



基于广义奇异值分解的加权线性判别 分析织物瑕疵图像分类算法

钟佳莹¹, 吕文涛¹, 陈亮亮², 王成群¹

(1. 浙江理工大学信息学院, 杭州 310018; 2. 浙江经贸职业技术学院应用工程学院, 杭州 310018)

摘要: 为提高织物瑕疵图像分类准确率, 提出了一种基于广义奇异值分解的加权线性判别分析 (Linear discriminant analysis, LDA) 织物瑕疵图像分类算法。首先, 使用加权均值保留瑕疵特征信息, 反映真实数据的分布情况; 然后, 对类间散射矩阵和类内散射矩阵分别添加类间离散权重和类内紧凑权重, 克服了其他织物瑕疵分类算法忽视局部几何信息的问题; 最后, 结合广义奇异值分解, 解决了小样本奇异不可逆的问题, 提升了计算效率。不同织物数据集实验结果表明, 该算法能有效解决 LDA 存在缺乏局部几何信息和小样本高维的问题; 同时相较于其他基于 LDA 的分类算法, 能取得更好的分类准确率, 且分类所需的计算时间具有一定竞争力。

关键词: 线性判别分析; 图像分类; 广义奇异值分解; 局部几何信息; 小样本

中图分类号: TP181

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851 (2022) 05-0313-10

singular value decomposition for fabric defect classification

ZHONG Jiaying¹, LÜ Wentao¹, CHEN Liangliang², WANG Chengqun¹

(1. School of Information Science and Technology, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China; 2. School of Applied Engineering, Zhejiang Institute of Economics and Trade, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To improve the accuracy of fabric defect image classification, a weighted linear discriminant analysis (LDA) algorithm based on generalized singular value decomposition was proposed for fabric defect classification. First, the defect feature information was retained by using the weighted means to reflect the distribution of real data. Then, the inter-class separation weight and intra-class aggregation weight were added into the inter-class scattering matrix and the intra-class scattering matrix, respectively, which tackled with the neglect of local geometric information occurring in other fabric defect classification algorithms. Finally, by combining the generalized singular value decomposition method, the problem of singular irreversibility for small samples was solved and the computational efficiency was improved. The experimental results based on different fabric image datasets demonstrate that the proposed method can effectively solve the lack of local geometric information features and the high-dimensionality of small samples. At the same time, compared with other state-of-the-art LDA-based algorithms, the proposed method has achieved better classification accuracy, and the computational time required for classification is more competitive.

Key words: linear discriminant analysis; image classification; generalized singular value decomposition; local geometric information; small samples

收稿日期: 2022-01-04 网络出版日期: 2022-03-18

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61601410); 浙江省科技厅重点研发计划项目 (2021C01047); 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室联合基金 (2021-KF-21-03, 2021-KF-21-06)

作者简介: 钟佳莹 (1996—), 女, 浙江绍兴人, 硕士研究生, 主要从事图像处理与机器学习方面的研究。

通信作者: 吕文涛, E-mail: alvinlwt@zstu.edu.cn

0 引言

随着图像处理技术的不断发展和纺织产品质量要求的不断提高,织物图像识别在纺织工业中逐渐占据重要地位^[1]。相关图像识别算法可以识别纹理复杂、差异较小的织物瑕疵,因此可靠且精准的织物图像分类技术在纺织工业中具有较强的现实意义。随着 Fisher 准则^[2]的提出,线性判别分析(Linear discriminant analysis, LDA)^[3]被用于特征提取和降维,其核心思想是将图像看作一个空间,在该空间找到一个投影向量或投影空间,对样本进行分类。

LDA 作为一种监督学习方法,具有较好的分类准确率,但由于 LDA 仅关注全局信息,局部信息未能得到充分利用^[4]。因此,近年来越来越多的研究者关注到该问题并提出了一系列改进方法,如局部 Fisher 判别分析(Local fisher discriminant analysis, LFDA)^[5]、加权线性判别分析(Weighted linear discriminant analysis, WLDA)^[6]、局部线性判别分析(Localized linear discriminant analysis, LocLDA)^[7]等。然而,LFDA 采取只关注局部结构,忽略全局结构的方式进行处理;WLDA 则在类间距离上使用权重函数,嵌入类间局部几何信息,但是忽略了类内局部几何信息;LocLDA 考虑了全局和局部几何结构,对参数施加惩罚项以解决奇异问题,将 LDA 和局部保留投影(Locality preserving projection, LPP)^[8]集成在一个统一的框架中,由于在 LPP 中仅使用无监督的局部几何结构信息,忽略了标签信息,这与 LDA 的监督思想不符。

L_2 范数会放大异常值对计算的影响。由于 LDA 的相似性度量方法采用 L_2 范数的平方,离群值在目标函数的计算中容易产生负面影响,所以 LDA 在含有噪声的模式识别中效果不佳。为解决该问题,现有基于 L_1 范数^[9]、 L_p 范数^[10]、 $L_{2,1}$ 范数^[11]的 LDA,能够降低异常值对计算结果的影响,但该类方法都需要通过迭代来求解目标函数,计算过程较为复杂。

同时,LDA 在小样本分类中表现较差,由于类内散射矩阵为奇异不可逆矩阵,无法直接通过求解特征向量来获得投影矩阵^[12]。为此,Shivashankar 等^[13]提出了 PCA-LDA,使得 LDA 在高维数据下可解,但由于 PCA 直接降维容易损失信息。因此,研究者提出了直接线性判别分析(Direct linear discriminant analysis,DLDA)^[14]和零空间线性判别分析(Null space linear discriminant analysis,NLDA)^[15],这两种

算法虽然能够在不损失判别信息的条件下解决小样本分类问题,但计算复杂度随之大幅增加。此外,最大不确定性线性判别分析(Maximum uncertainty linear discriminant analysis,MLDA)^[16]对类内离散度矩阵进行标量化处理,并引入规范化参数,以此来控制特征值的偏差和方差,简单有效地实现了 Fisher 准则最大化,克服类内矩阵的奇异性和不稳定性,但算法性能受参数的影响较大。伪逆线性判别分析(Pseudo-inverse linear discriminant analysis,PI LDA)^[17]简化了空间中的类内散射矩阵,求解常规特征值问题,然而,在简化过程中易造成一些判别信息的损失。

综上所述,标准的 LDA 存在忽视局部信息、放大异常值和小样本高维不可逆等三个问题,很多研究者对此提出改进算法,但这些算法^[5-17]仅解决了部分问题,无法应对更复杂的情况,存在一定的局限性。因此,Li 等^[18]提出了 3E-LDA(Three enhancements to linear discriminant analysis),该算法虽然能够同时优化这三个问题,针对人脸和简单背景的数据集中表现出良好性能,但由于该算法使用中位数取代传统均值,无法反映真实数据的分布情况。在处理织物瑕疵图像数据集时,采用加权中位数容易将瑕疵误认为离群值,从而影响分类结果。

为了进一步完善 LDA,提高 LDA 在织物瑕疵图像分类领域的准确率,本文提出了一种基于广义奇异值分解的加权 LDA(Weighted linear discriminant analysis based on generalized singular value decomposition, GWLDA)织物瑕疵图像分类算法。该算法首先通过重新定义类内散射矩阵和类间散射矩阵,利用加权平均数、类间离散权系数和类内紧凑权系数这 3 个权重信息,在保留全局特征的同时,增加了局部几何信息;然后使用广义奇异值分解(Generalized singular value decomposition, GSVD)^[19-21]来加快计算速度,解决 LDA 存在的小样本高维问题。本文在公开数据集 PFID^[22]和本文课题组采集的破洞织物两种数据集上进行实验,以验证该算法的有效性。

1 LDA 简介

本文中,数据集为 $X = \{(\mathbf{x}_1, y_1), (\mathbf{x}_2, y_2), \dots, (\mathbf{x}_m, y_m)\}$,其中: \mathbf{x}_i 为 n 维向量, m 为样本总数; $y_i \in \{1, 2, \dots, k\}$ 为样本标签, k 为类别数。

LDA 作为一种经典的降维技术,其核心思想就是最大化类间方差、最小化类内方差,将数据投影到新的空间,期望投影后同一种类别数据尽可能聚集,不同类别的数据尽可能远离。LDA 的优化目标为:

$$\max_{\mathbf{W}} \theta(\mathbf{W}) = \frac{\mathbf{W}^T \mathbf{S}_B \mathbf{W}}{\mathbf{W}^T \mathbf{S}_W \mathbf{W}} \quad (1)$$

其中： \mathbf{S}_B 称为类间散射矩阵， \mathbf{S}_W 称为类内散射矩阵，分别定义如下：

$$\mathbf{S}_B = \sum_{j=1}^k N_j (\mathbf{u} - \mathbf{u}_j)^T (\mathbf{u} - \mathbf{u}_j) \quad (2)$$

$$\mathbf{S}_W = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (\mathbf{X}_{j,i} - \mathbf{u}_j)^T (\mathbf{X}_{j,i} - \mathbf{u}_j) \quad (3)$$

其中： $\mathbf{u} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i$ ， $\mathbf{u}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} \mathbf{X}_{j,i}$ ， $\mathbf{X}_{j,i}$ 表示的是第 j 类的第 i 个样本， \mathbf{u} 为样本总体均值， \mathbf{u}_j 为第 j 类的样本均值， N_j 为第 j 类样本的个数。

因为 $\mathbf{W}^T \mathbf{S}_B \mathbf{W}$ 和 $\mathbf{W}^T \mathbf{S}_W \mathbf{W}$ 都是矩阵，无法对式(1)直接求解，因此用行列式来表示，所以优化目标可表示为：

$$\max_{\mathbf{W}} \theta(\mathbf{W}) = \frac{|\mathbf{W}^T \mathbf{S}_B \mathbf{W}|}{|\mathbf{W}^T \mathbf{S}_W \mathbf{W}|} \quad (4)$$

矩阵行列式的值等价于矩阵特征值乘积，而特征值可以表示在对应的特征向量上的发散程度。对该优化目标的分母进行归一化，使得 $\|\mathbf{W}^T \mathbf{S}_W \mathbf{W}\| = 1$ ，利用拉格朗日乘子法并求导，即 $c(\mathbf{W}) = \mathbf{W}^T \mathbf{S}_B \mathbf{W} - \lambda(\mathbf{W}^T \mathbf{S}_W \mathbf{W} - 1)$ ，对 \mathbf{W} 求偏导，得 $2\mathbf{S}_B \mathbf{W} - 2\lambda \mathbf{S}_W \mathbf{W} = 0$ ，化简后为：

$$(\mathbf{S}_W)^{-1} \mathbf{S}_B \mathbf{W} = \lambda \mathbf{W} \quad (5)$$

然而，在处理高维小样本问题时， \mathbf{S}_W 不一定可逆。因此，自 Van Loan^[20] 提出了广义奇异值分解 (Generalized singular value decomposition, GSVD) 理论，Howland 等^[21] 在此基础上提出了一种基于广义奇异值分解的线性判别分析 (LDA-GSVD)，用于解决小样本问题。该算法不仅能够解决小样本高维问题，还可以加快运算速度，且具有较强的稳定性。

LDA-GSVD 的目标函数，即式(4)的另一种常见表达方式为：

$$\max_{\mathbf{W}} \theta(\mathbf{W}) = \frac{\prod_{\text{diag}} \mathbf{W}^T \mathbf{S}_B \mathbf{W}}{\prod_{\text{diag}} \mathbf{W}^T \mathbf{S}_W \mathbf{W}} \quad (6)$$

因为 \mathbf{S}_B 和 \mathbf{S}_W 都是实对称矩阵，所以可以表示为：

$\mathbf{S}_B = \mathbf{H}_B^T \mathbf{H}_B$ ， $\mathbf{S}_W = \mathbf{H}_W^T \mathbf{H}_W$ 。 \mathbf{H}_B 和 \mathbf{H}_W 矩阵的列相

同，可写成矩阵队的形式： $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_B \\ \mathbf{H}_W \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(k+m) \times n}$ ，

$t = \text{rank}(\mathbf{K})$ ， t 为矩阵队的秩。LDA-GSVD 的具体步骤如下：

a) 根据式(7)和式(8)计算 \mathbf{H}_B^T 和 \mathbf{H}_W^T ：

$$\mathbf{H}_B^T = (\sqrt{N_j} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_1)^T, \dots, \sqrt{N_j} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_j)^T) \in \mathbf{R}^{n \times k} \quad (7)$$

$$\mathbf{H}_W^T = ((\mathbf{X}_1 - \mathbf{z}\mathbf{u}_1)^T, \dots, (\mathbf{X}_j - \mathbf{z}\mathbf{u}_j)^T) \in \mathbf{R}^{n \times m} \quad (8)$$

其中： $\mathbf{z} = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbf{R}^{N_j \times 1}$ ， \mathbf{X}_j 表示第 j 类样本。

b) 对 \mathbf{K} 进行奇异值分解^[23]，求得 \mathbf{M} 和 \mathbf{P} ：

$$\mathbf{K} = \mathbf{M} \mathbf{D}_K \mathbf{P}^T \quad (9)$$

其中： \mathbf{D}_K 为对角矩阵。

c) 对 $\mathbf{M}(1:k, 1:t)$ 进行奇异值分解计算 \mathbf{Q} ：

$$\mathbf{M}(1:k, 1:t) = \mathbf{U} \mathbf{D}_M \mathbf{Q}^T \quad (10)$$

d) 令 $\mathbf{D}_t = \mathbf{D}_K(1:t, 1:t)$ ，通过计算式(11)，取 \mathbf{W} 的 $k-1$ 列为投影矩阵：

$$\mathbf{W} = \mathbf{P} \times \begin{bmatrix} \text{inv}(\mathbf{D}_t) \times \mathbf{Q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (11)$$

LDA-GSVD 充分利用了类内信息和类间信息，且避免求解复杂的类间散射矩阵 \mathbf{S}_B 和类内散射矩阵 \mathbf{S}_W ，只需求解 \mathbf{H}_B 和 \mathbf{H}_W ，也不需要剔除任何的零空间或者非零空间，可以极大地减小计算量。

2 基于 GSVD 的加权 LDA 算法

本文根据 LDA-GSVD 的计算过程，对 LDA 进行改进，用加权均值替代 LDA 所用的平均值，同时考虑不同特征信息的重要程度。在类内散射矩阵中加入类内紧凑权，增加类内局部几何信息；在类间散射矩阵中加入类间离散权，增加类间局部几何信息；在保留全局特性信息的同时，增加对局部特征信息的考虑。将改进后的 LDA 与 GSVD 结合得到 GWLDA，充分利用类间信息和类内信息的同时，又避免对改进后的 \mathbf{S}_B 和 \mathbf{S}_W 直接求解，极大地减小了计算量，解决了 \mathbf{S}_W 存在不可逆的问题。本文的织物图像分类算法的基本流程图如图 1 所示，包括特征提取、训练阶段和测试阶段三部分。

本文考虑数据在数据集中不同的重要程度，使用加权平均法代替传统的均值。定义 $\mathbf{X}_{j,i}$ 样本的权重向量为：

$$\phi_{j,i} = \frac{1}{|\mathbf{X}_{j,i} - \mathbf{u}_j| + \gamma} \quad (12)$$

其中： $\gamma \in \mathbf{R}^{1 \times n}$ 为一个非常小的补偿因子向量，定义为 $\gamma = [1, 1, \dots, 1] \times \delta$ ， δ 为自定义参数。在式(12)中， $\mathbf{X}_{j,i}$ 样本的权重向量 $\phi_{j,i}$ 跟 $\mathbf{X}_{j,i}$ 与 \mathbf{u}_j 的距离成反比，第 j 类的加权平均为 \mathbf{u}_j^* ：

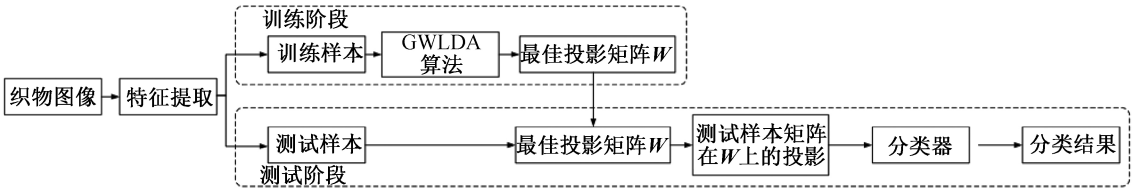


图1 织物图像分类算法的基本流程图

$$u_j^* = \frac{\sum_{i=1}^{N_j} \phi_{j,i} \odot X_{j,i}}{\sum_{i=1}^{N_j} \phi_{j,i}} \quad (13)$$

其中: \odot 表示矩阵的对应元素相乘。

本文为解决 LDA 只保留全局几何信息,忽略类内和类间的局部几何信息的问题,需要在保留全局几何信息的同时,增加对局部几何信息的考虑。受局部保留投影的启发,利用 ω_j^q 表示类 j 与类 q 之间的相似性,类与类的相似度越大,说明类间差异越小,相似度表达式为:

$$\omega_j^q = e^{-\frac{\|u_j^* - u_q^*\|_2^2}{\sigma}} \quad (14)$$

其中: σ 为自定义参数,用来制约 $\|u_j^* - u_q^*\|_2^2$ 的大小。为进一步加强类间信息的优化,施加一个判别标准来确定不同类之间的离散权系数。分类算法中期望不同类之间的距离最大,需要最大化类间差异,即找到最小的值作为不同类之间的离散权系数:

$$\begin{cases} \epsilon = \omega_{\text{mean}}, & \omega_j^q \geq \omega_{\text{mean}}; \\ \epsilon = \omega_j^q, & \omega_j^q < \omega_{\text{mean}} \end{cases} \quad (15)$$

其中: ω_{mean} 为相似度矩阵 A 元素的均值,矩阵 $A \in \mathbf{R}_{k \times k}$ 中的每一个元素对应 ω_{jq} 。在类间离散矩阵中加入离散权系数,LDA 改进后的类间散射矩阵为:

$$S_B^* = \sum_{j=1}^k \sum_{q=1}^k \frac{\epsilon N_j N_q}{m} (u_j^* - u_q^*)^T (u_j^* - u_q^*) \quad (16)$$

同理,考虑类内几何信息,定义类内聚合度为 τ ,第 j 类的类内聚合度为 τ^j ,设 $X_{j,i}$ 为第 j 类的第 i 个样本,将 τ^j 表示为:

$$\tau^j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} \|X_{j,i} - u_j^*\|_2^2 \quad (17)$$

为进一步加强类内信息的优化,施加一个判别标准来确定在同一类之间的紧凑权系数。以类内聚合度均值作为判别标准 $\bar{\tau} = \sum_{j=1}^k \frac{1}{k} \tau^j$,类内紧凑权系数 ψ^j 通过比较 τ^j 和 $\bar{\tau}$ 来决定:

$$\begin{cases} \psi^j = \frac{\bar{\tau}}{\tau^j}, & \tau^j \geq \bar{\tau}; \\ \psi^j = 1, & \tau^j < \bar{\tau} \end{cases} \quad (18)$$

分类算法中期望最小化类内聚合度,当单独类聚合度大于平均水平,赋予它新的权重信息,若小于平均水平,则系数为 1,不需要添加额外的系数。加入类内紧凑权系数,LDA 改进后的类内散射矩阵为:

$$S_W^* = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} \psi^j (X_{j,i} - u_j^*)^T (X_{j,i} - u_j^*) \quad (19)$$

根据 $S_B^* = H_B^{*T} H_B^*$ 和 $S_W^* = H_W^{*T} H_W^*$ 的表达式,重新推导出 H_B^{*T} 及 H_W^{*T} 对应的表达式:

$$H_B^{*T} = \left[\frac{1}{k} \sum_{q=1}^k \sqrt{\frac{\epsilon N_1 N_q}{m}} (u_1^* - u_q^*)^T, \dots, \frac{1}{k} \sum_{q=1}^k \sqrt{\frac{\epsilon N_j N_q}{m}} (u_j^* - u_q^*)^T \right] \in \mathbf{R}^{n \times k} \quad (20)$$

$$H_W^{*T} = (\sqrt{\psi^1} (X_1 - z u_1^*)^T, \dots, \sqrt{\psi^j} (X_j - z u_j^*)^T) \in \mathbf{R}^{n \times m} \quad (21)$$

将目标函数式(6)更新为:

$$\max_W \theta(W) = \frac{\prod_{\text{diag}} W^T H_B^{*T} H_B^* W}{\prod_{\text{diag}} W^T H_W^{*T} H_W^* W} \quad (22)$$

通过对 H_B^* 和 H_W^* 应用 GSVD 可得:

$$L^T H_B^* W = [\underbrace{D_B}_{t}, \underbrace{0}_{n-t}] \quad (23)$$

$$V^T H_W^* W = [\underbrace{D_W}_{t}, \underbrace{0}_{n-t}] \quad (24)$$

其中: $t = \text{rank} \begin{bmatrix} H_B^* \\ H_W^* \end{bmatrix}$ 。 $W \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $L \in \mathbf{R}^{k \times k}$, $V \in \mathbf{R}^{m \times m}$, L 、 V 和 W 为正交矩阵,且满足 $D_B^T D_B + D_W^T D_W = I_t$ 的条件。

$$W^T H_B^{*T} L L^T H_B^* W = \begin{bmatrix} D_B^T D_B & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$W^T H_W^{*T} V V^T H_W^* W = \begin{bmatrix} D_W^T D_W & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$W^T H_B^{*T} H_B^* W = \begin{bmatrix} I_r & & \\ & F_s & \\ & 0_{t-r-s} & \\ & & 0_{n-t} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\mathbf{W}^T \mathbf{H}_W^* \mathbf{H}_W^* \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_r & & & \\ & \mathbf{E}_s & & \\ & & \mathbf{I}_{t-r-s} & \\ & & & \mathbf{0}_{n-t} \end{bmatrix} \quad (28)$$

其中: $\mathbf{F}_s = \text{diag}(\alpha_{r+1}, \alpha_{r+2}, \dots, \alpha_{r+s})$, $\mathbf{E}_s = \text{diag}(\beta_{r+1}, \beta_{r+2}, \dots, \beta_{r+s})$ 。 \mathbf{F}_s 和 \mathbf{E}_s 对角阵的对角

表 1 广义特征值 λ_i 和特征向量 \mathbf{w}_i 的关系

i 值域	ζ_i	η_i	λ_i	\mathbf{w}_i
$1 \leq i \leq r$	1	0	∞	$\text{null}^c(\mathbf{S}_B^*) \cap \text{null}(\mathbf{S}_W^*)$
$r+1 \leq i \leq r+s$	$1 > \zeta_i > 0$	$0 < \eta_i < 1$	$\infty > \lambda_i > 0$	$\text{null}^c(\mathbf{S}_B^*) \cap \text{null}^c(\mathbf{S}_W^*)$
$r+s+1 \leq i \leq t$	0	1	0	$\text{null}(\mathbf{S}_B^*) \cap \text{null}^c(\mathbf{S}_W^*)$
$t+1 \leq i \leq n$	任意值	任意值	任意值	无参考价值

当 $l = \text{rank}(\mathbf{H}_B^* \mathbf{H}_B^*)$, $l+1 \leq i \leq t$ 时, $\mathbf{w}_i^T \mathbf{H}_B^* \mathbf{H}_B^* \mathbf{w}_i = 0$, $\mathbf{w}_i^T \mathbf{H}_W^* \mathbf{H}_W^* \mathbf{w}_i = 1$ 。因此,通常取 \mathbf{W} 的前 l 列。然而,在实际应用中, \mathbf{S}_B^* 的秩满足样本类别数减 1, 即 $k-1$ 。基于广义奇异值分解的加权 LDA 织物瑕疵图像分类算法为:

算法 1 基于广义奇异值分解的加权 LDA 织物瑕疵图像分类算法

输入: 数据集 X , 自定义参数 δ, σ ;

a) 对类间散射矩阵添加类间离散权重, 对类内散射矩阵添加类内紧凑权重:

$$\mathbf{S}_B^* = \sum_{j=1}^k \sum_{q=1}^k \frac{\epsilon N_j N_q}{m} (\mathbf{u}_j^* - \mathbf{u}_q^*)^T (\mathbf{u}_j^* - \mathbf{u}_q^*),$$

$$\mathbf{S}_W^* = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} \phi^j (\mathbf{X}_{j,i} - \mathbf{u}_j^*)^T (\mathbf{X}_{j,i} - \mathbf{u}_j^*);$$

b) 根据 $\mathbf{S}_B^* = \mathbf{H}_B^* \mathbf{H}_B^*$ 和 $\mathbf{S}_W^* = \mathbf{H}_W^* \mathbf{H}_W^*$ 的表达式, 得到 \mathbf{H}_B^{*T} 和 \mathbf{H}_W^{*T} :

$$\mathbf{H}_B^{*T} = \left[\frac{1}{k} \sum_{q=1}^k \sqrt{\frac{\epsilon N_1 N_q}{m}} (\mathbf{u}_1^* - \mathbf{u}_q^*)^T, \dots, \right. \\ \left. \frac{1}{k} \sum_{q=1}^k \sqrt{\frac{\epsilon N_j N_q}{m}} (\mathbf{u}_j^* - \mathbf{u}_q^*)^T \right],$$

$$\mathbf{H}_W^{*T} = (\sqrt{\phi^1} (\mathbf{X}_1 - \mathbf{z}\mathbf{u}_1^*)^T, \dots, \sqrt{\phi^j} (\mathbf{X}_j - \mathbf{z}\mathbf{u}_j^*)^T);$$

c) 奇异值分解矩阵对 $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_B^* \\ \mathbf{H}_W^* \end{bmatrix}$ 得到 \mathbf{M}, \mathbf{P} 和 \mathbf{D} :

$$[\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{P}] \leftarrow \text{svd}[\mathbf{K}];$$

d) 对 $\mathbf{M}(1:k, 1:t)$ 进行奇异值分解得到 \mathbf{V} :

$$[\mathbf{U}, \mathbf{B}, \mathbf{V}] \leftarrow \text{svd}[\mathbf{M}];$$

e) 通过下式得到 \mathbf{W} 的 $k-1$ 列:

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{P} \times \begin{bmatrix} \text{inv}(\mathbf{D}_t) \times \mathbf{V} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix};$$

输出: 最优判别矩阵 \mathbf{W} 。

线上的数值分别递增和递减, 满足条件 $1 > \alpha_{r+1} \geq \dots \geq \alpha_{r+s} > 0$ 和 $0 < \beta_{r+1} \leq \dots \leq \beta_{r+s} < 1$, 且 $\alpha_i^2 + \beta_i^2 = 1$ 。已知 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_n] \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 将 \mathbf{W} 按列划分为 $\mathbf{W} = [\mathbf{W}_r, \mathbf{W}_s, \mathbf{W}_{t-r-s}, \mathbf{W}_{n-t}]$ 。

将 $\mathbf{D}_B^T \mathbf{D}_B$ 和 $\mathbf{D}_W^T \mathbf{D}_W$ 对角线上的元素分别用 ζ_i 和 η_i 表示, 广义特征值 $\lambda_i = \zeta_i / \eta_i$ 。广义特征值 λ_i 和特征向量 \mathbf{w}_i 的关系如表 1 所示。

3 实验与结果分析

为验证本文算法的可行性, 采用香港大学电气与电子工程系工业自动化实验室的 3 类图案织物样本及本文课题组采集的破洞织物样本进行实验, 并与相关 LDA 算法进行比较。算法均在 Windows 7 系统电脑上, 电脑处理器 Intel(R) Core(TM) i5-6500 CPU@3.20 Gi Hz, 4 GiB 内存, 实验平台为 Matlab。

3.1 PFID 数据集实验

实验选用香港大学电气与电子工程系工业自动化实验室提供的包含了 3 类不同纹理花纹织物数据集 PFID。该数据集每类纹理具有 5 种不同的瑕疵以及正常图像, 图 2 从上到下显示了该数据集中星形织物图、盒形织物图和点形织物图的示例图像, 每行从左到右的瑕疵种类为 BrokenEnd (断头疵)、Hole (破洞)、NettingMultiple (网纹)、ThickBar (粗条纹)、ThinBar (细条纹) 及正常图像。

因为图像样本较少, 所以将数据集简单扩展, 对样本进行旋转、平移和翻转处理。在相同的纹理背景下对瑕疵进行分类, 从星形织物图像、盒形织物图像和点形织物图像的 6 种瑕疵图像中各随机抽取 30 张, 织物图像大小都为 256×256 , 对图像进行分割, 每个图像可以分为 4 个 64×64 的图像块, 再对每个图像块进行灰度共生矩阵 (Gray-level co-occurrence matrix, GLCM)^[24] 的特征提取。

3.1.1 实验结果

本实验从每个数据集中随机选择样本的 50%、60%、70% 和 80% 用于训练, 剩下的用于测试。测试数据不参与模型训练, 只用于评估模型性能。为减小实验误差, 避免偶然性, 所有实验重复 30 次, 求

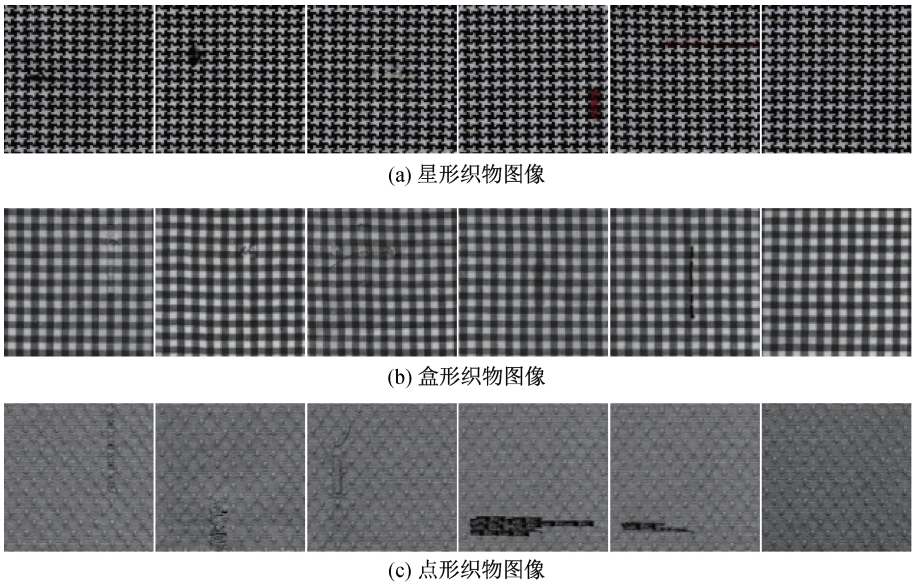


图2 花纹织物数据集 PFID 示例图像

取测试集结果的平均值。星形织物图像下的瑕疵分类结果如表 2 所示,盒形织物图像下的瑕疵分类结果如表 3 所示,点形织物图像下的瑕疵分类结果如表 4 所示。

表2 星形织物图像的瑕疵分类准确率和计算时间

算法	训练样本比例							
	50%		60%		70%		80%	
	准确率/%	计算时间/s	准确率/%	计算时间/s	准确率/%	计算时间/s	准确率/%	计算时间/s
LDA	27.81	6.664	29.35	7.023	28.27	7.217	34.35	7.436
PCA-LDA	44.26	0.033	47.96	0.055	48.89	0.032	56.48	0.042
WLDA	26.63	6.579	30.14	6.598	31.48	6.619	36.20	6.740
DLDA	43.96	0.026	50.05	0.025	50.43	0.024	32.69	0.028
PILDA	38.07	0.030	41.71	0.041	44.69	0.035	46.02	0.047
MLDA	60.70	0.036	64.07	0.028	67.65	0.031	69.54	0.040
LDA-GSVD	65.81	0.093	70.46	0.078	73.89	0.077	77.78	0.090
3E-LDA	64.89	1.081	69.58	1.027	73.33	0.987	76.20	0.964
GWLDA	67.11	0.089	71.44	0.082	75.84	0.083	80.56	0.094

表3 盒形织物图像的瑕疵分类准确率和计算时间

算法	训练样本比例							
	50%		60%		70%		80%	
	准确率/%	计算时间/s	准确率/%	计算时间/s	准确率/%	计算时间/s	准确率/%	计算时间/s
LDA	40.33	3.165	43.06	3.303	44.44	3.415	44.81	3.567
PCA-LDA	48.81	0.031	53.24	0.029	54.20	0.035	62.69	0.045
WLDA	41.07	3.107	42.78	3.240	45.62	3.406	47.96	3.557
DLDA	64.26	0.028	65.60	0.026	69.44	0.025	69.63	0.040
PILDA	52.00	0.029	56.99	0.031	58.70	0.041	64.17	0.042
MLDA	71.22	0.031	75.60	0.028	81.60	0.036	81.11	0.042
LDA-GSVD	73.41	0.087	78.29	0.068	81.98	0.076	82.22	0.084
3E-LDA	72.11	0.988	77.13	0.968	78.89	0.940	80.56	0.910
GWLDA	72.22	0.098	78.56	0.084	80.00	0.093	85.00	0.106

表 4 点形织物图像的瑕疵分类准确率和计算时间

算法	训练样本比例							
	50%		60%		70%		80%	
	准确率/%	计算时间/s	准确率/%	计算时间/s	准确率/%	计算时间/s	准确率/%	计算时间/s
LDA	27.26	6.681	25.32	6.529	31.73	6.612	30.83	6.636
PCA-LDA	44.96	0.055	49.95	0.029	51.91	0.034	55.00	0.041
WLDA	25.89	6.495	28.24	6.546	27.53	6.661	32.59	6.727
DLDA	45.78	0.023	51.44	0.023	39.26	0.027	37.50	0.030
PILDA	40.81	0.031	42.18	0.031	44.26	0.034	46.57	0.042
MLDA	59.15	0.029	65.83	0.029	67.96	0.031	68.98	0.041
LDA-GSVD	66.04	0.087	70.56	0.087	72.22	0.073	74.35	0.086
3E-LDA	64.22	1.036	67.08	1.036	72.84	0.982	76.39	0.968
GWLDA	66.52	0.090	69.35	0.090	73.33	0.081	78.24	0.099

3.1.2 计算准确率分析

分类准确率是图像分类中最重要的指标,本文提出的 GWLDA 在 3 类不同纹理背景上都取得了最高的瑕疵分类准确率,远远高于 LDA、PCA-LDA、WLDA、DLDA 和 PILDA。将 GWLDA 与最新提出 3E-LDA 进行比较,在星形织物图像、盒形织物图像和点形织物图像上,本文算法相较于最新的 3E-LDA,准确率分别最大程度地提高了 4.36%、4.44%和 1.85%。在这 3 类不同纹理花纹织物数据集中,不管训练样本数量占比多少,本文提出的算法得到的瑕疵分类准确率都高于 3E-LDA。这是因为 3E-LDA 用到的加权中位数会忽略一些特征,而本文算法考虑了瑕疵分类中的这些特征。再将 GWLDA 与 LDA-GSVD 进行比较,观察可得在星形织物图像中本文算法取得的最优结果为 80.56%,相较于 LDA-GSVD 提高了 2.78%;在盒形织物图像中取得的最优结果为 85.00%,提高了 2.78%;在点形织物图像中取得的最优结果为 78.24%,提高了 3.89%。这是由于本文在 LDA-GSVD 的基础上增加了类内局部几何信息和类间局部几何信息。GWLDA 与 MLDA 进行对比,避免了邻近类样本的重叠,准确率分别提高了 11.02%、3.89%和 9.26%。将上述 3 组实验的分类最高准确率用柱状图显示,如图 3 所示。

训练样本占总体样本为 80%时,本算法得到的瑕疵分类准确率在 3 类数据集中最佳,如表 2—表 4 所示。与最新的 3E-LDA 比较,无论训练样本所占百分比为多少,除准确率的明显提高外,速度也有显著提升。本文提出的 GWLDA 与经典的 LDA-GSVD 相比,速度差距微小,具有一定的竞争力。

3.1.3 计算时间分析

分类所需时间作为图像分类的另一个判别标

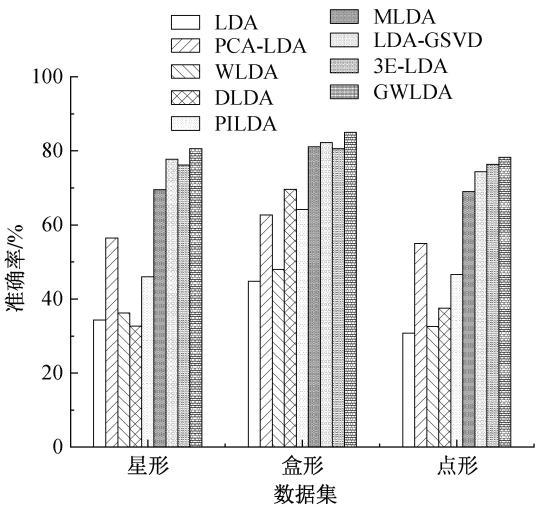


图 3 不同算法下 3 类数据集的准确率

准。将星形织物图、盒形织物图和点形织物图作为实验图像,分别计算各算法对图像进行分类的平均计算时间,结果如表 2—表 4 所示。a) LDA、WLDA 和 3E-LDA 的计算时间较长,PCA-LDA、DLDA、PILDA、MLDA 和 LDA-GSVD 的计算时间较短;b) GWLDA 的计算时间与多数算法相当,相比 LDA、WLDA 和 3E-LDA 更短。本文提出的 GWLDA 分类效率远远高于 LDA、WLDA 和 3E-LDA,因为 LDA 和 WLDA 随着维度的增加计算量也随之增加,3E-LDA 在计算过程中需要计算零空间,而利用 GSVD 不需要剔除任何的零空间和非零空间,可以极大地降低计算量。GWLDA 增加类内紧凑权和类间离散权的计算,但与多数算法的分类效率相差甚微。以星形织物图像数据集为例,将分类所需时间用折线图 4 表示。

3.1.4 算法参数分析

在不同的数据集中,自定义参数选取不同的值会影响实验效果。为使算法性能都得到最好的效果,在调参过程中,为控制变量保持训练样本和测试

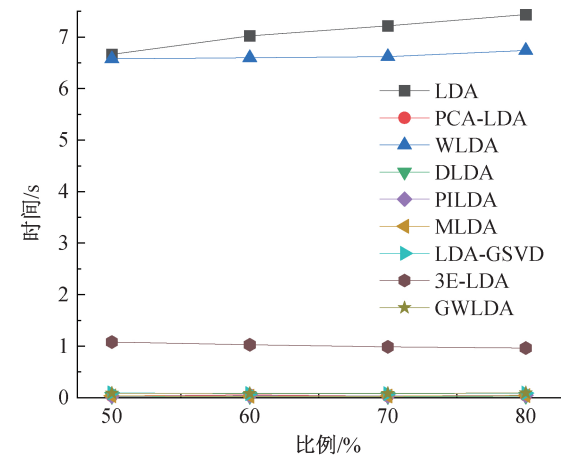
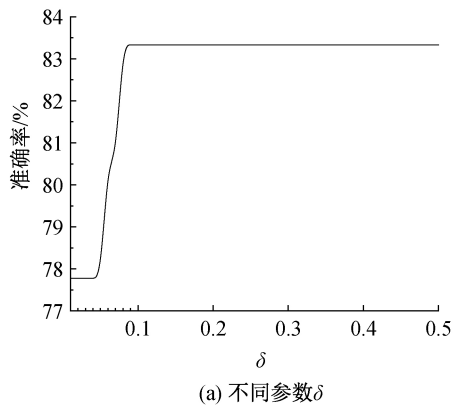
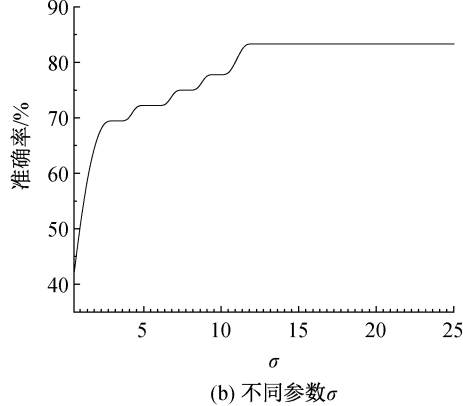


图4 不同算法下不同训练样本比例的计算时间

注:单次实验指在样本集中随机抽取占比的训练样本和测试样本,控制训练样本百分比,从训练模型到测试样本得出分类结果的过程。横坐标为单次实验训练样本百分比,纵坐标表示进行30次实验结果所需的平均时间。



(a) 不同参数 δ



(b) 不同参数 σ

图5 本文算法不同参数 δ 和参数 σ 下的星形数据集分类准确率曲线

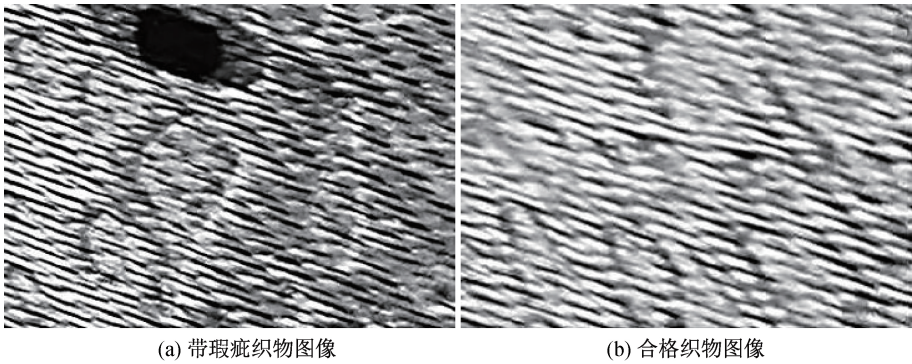


图6 带瑕疵织物图像和合格织物示例图像

64×64 大小,各抽取 30 张作为样本集,每个图像可以分为 4 个 16×16 的图像块,再对每个图像块进行灰度共生矩阵的特征提取。从数据集中随机选取 80%作为训练样本,剩下的 20%作为测试样本,测试集通过训练得到的投影矩阵,在新的子空间得到特征矩阵,再经过分类器得到分类结果,实验重复 30 次,记录测试集数据的平均结果。将所得实验结

样本不变,通过固定一个参数不变,调整另一个参数,找到相对较优的两个参数。实验过程中式(12)选用的参数 δ 和式(14)选用的参数 σ ,在不同数据集中,选取最优分类准确率的实验数据佐证参数选择,图5表示算法的参数 δ 和参数 σ 对星形数据集分类性能的影响,图中显示两个参数分别选取50个值获得相应的分类准确率。根据实验结果,在星形织物数据集中,选择参数 δ 为0.08和参数 σ 为11.5。

3.2 破洞织物数据集实验

该实验数据选用本文课题组采集的织物图像数据集,包含同一纹理背景下的100张合格织物图像和100张瑕疵织物图像,瑕疵类型为破洞,均为像素为363×262的灰度图。带瑕疵织物图像和合格织物图像可参照图6所示。实验将图像数据调整为

果与 LDA、PCA-LDA、WLDA、DLDA、PILDA、MLDA、LDA-GSVD 和 3E-LDA 进行对比,实验结果见表5。

破洞织物数据集的分类准确率和计算时间见表5,由表5可知,本文提出的算法相较于其他算法获得了更好的性能,分类准确率最高,且分类所用时间远远小于 LDA、WLDA 和 3E-LDA,与其他算法的

表 5 破洞织物数据集的分类准确率和计算时间

算法	LDA	PCA-LDA	WLDA	DLDA	PILDA	MLDA	LDA-GSVD	3E-LDA	GWLDA
准确率/%	76.67	92.78	76.94	87.50	91.67	96.94	97.78	96.67	98.89
时间/s	2.821	0.042	2.761	0.010	0.016	0.012	0.089	0.874	0.097

计算时间相当。对图像分类准确率和时间进行比较,结果如图 7 所示。

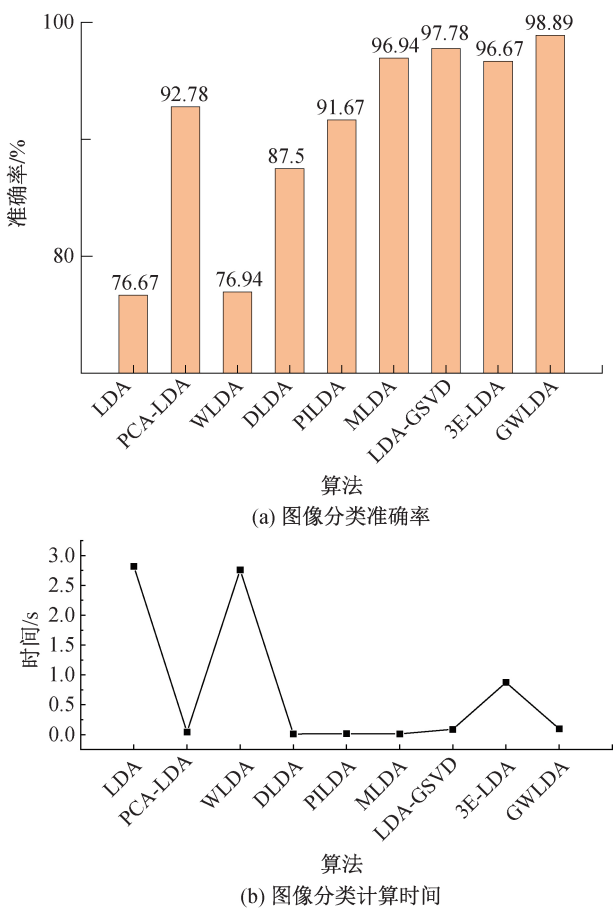


图 7 带瑕疵织物和合格织物图像分类准确率和计算时间

4 结 论

本文提出了一种基于广义奇异值分解的加权 LDA 织物瑕疵图像分类算法。该算法利用加权均值保留瑕疵信息,使数据更具鲁棒性;在类内散射矩阵中加入类内紧凑权,减少类内差异;在类间散射矩阵中加入类间离散权,强调类间差异。同时,引入广义奇异值分解,解决了 LDA 面临的小样本高维问题,避免类内散射矩阵和类间散射矩阵的复杂计算,减小计算量。在香港大学的花纹织物数据集 PFID 和本文课题组采集的破洞织物数据集上的实验结果表明,本文算法与以往 LDA 相关算法相比,具有更好的织物瑕疵图像分类性能,降低了计算复杂度。后续将收集更多的织物瑕疵数据进行实验,调整算法参数以增强算法鲁棒性,减少偶然性的发生。

参考文献:

[1] 吕文涛,林琪琪,钟佳莹,等.面向织物疵点检测的图像处理技术研究进展[J].纺织学报,2021,42(11):197-206.

[2] 田承泰,步红刚,汪军,等.基于时间序列分形特征的织物瑕疵检测[J].纺织学报,2010,31(5):44-47.

[3] Wen J, Fang X Z, Cui J R, et al. Robust sparse linear discriminant analysis[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2019, 29(2): 390-403.

[4] 周建,王静安,高卫东.应用局部纹理特征的无监督织物瑕疵检测算法[J].纺织学报,2016,37(12):43-48.

[5] Wang Z, Ruan Q Q, An G Y. Facial expression recognition using sparse local Fisher discriminant analysis[J]. Neurocomputing, 2016, 174: 756-766.

[6] Yuan J J, Chen L, Fan T T, et al. Dimension reduction of speech emotion feature based on weighted linear discriminant analysis[J]. International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition, 2015, 8(11): 299-308.

[7] Shu X, Gao Y, Lu H T. Efficient linear discriminant analysis with locality preserving for face recognition[J]. Pattern Recognition, 2012, 45(5): 1892-1898.

[8] Wang S J, Yan S, Yang J, et al. A general exponential framework for dimensionality reduction [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(2): 920-930.

[9] Wang H X, Lu X S, Hu Z L, et al. Fisher discriminant analysis with L1-norm [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2014, 44(6): 828-842.

[10] Oh J H, Kwak N. Generalization of linear discriminant analysis using Lp-norm [J]. Pattern Recognition Letters, 2013, 34(6): 679-685.

[11] Yang L B, Liu X M, Nie F P, et al. Robust and efficient linear discriminant analysis with $L_{2,1}$ -norm for feature selection[J]. IEEE Access, 2020, 8: 44100-44110.

[12] 赵海龙,穆志纯,张霞.基于 LDA/GSVD 和支持向量机的人耳识别[J].上海理工大学学报, 2009,31(6): 601-604.

[13] Shivashankar S, Parvati Vasudev K, Pujari Jagadesh D, et al. PCA plus LDA on wavelet co-occurrence histogram features: application to CBIR[C]//MIWAI 2011: Multi-Disciplinary Trends in Artificial

Intelligence, Berlin: Springer, 2011: 193-200.

[14] Sharma A, Paliwal K K. Linear discriminant analysis for the small sample size problem: an overview[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2015, 6(3): 443-454.

[15] Thanh Tran D, Gabbouj M, Iosifidis A. Multilinear class-specific discriminant analysis [J]. Pattern Recognition Letters, 2017, 100: 131-136.

[16] Sato J R, Fujita A, Thomaz C E, et al. Evaluating SVM and MLDA in the extraction of discriminant regions for mental state prediction[J]. NeuroImage, 2009, 46(1): 105-114.

[17] Jin Z C, Guo L L, Gao D Q. Advanced pseudo-inverse linear discriminants for the improvement of classification accuracies[C]//2017 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). Anchorage, AK, USA: IEEE, 2017: 25-30.

[18] Li Y N, Liu B, Yu Y B, et al. 3E-LDA: Three enhancements to linear discriminant analysis[J]. ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data, 2021, 15(4): 1-20.

[19] Zhang X W, Chu D L, Tan R C E. Sparse uncorrelated linear discriminant analysis for undersampled problems [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2016, 27(7): 1469-1485.

[20] Van Loan C F. Generalizing the singular value decomposition [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1976, 13(1): 76-83.

[21] Howland P, Park H. Generalizing discriminant analysis using the generalized singular value decomposition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(8): 995-1006.

[22] Ng M K, Ngan H Y T, Yuan X M, et al. Patterned fabric inspection and visualization by the method of image decomposition [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2014, 11(3): 943-947.

[23] 王钢, 周建, 汪军, 等. 采用奇异值分解的机织物瑕疵检测算法[J]. 纺织学报, 2014, 35(7): 61-66.

[24] Li F, Yuan L N, Zhang K, et al. A defect detection method for unpatterned fabric based on multidirectional binary patterns and the gray-level co-occurrence matrix [J]. Textile Research Journal, 2020, 90(7/8): 776-796.

(责任编辑: 康 锋)