区域进行加密处理,结果如图2(a)所示。为了平衡计算精度和计算成本,需要进行网格无关性分析,本文设置了粗网格、中等网格、细网格、精细网格4套不同网格数的网格方案进行验证。网格数量通过改变图2所示的边界层加密节点数 n_1 、展向节点数 n_2 和流向节点数 n_3 来控制,4套网格方案的网格数量

分别为62万、127万、297万个和350万个。用0.5 s内的时均升力系数 C_L 作为参考标准,其定义为:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho_m v_{in}^2 S} \quad (12)$$

其中: L 为升力,方向与来流速度方向垂直; v_{in} 为入口速度; S 为展向截面的参考面积。

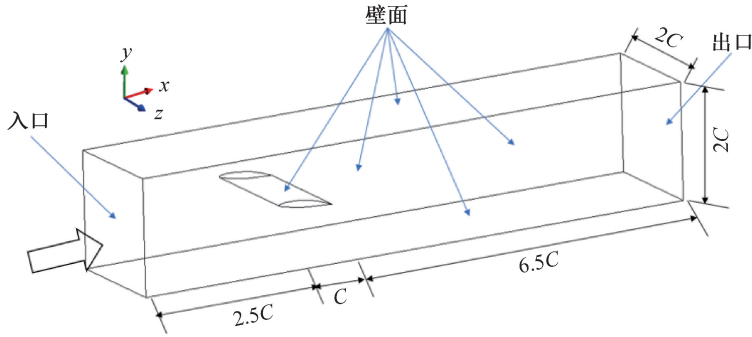


图1 计算域尺寸及边界条件示意图

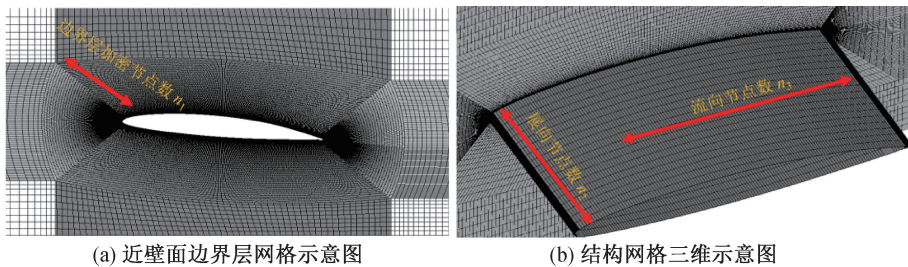


图2 近壁面边界层网格和三维结构网格示意图

表1给出了不同网格数下计算得到的时均水翼升力系数,结果表明:当网格数从297万个增至350万个时,升力系数的计算精度提升幅度小于1.25%。这表明,继续加密网格对于计算精度的提升效果已较为有限,故采用网格数为297万的网格方案开展后续数值计算。

表1 不同网格数下的水翼升力系数

网格类型	网格数/ 万个	数值模拟 数据	实验 数据 ^[17]	相对 误差/%
粗网格	67	0.78	0.88	11.36
中等网格	127	0.79	0.88	10.23
细网格	297	0.85	0.88	3.41
精细网格	350	0.86	0.88	2.27

2 空化模型球形度修正

为了探究绕流空化气泡球形度的演变规律,本文首先进行了两组具有不同初始高度的气泡绕流模拟试验,并在无空化的工况下利用VOF模型捕捉气液交界面,根据交界面轮廓确定气泡球形度;然

后,结合流场信息对气泡球形度进行分析,提出了一种基于局部流场参数的气泡球形度量化函数;最后,从空泡体积变化率的角度出发,利用该函数对SS模型进行了球形度修正,以提升模型的预测精度。

2.1 水翼绕流流场气泡形变特性

中截面处气泡位置示意图如图3所示,两个具有不同初始位置的气泡均设置于水翼前缘中截面处。两个气泡距水翼尾端的水平距离均为0.1000 m,而气泡1和气泡2的初始垂直高度则分别设置为距水翼尾端0.0250 m和0.0215 m。此外,两个气泡初始均为半径等于0.0030 m的球体。

图4展示了在气泡1工况下气相体积分数为0.1的等值面。由图4可以看出:气泡在从水翼前端运动至尾流区域的过程中,其形态逐渐由初始的球形沿流动方向拉长,进而转变为细长的椭球形状。图5(a)展示了气泡1工况中,不同时刻下中截面的气相体积分数云图,在 $t=0.0020$ s至 $t=0.0160$ s的时间演化过程中,气泡受到流向拉伸效应的影响显著,形态逐渐趋于扁平化。图5(b)则提供了三维

气相体积分数为 0.1 的等值面的俯视视角,可以发现气泡在拉伸过程中其展向宽度也逐渐变小,因此可以将气泡的形状演化过程近似地视为由球体向细长椭球体的转变过程。图 6 与图 5 相对应,展示了

气泡 2 工况下的模拟结果。对比图 6 和图 5 发现,气泡 2 椭球化后的厚度和展向宽度略高于气泡 1,这表明壁面对气泡球形度具有微弱的维持作用,但其形变规律同样是从球形演变为椭球形。

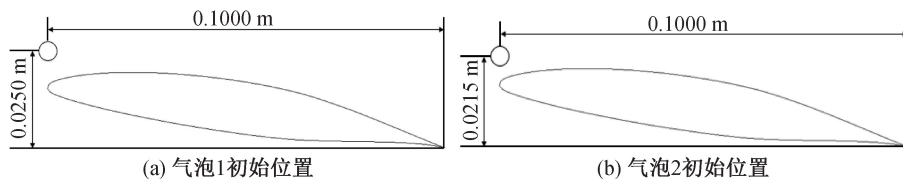


图 3 中截面处气泡位置示意图

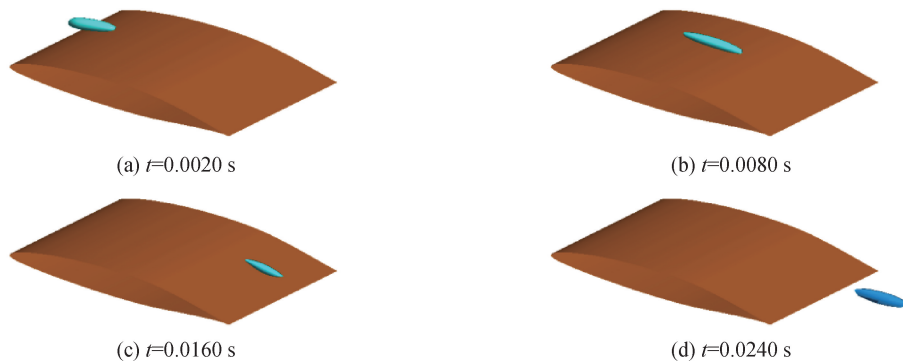


图 4 气相体积分数为 0.1 的等值面

为研究流场变量对气泡在运动过程中的轨迹和形状变化的具体影响,图 5(c)和图 6(c)分别展示了两种工况下不同时刻中截面的压力云图。通过深入分析气相分布与流场压力之间的时空演变规律,发现气泡的形变和运动始终受到流场压力的明显制约:受逆压梯度的影响,气泡的运动轨迹

从前缘的低压区向尾缘的高压区逆流而行。此外,两个工况下的压力云图分布相似度较高,这表明单个气泡的动力行为对流场产生的扰动并不明显,因此气泡自身的动力行为对流场的干扰可以忽略不计,仅需重点考虑流场对气泡动力学特性的单向耦合效应。

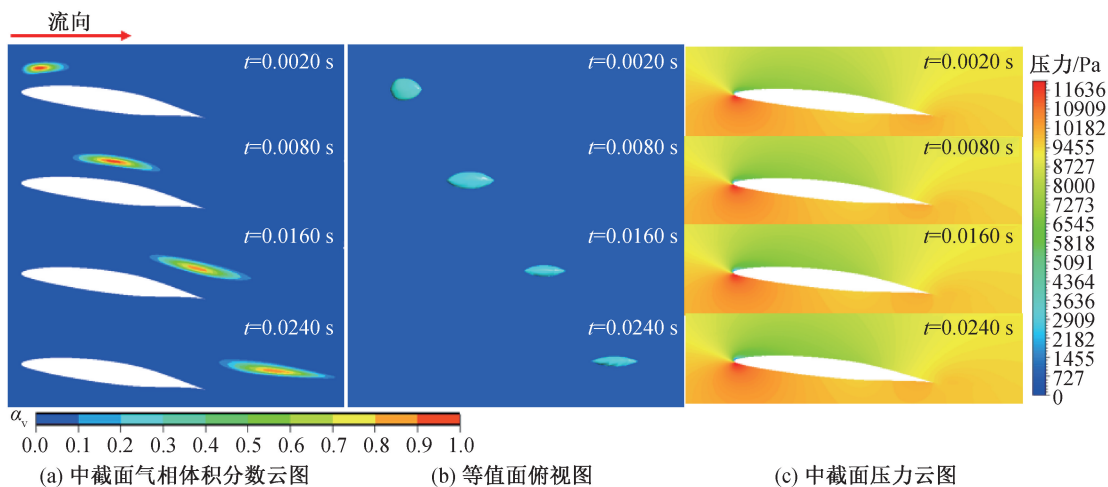


图 5 气泡 1 在不同时刻的中截面气相体积分数、气相体积分数等值面(俯视)及压力云图

2.2 球形度及修正模型推导

由前文分析可知,绕流过程中气泡形态可近似为如图 7 所示的椭球体,其中: a 为长轴长度, b 和 c 为两个短轴的长度,且近似认为 $b=c$ 。球形度 δ 可

定义为短轴长度 b 与长轴长度 a 的比值^[18]:

$$\delta = \frac{b}{a} \tag{13}$$

球形度 δ 反映了气泡形状的非球形程度。具体

而言,当 δ 值为1时,气泡呈完美球形;随着 δ 值的减小,气泡的形状逐渐偏离球形,变得更加扁平 and 细长。获得模拟结果后,根据截面气相体积

分数等值线(如图5(a)所示)确定气泡轮廓,然后利用图像处理软件 Imagemeter 即可获得 a 和 b 的数值。

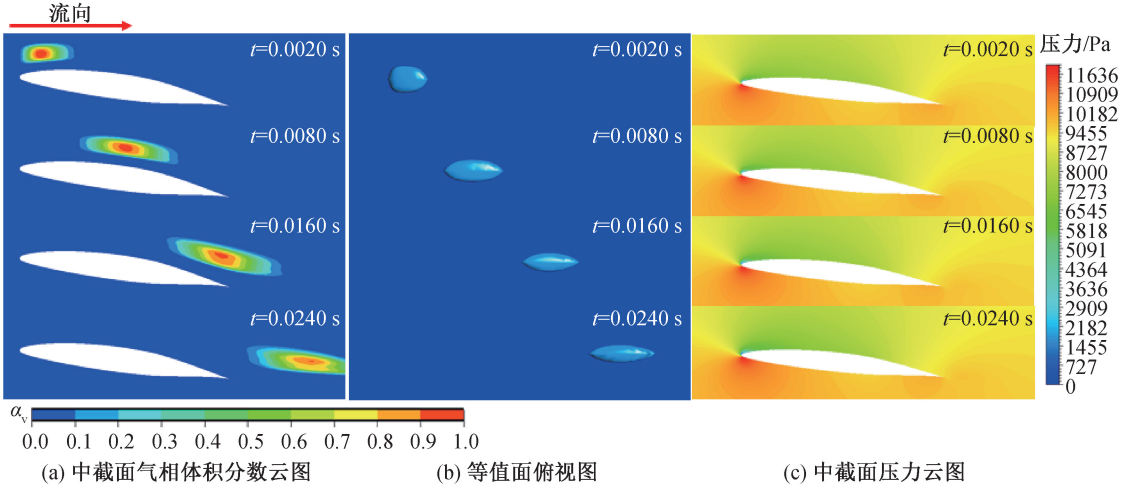


图6 气泡2在不同时刻的中截面气相体积分数、气相体积分数等值面(俯视)及压力云图

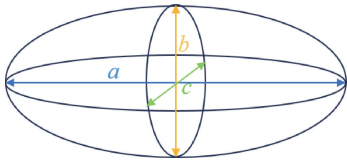


图7 椭圆结构示意图

图8(a)展示了气泡在运动过程中球形度的变化趋势:在气泡运动的初期阶段,球形度迅速且单调地下降,在 $t=0.0140$ s时,出现了回弹现象,然后在 $t=0.0190$ s时,再次呈现单调递减的趋势。这一回弹现象归因于气泡在 $t=0.0140$ s时刻受到了涡结构的影响,特别是涡结构的剪切效应^[19],该效应抑制了气泡形态扁平化的趋势,使其球形度回弹。图8(a)还给出了对应的气泡中心压力的变化趋势,通过对比分析发现,气泡球形度与压力的变化规律具有一定对应关系,这表明压力和气泡球形度存在强关联性。此外,由图5和图6可知,当时间达到 $t=0.0160$ s之后,气泡离开了水翼表面,从水翼绕流区进入了尾流区,考虑到空化现象主要发生在水翼绕流区,本文主要聚焦于如图8(a)所示的水翼绕流区中的气泡球形度和相关流场参量。根据局部受力分析可知,当气液交界处达到力学平衡时,气泡界面的局部曲率半径与压力之间存在特定关系:

$$R_{\text{local}} = \frac{2\gamma}{P_v + P_g - P} \quad (14)$$

其中: R_{local} 为气泡壁面的曲率半径; γ 为表面张力系数; P_v 为饱和蒸汽压; P_g 为气泡内不可凝结气体

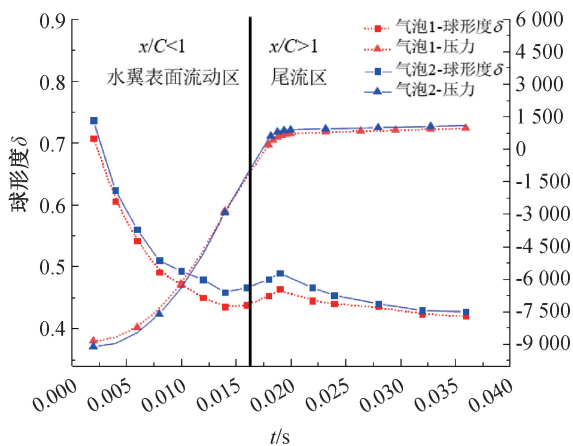
的分压。鉴于不可凝结气体的分压较小, P_g 可忽略不计,且 P_v 为常数,因此可将气泡内的总压($P_v + P_g$)视为常数。在此条件下,局部曲率半径仅受局部压力控制。当气泡尺寸较小时,可近似认为当地压力 P 等于气泡的中心压力。此时,局部压力差会导致气泡不同位置的曲率半径产生差异,进而改变气泡的球形度。这种追踪气泡运动过程中获得的压力变化可以用压力梯度表征。鉴于球形度是一个无量纲参数,本文引入无量纲数 P_G ,以表征气泡形态变化与流场压力之间的关系:

$$P_G = \frac{DP}{Dt} \cdot \frac{C}{v_{\text{in}} P_{\infty}} \quad (15)$$

其中: P 为当地压力; P_{∞} 为远场压力; C 为弦长。在进行类似的水翼绕流空化流场模拟中,一般存在一个压力梯度占优的主流方向,且沿主流的瞬态特性并不显著,因此物质导数可用沿此主流方向中速度与压力梯度的乘积来近似,即 $v_{\text{mainflow}} \partial P / \partial x$,压力的物质导数可近似表示为: $DP/Dt \approx v_{\text{mainflow}} \partial P / \partial x$ 。在本文中,鉴于水翼流场的流动特性,主流方向(x 方向)上的速度 $v_{\text{mainflow}} = v_x$ 与压力梯度 $\partial P / \partial x$ 的乘积在量级上要大于另外两个方向的分量,进一步考虑到气泡绕流过程中的时间平均流向速度与进口速度基本相当,即 $v_x \approx v_{\text{in}}$,故压力的物质导数的迁移项可近似为 $v_{\text{in}} \partial P / \partial x$,因此本文近似认为 $DP/Dt \approx v_{\text{in}} \partial P / \partial x$ 。根据图8中的对应关系可建立球形度与无量纲压力梯度 P_G 之间的函数关系式,进而得到球形度的表达式:

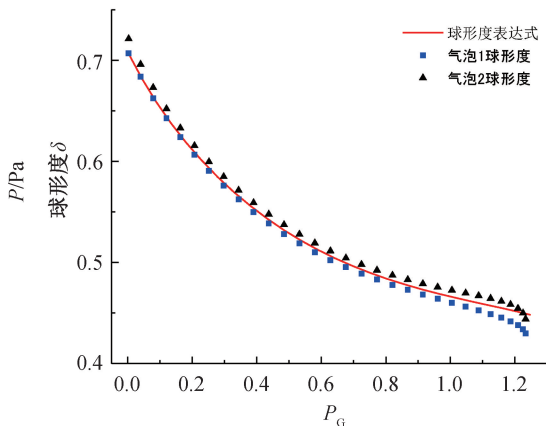
$$\delta = C_1 P_G e^{C_2 P_G} + C_3 \quad (16)$$

其中: C_1 、 C_2 和 C_3 是拟合经验常数, 分别等于 -0.1010 、 -0.1530 和 1.000 。在数值模拟计算中, 球形度 δ 的数值可以基于流场压力梯度由式(16)自动计算获得。为验证球形度表达式的合理性, 图 8



(a) 气泡球形度与中心压力变化曲线

(b)对比了由球形度表达式(式(16))计算得到的球形度和由气泡跟踪获得的球形度, 可以发现由表达式计算得到的球形度与追踪记录的气泡球形度的偏差率为 $0.05\% \sim 4.30\%$, 这表明球形度表达式具有较好的精度。



(b) 球形度表达式计算值与模拟值

图 8 气泡球形度与中心压力变化曲线和球形度表达式计算值与模拟值

原始 SS 模型是基于质量输运方程推导而来的, 此类模型的体积变化由水体蒸发的水蒸汽填充或由水蒸汽凝结释放的空间所致^[8]。基于此, 传质模型可用式(17)表示:

$$\dot{m} = \pm \rho_v \frac{dV_b}{dt} \quad (17)$$

考虑非球形变形的气泡体积 V_b 可以根据椭球体积计算公式获得:

$$V_b = 4/3\pi abc \quad (18)$$

其中: a 、 b 和 c 分别表示椭球结构在 x 、 y 和 z 三个方向的轴长。球形的当量体积 V_s 则可通过当量直径 $d = (a + b + c)/3$ 换算得到。因为近似认为 $b = c$, 所以椭球体积和球形体积可表示为:

$$\begin{cases} V_b = 4/3\pi ab^2, \\ V_s = 4/3\pi \left(\frac{a+2b}{3}\right)^3 \end{cases} \quad (19)$$

代入球形度 $\delta = \frac{b}{a}$ 可得:

$$\begin{cases} V_b = 4/3\pi\delta^2 a^3, \\ V_s = 4/3\pi \left(\frac{1+2\delta}{3}\right)^3 a^3 \end{cases} \quad (20)$$

$$V_b = \frac{27\delta^2}{(1+2\delta)^3} V_s = \frac{27\delta^2}{(1+2\delta)^3} \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) \quad (21)$$

其中: R 是在球形假设下球形空泡的半径。利用式(21)可将传质模型式(17)修正为:

$$\begin{aligned} \dot{m} = \pm \rho_v \frac{d}{dt} \left(\frac{27\delta^2}{(1+2\delta)^3} \frac{4}{3}\pi R^3 \right) = \\ \pm 4\pi\rho_v \frac{27\delta^2}{(1+2\delta)^3} R^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|P_v - P|}{\rho_1}} \end{aligned} \quad (22)$$

考虑到 δ 的物理含义和数值求解的稳定性, 限制 $|\delta| \leq 1$; 然后, 利用式(22)考虑球形度修正效应的传质模型对原始 SS 模型的传质源项进行修正, 即可得到修正后的空化模型:

$$\begin{cases} \dot{m}^+ = \frac{27\delta^2}{(1+2\delta)^3} \frac{\rho_v \rho_1}{\rho_m} \alpha_v (1 - \alpha_v) \frac{3}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_1}}, \\ P_v \geq P_\infty; \\ \dot{m}^- = \frac{27\delta^2}{(1+2\delta)^3} \frac{\rho_v \rho_1}{\rho_m} \alpha_v (1 - \alpha_v) \frac{3}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_1}}, \\ P_v < P_\infty \end{cases} \quad (23)$$

3 模拟结果与讨论

为了评估基于球形度修正的空化模型的预测精度提升效果, 本文分别采用修正模型和 SS 模型对 NACA66 水翼非定常空化流动展开数值模拟研究, 得到了在云空化(空化数 $\sigma = 1.25$)条件下翼型吸力面上的空穴形态(空泡体积和空腔长度)及水动力性能系数变化规律; 然后, 将模拟结果与文献[17]中的实验结果进行对比, 以验证了球形度修正的优化效果。空化模拟工况边界条件与实验保持一致, 通过

调整出口压力控制空化数。分别定义空化数 σ 和空泡总体积 V_c 为:

$$\sigma = \frac{P_\infty - P_v}{0.5\rho_l v_{in}^2} \quad (24)$$

$$V_c = \sum_{i=1}^N \alpha_i V_i \quad (25)$$

其中: N 为网格单元总数; α_i 是控制单位体积内的气相体积分数; V_i 是一个网格的体积。

3.1 云空化周期性特性分析

图 9 展示了两种模型在 4 个不同时刻下模拟得到的气相体积分数分布云图和实验观测图, 图中 T 为空腔演变周期。对比两个空化模型的模拟结果可知, 修正模型预测的附着空腔生长速度和长度均高于 SS 模型。实验文献[17]指出, 最大附着空腔长

度的范围是 $0.70C \sim 0.80C$; 相比之下, SS 模型过早地预测了空腔的断裂, 其预测的最长空腔长度约为 $0.55C$ 。通过对比图 9(b) 和图 9(c) 中由两个模型在 12.5% 与 37.5% 周期时预测的气相体积分数云图可以看出, 修正模型预测的空腔长度增长速度大于 SS 模型, 这在一定程度上修正了 SS 模型预测的附着空腔过早断裂的缺陷, 其预测的最大空腔长度约为 $0.78C$ 。对比图 9(b) 和图 9(c) 中由两个模型在 62.5% 周期时预测的气相体积分数云图可以发现, 修正模型预测的脱落空泡团体积明显大于 SS 模型的预测结果, 且与实验拍摄结果更为吻合。另外, 图 10(a) 中的空泡总体积时间变化曲线也表明, 修正模型模拟得到的空泡体积显著大于 SS 模型, 约是 SS 模型预测的总体积的 1.5 倍。

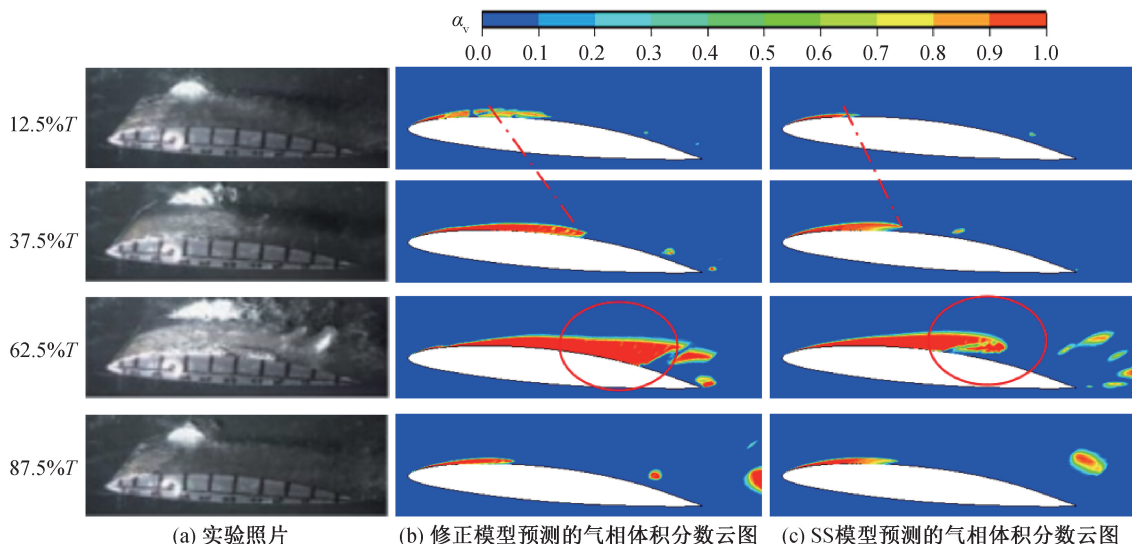


图 9 实验照片与数值模拟所得气相体积分数云图

以上结果表明, 球形度修正使得修正模型能够预测更广泛的空泡分布范围。由式(23)可知, 修正模型中的球形度修正项会降低蒸发和冷凝速率, 且修正效果随球形度减小而增强。图 8(a) 显示: 水翼绕流场中的空泡球形度沿流向逐渐减小, 表明修正效果逐渐增强, 这说明球形度修正主要作用于水翼尾缘区域。由于该区域主要发生气相冷凝过程, 因此球形度修正主要效果是降低了总体的冷凝速率, 导致空腔断裂后的空泡团体积大于 SS 模型的预测结果。由图 10 可知, 两个模型均能捕捉空化流动的周期性特征, 但存在差异。图 10(b) 的结果显示, SS 模型预测的升力系数波动幅值大于修正模型。这可能是由于 SS 模型过早地预测了空腔的断裂, 导致产生了过多的不合理的压力波动; 而修正模型通过球形度修正有效改善了数值稳定性, 使计算

结果更符合实际物理过程。

水翼空化流动中升力系数的周期性变化直接反映了空腔演变的动力学特征, 其主频率可作为空腔脱落频率的特征指标。图 11 对比了两种模型的升力系数频谱特性, 从图中可以发现: 修正模型预测的主要频率为 $f = 3.940$ Hz, SS 模型预测的主要频率为 $f = 4.280$ Hz, 与实验值 ($f = 3.625$ Hz) 相比, 两个模型的预测结果分别存在 8.69% 与 18.10% 的相对误差。这表明, 虽然两种模型均能捕捉空化流动的周期性特征, 但修正模型预测空腔脱落频率的精度提高了约 9.41%, 而 SS 模型预测的空腔脱落频率较实验值偏高。这归因于修正模型适当地降低了冷凝速率, 不仅更准确地预测了空腔长度, 也使脱落频率的计算结果与实验值更为一致。模拟预测的空腔脱落周期较实验更短, 这一差异可能由多重因素引

起;实验中,所用液体水可能含有杂质,导致空化核数量增多,局部空化更易发生,产生的气体量也相应增加;实验水洞的高度较低(仅为弦长的 1.28 倍),这可能在实验过程中造成短时间的阻塞效应,延长了空泡的驻留时间,进而使得空腔的演变周期变长。相比之下,数值模拟中空化核数密度恒定(10^{11} 个/单位体

积)且均匀分布在流场域内,这使得空化过程更为稳定,因此模拟预测的空腔脱落周期较实验略短。

综上所述,SS 模型预测的水翼升力系数偏大、空腔脱落更短,而球形度修正使得修正模型适当地降低了冷凝速率,能够更精准地预测空腔长度和空腔脱落频率。

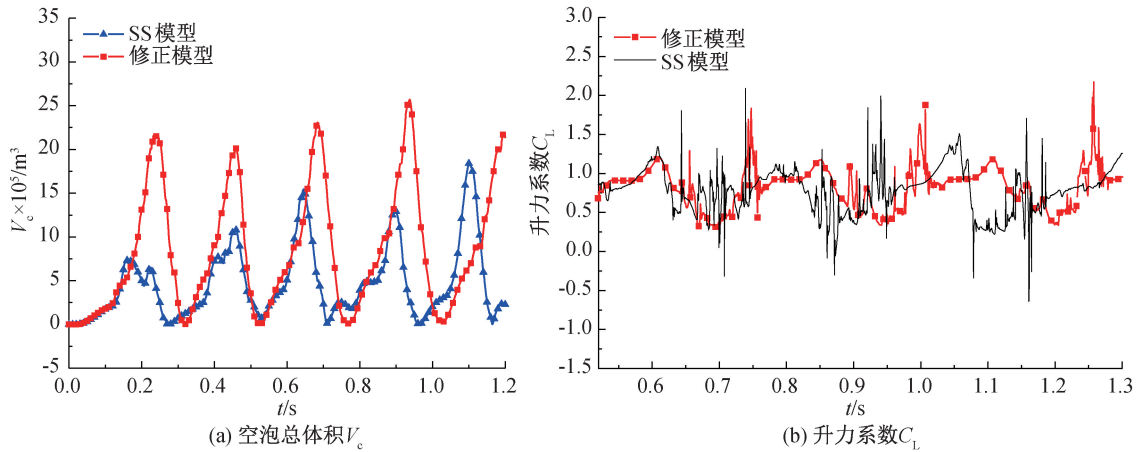


图 10 两种模型模拟得到的空泡总体积 V_c 和升力系数 C_L

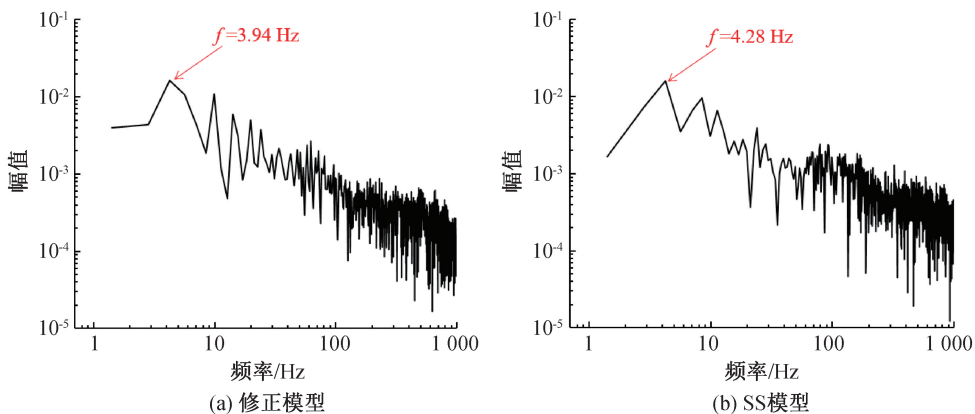


图 11 两种模型计算得到的升力系数对应的幅值频率谱曲线

3.2 压力脉动分析

上述分析表明,修正模型在空泡形态演变和升力系数预测方面较 SS 模型具有一定改进效果,为进一步验证修正模型的空化动态特性预测能力,对空化流动中的压力脉动特征开展系统分析。本文对比了两个模型在吸力面上 $x/C=0.5$ 处(x 为距水翼前端的水平距离)预测的压力脉动特性,压力脉动曲线如图 12 所示。从图 12 中可以看出,修正模型预测的压力脉动要与实验值更为吻合:a) 在时间尺度上,在两个空化演变周期内,SS 模型预测的压力脉动出现了多次的波动,而修正模型的预测结果与实验值相似,均仅出现了两次持续性的压力波动;b) 在幅值精度方面,SS 模型预测的压力幅值显著高于实验值,而修正模型得到的压力幅值较 SS 模

型更小,精度提升了约 28.00%。产生这一差异的原因在于空腔的脱落会对流场产生较大扰动,导致脱落处的压力强度增强。

两个模型预测的压力脉动差异表明,SS 模型在点 $x/C=0.5$ 处预测的空化事件稳定性较差,空腔过早发生断裂;而修正模型通过优化相变过程,更准确地捕捉了空泡脱落引发的流场扰动特性。然而,模拟预测的幅值普遍高于实验值,其原因如下:实验过程中空泡溃灭时液体内部局部速度可以达到声速以上,此时液相、气相的可压缩性影响较大。因此,实验工质的可压缩性使得由空泡溃灭引起的压力波强度降低,压力传感器接受的压力幅值较小,而数值模拟过程中认为液相和气相均为不可压缩介质,从而导致模拟预测的压力幅值较大。

综上所述,两种模型均能再现云空化的周期性特征,但球形度修正模型在空泡形态演化、空泡

脱落频率及压力脉动等关键参数的预测上更具优势。

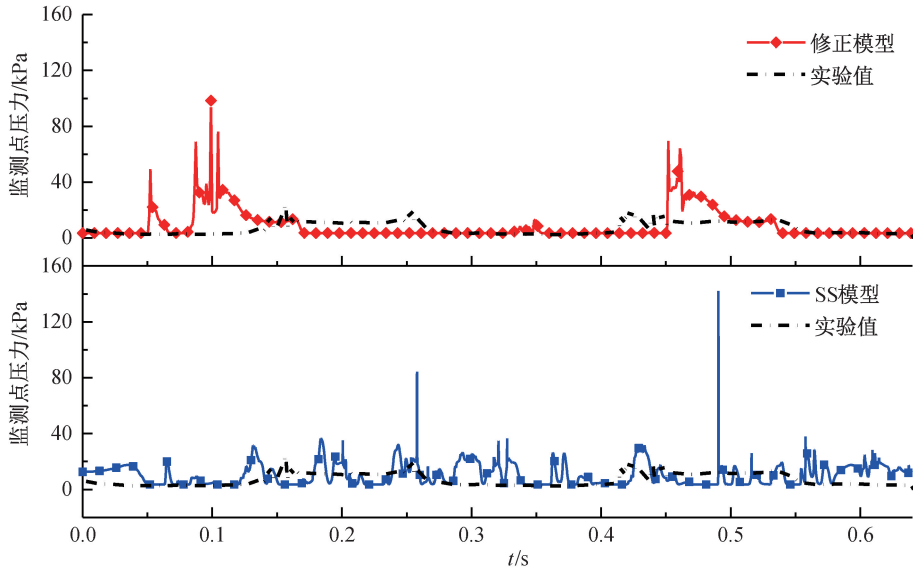


图 12 水翼中截面上吸力面的监测点的压力脉动曲线($x/C=0.5$)

4 结论

本文针对 SS 模型采用了不合理的球形空泡假设的问题,通过气泡绕流形变特性研究提出了基于球形度修正的空化模型,通过三维 NACA66 水翼的非定常空化流动数值模拟验证了修正模型的有效性,并探讨了修正模型在预测空泡分布、形态演变及水动力性能方面的优势,主要结论如下:

a) 相较原始 SS 模型,修正模型预测的附着空腔长度更长。实验测量得到的最长空腔长度为 $0.70C \sim 0.80C$,原始 SS 模型过早预测了附着空腔的断裂,其预测的最长空腔长度仅约为 $0.55C$ 。相比之下,修正模型一定程度上修正了这一缺陷,其预测的最长空腔长度约为 $0.78C$,与实验结果更为接近。

b) 相较原始 SS 模型,修正模型预测的云空穴演化频率更为精确,且数值偏小。实验测量得到空腔脱落频率为 3.625 Hz ,SS 模型预测的脱落频率过快,达到了 4.28 Hz 。相比之下,由于修正模型中的球形度修正项能够利用流场参量(压力梯度)实现局部相比速率的动态调节,导致修正模型能够得到更为准确地空穴演化频率,其值为 3.94 Hz ,将预测误差从 18.10% 降至了 8.69% 。

c) 修正模型能够有效地避免非物理数值振荡的问题,从而能够更为精准地捕捉压力脉动特性。在两个周期内,修正模型模拟与实验测量都只捕捉到两次持续性波动,且预测的压力幅值相对较小,其预

测精度较 SS 模型提高了约 28.00% 。

本文提出的基于球形度修正的空化模型展现出较好的有效性和先进性,可为相关研究提供思路,为相关工程应用提供参考。采用椭球近似的简化处理尚缺少充分的实验验证,有待后续实验验证,并进一步对模型进行调整和优化。

参考文献:

- [1] 郑源,赵雪莹,周文杰,等. 空化诱导的离心泵叶轮区流动特性与压力脉动分析[J]. 农业机械学报, 2024, 55(10): 244-251.
- [2] Qiu N, Xu P, Zhu H, et al. Cavitation morphology and erosion on hydrofoil with slits[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2024, 275: 109345.
- [3] 司国雷,李彬杰,杨润雪,等. 高速叶片泵流场噪声变化特性研究[J]. 机床与液压, 2024, 52(22): 187-192.
- [4] 许龙,刘政,姚昕锐,等. 超声空化泡在不同激励条件下的非线性振动特性[J]. 高校化学工程学报, 2024, 38(5): 735-743.
- [5] 孙佳,杨盛,郭凯旋,等. 单泡超声空化动力学仿真研究[J]. 辽宁石油化工大学学报, 2025, 45(2): 76-82.
- [6] Li W G, Yu Z B, Kadam S. An improved cavitation model with thermodynamic effect and multiple cavitation regimes [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2023, 205: 123854.
- [7] Zheng J, Gu Y Y, Wei Y J, et al. A discontinuous cavitation model (DCM)[J]. Physics of Fluids, 2024, 36(8): 083304.
- [8] 季斌,程怀玉,黄彪,等. 空化水动力学非定常特性研究进展及展望[J]. 力学进展, 2019, 49: 428-479.
- [9] 张阿漫,李世民,李帅,等. 气泡动力学研究进展[J]. 力学学报, 2025, 57(1): 1-16.

- [10] Xiong C W, Wang S Z, Dong Q Q, et al. On the interfacial instabilities of a ventilation cavity induced by gaseous injection into liquid crossflow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2024, 980: A44.
- [11] 刘睿, 黄晨阳, 武耀蓉, 等. 声空化场中球状泡团的结构稳定性分析[J]. *物理学报*, 2024, 73(8): 158-169.
- [12] Huang M S, Yao C B, Wang P, et al. Physics-informed data-driven cavitation model for a specific Mie-Grüneisen equation of state[J]. *Journal of Computational Physics*, 2025, 524: 113703.
- [13] 项乐, 李春乐, 许开富, 等. 诱导轮液氧空化流动特性数值仿真[J]. *火箭推进*, 2024, 50(3): 11-18.
- [14] Pendar M R, Esmailifar E, Roohi E. LES study of unsteady cavitation characteristics of a 3-D hydrofoil with wavy leading edge[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2020, 132: 103415.
- [15] Mei Z K, Cheng X. Modeling of interfacial area for single deformed bubble based on VOF method [J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2022, 395: 111864.
- [16] 汪跃鸣, 孙远翔, 王成. 流体压缩性对气泡 RT 不稳定性的影响[J]. *力学学报*, 2024, 56(12): 3418-3429.
- [17] Leroux J B, Astolfi J A, Billard J Y. An experimental study of unsteady partial cavitation[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 2004, 126(1): 94-101.
- [18] 施炜斌, 龙姗姗, 杨晓钢, 等. 考虑气泡形状及气泡诱导湍流的聚并模型[J]. *过程工程学报*, 2025, 25(2): 169-178.
- [19] 朱兵, 杨朴. 水翼多模态的空化结构演化与空腔溃灭压力的耦合特性[J]. *上海大学学报(自然科学版)*, 2021, 27(4): 611-634.

(责任编辑:康 锋)