



# 基于三维直线拟合的机器人与跟踪仪坐标系转换方法

刘 睿, 张恩政, 李子文, 李锡睿, 方休俊, 翟 彬

(浙江理工大学精密测量实验室, 杭州 310018)

**摘 要:** 为降低工业机器人标定中测量粗差数据对坐标系转换精度的影响, 提出了一种基于三维直线拟合的机器人与跟踪仪坐标系转换方法。首先, 利用激光跟踪仪测量机器人空间中规划的三条两两正交的直线轨迹, 获取测量数据集; 然后, 基于最小二乘拟合得到基准直线; 最后, 通过判断各数据点到基准直线距离与设定距离阈值的大小关系滤除粗差数据, 达到优化坐标系转换数据的目的, 进而提高坐标系转换精度。基于该方法设计了基于三维直线拟合的坐标系转换软件, 并搭建了坐标系转换验证实验装置, 开展了相关实验研究。结果表明: 相对于基于随机点的坐标系转换方法, 采用该坐标系转换方法得到的坐标系单点转换精度提升超过 29%, 综合均方根误差降低超过 17%。该坐标系转换方法可有效提高坐标系转换精度, 满足工业机器人标定中对坐标系转换精度的要求。

**关键词:** 工业机器人; 标定; 坐标系转换; 三维直线拟合; 最小二乘拟合

**中图分类号:** TP242.2

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-3851 (2022) 01-0077-08

## Study on coordinate transformation between a robot and a tracker based on three-dimensional straight-line fitting

LIU Rui, ZHANG Enzheng, LI Ziwen, LI Xirui, FANG Xiujun, ZHAI Bin

(Precision Measurement Laboratory, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** In order to reduce the influence of measurement gross error data on the accuracy of coordinate transformation in industrial robot calibration, a method of coordinate transformation between a robot and a tracker based on three-dimensional straight-line fitting was proposed. The three orthogonal linear trajectories planned in the robot space were measured using a laser tracker to obtain the measurement data set, and the reference straight line was obtained based on the Least-square fitting. By judging the relationship between the distance between each data point and the reference straight line and the set distance threshold, the gross error data was filtered out and the coordinate transformation data was optimized, thereby improving the coordinate system conversion accuracy. By virtue of this method, the coordinate transformation software was designed and the coordinate transformation verification experimental device was established to conduct related experiments. The results show that, compared with the coordinate transformation method based on random points, the single-point transformation accuracy of the coordinate system obtained by the method proposed in this study is improved by more than 29%, and the integrated root mean square error is reduced by more than 17%. The coordinate transformation method can effectively improve the accuracy of coordinate transformation and meet relevant requirements in

收稿日期: 2021-06-06 网络出版日期: 2021-09-18

基金项目: 国家科技部重点研发计划项目(2018YFF0212703)

作者简介: 刘 睿(1996—), 男, 湖南常德人, 硕士研究生, 主要从事智能检测与控制方面的研究。

通信作者: 张恩政, E-mail: zhangenz@zstu.edu.cn

industrial robot calibration.

**Key words:** industrial robot; calibration; coordinate transformation; three-dimensional straight-line fitting; least-square fitting

## 0 引言

工业机器人是以人为仿生对象的机器装置,能够协助或代替人类完成重复性高、可靠性要求高的工作,在工业、医疗以及航空航天等领域得到了广泛应用。随着工业机器人应用的不断普及,工业生产领域对其运动精度的要求也越来越高<sup>[1-2]</sup>。由于机器人零部件磨损、长时间受力变形等原因,其运动精度会随之下降<sup>[3-4]</sup>。为了使机器人保持较高的运动精度,常用的措施是适时对机器人进行标定<sup>[5-6]</sup>。激光跟踪仪是用于工业机器人标定的常用设备,可获取机器人实际运动的位置,从而完成机器人标定。机器人标定前的关键步骤之一是实现机器人坐标系到跟踪仪坐标系的转换,坐标系的转换精度对机器人标定结果有着直接影响。因此,研究提高坐标系转换精度的方法,对提高机器人运动精度有重要价值<sup>[7]</sup>。

目前机器人与跟踪仪间的坐标系转换方法主要包括多点拟合法、多轴旋转矢量拟合法和通过标定板进行坐标系转换的方法。多点拟合法<sup>[8]</sup>的基本思想是利用相同点在不同坐标系下的约束关系建立方程,进而求解坐标系转换矩阵。刘湛基等<sup>[9]</sup>提出了一种结合最小二乘法的随机抽样一致性(RANSAC)快速转换方法,通过对测量点的随机采样拟合多组变换模型,利用评判模型获得最优模型,来降低模型误差对转换精度的影响。任瑜等<sup>[10]</sup>提出了一种基于非线性优化的机器人坐标系转换方法,通过非线性优化算法对基于多姿态约束方程的机器人与跟踪仪坐标系转换系数进行求解,从而降低机器人运动学模型误差对坐标系转换精度的影响。Luo等<sup>[11]</sup>通过LM算法对机器人的空间随机采样点的运动学误差进行预测,并根据误差大小将包含运动学误差的采样点分为多组坐标系转换数据,然后利用差分算法完成机器人与跟踪仪的坐标系转换。多轴旋转矢量拟合法<sup>[12]</sup>通过测量机器人单关节的旋转轨迹,并将轨迹拟合为基坐标系的方向矢量,再利用几何约束关系计算机器人基坐标系坐标原点,进而得到坐标系转换矩阵。如 Nubiola等<sup>[13]</sup>和 Liu等<sup>[14]</sup>通过旋转机器人第一关节的圆弧轨迹拟合为整圆,利用圆心平移标称值计算出机器人基坐标系的坐标原点,再利用关节2和关节3旋

转拟合圆弧,求得转换模型的旋转矢量和平移矢量,进而求得坐标系转换关系。Santolaria等<sup>[15]</sup>提出了一种基于圆点分析的转换方法,通过在机器人末端执行器上装载可活动的目标靶,扩大对机器人每个关节测量的角度范围,并利用测量点之间的距离误差优化坐标转换所需的测量点。通过标定板进行坐标系转换的基本思想,是利用跟踪仪直接测量的方法建立标定板、跟踪仪与机器人三者之间的手眼关系,进而求解出机器人与跟踪仪的转换矩阵<sup>[16]</sup>。向民志等<sup>[17]</sup>提出了基于工具标定与公共点转换相结合的坐标系转换方法,通过距离约束的方法降低运动学误差的影响来提高坐标系转换精度。Guo等<sup>[18]</sup>提出了基于机器人指令点约束的坐标系转换方法,利用激光位移传感器对测量球面的轮廓误差进行估计,建立了机器人与测量架之间的误差模型,并通过最小二乘法对该误差进行辨识,有效降低了测量轮廓误差对坐标系转换的影响。在这三种坐标系转换方法中,多点拟合法相对于另外两种方法具有较高的坐标系转换精度,但是在坐标系转换所使用测量数据中,如果存在测量粗差数据,那么这些数据会对转换精度产生较大影响。其中,粗差数据是指用于坐标系转换的数据点集中偏离设定阈值的数据。

为了降低跟踪仪测量粗差对机器人与跟踪仪坐标系转换误差的影响,本文提出了一种基于三维直线拟合的机器人与跟踪仪坐标系转换方法。该方法通过直线拟合和粗差数据滤除的思想来优化坐标系转换中使用的有效数据,提高坐标系转换精度。首先,在机器人笛卡儿空间中规划出三条两两正交的直线轨迹;其次,利用跟踪仪采集实际轨迹上的数据,通过最小二乘拟合得到每条轨迹的基准直线;最后,将偏离基准直线距离大于设定阈值的采样数据作为粗差数据滤除,将小于阈值的数据用于坐标系转换。利用该方法可以提高坐标系转换精度,从而减小坐标转换误差对机器人标定的影响。

## 1 三维直线拟合坐标系转换方法

### 1.1 多点拟合坐标系转换方法

多点拟合坐标系转换公式<sup>[19-20]</sup>可表示为:

$$\mathbf{P}_M = \mathbf{T}_B^M \cdot \mathbf{P}_B = \mathbf{T}_B^M \cdot \mathbf{T}_T^B \cdot \mathbf{P}_T \quad (1)$$

其中： $\mathbf{P}_M$  为靶球在测量坐标系中的坐标矢量， $\mathbf{T}_B^M$  为机器人基坐标系到跟踪仪坐标系的转换矩阵， $\mathbf{P}_B$  为靶球在机器人坐标系下的坐标矢量， $\mathbf{T}_T^B$  为工具坐标系到基坐标系的转换矩阵， $\mathbf{P}_T$  为靶球在机器人工具坐标系下的坐标矢量。

由式(1)可知，在进行坐标系转换时，靶球的中心位置与机器人的末端坐标系中心往往是不重合的，所以要求得  $\mathbf{T}_B^M$ ，首先需要求出  $\mathbf{T}_T^B$ 。设工具坐标系与机器人末端坐标系法向量的距离为  $d$ ，当末端坐标系与工具坐标系  $XY$  轴平面上存在夹角  $\theta$  时，绕  $Z$  轴旋转平移可得到机器人工具坐标系到基坐标系的转换矩阵  $\mathbf{T}_T^B$ ：

$$\mathbf{T}_T^B = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

将得到的  $\mathbf{T}_T^B$  和使用常规 TCP 标定方法获取的靶球在机器人默认工具坐标系下的坐标矢量  $\mathbf{P}_T$  代入式(1)，可计算得到机器人基坐标系到跟踪仪测量坐标系的转换矩阵  $\mathbf{T}_B^M$ 。

## 1.2 三维直线拟合坐标系转换原理

在上述多点拟合的坐标系转换方法中，一般先在标定空间中随机选点，形成数据集，将之用于坐标系转换。但是在采样数据集过程中，由于测量环境等因素的影响，形成的数据集往往存在粗差数据，而这些粗差数据会对坐标系转换精度产生影响。为此本文提出一种三维直线拟合坐标系转换方法，以降低测量粗差数据对坐标系转换精度的影响。在三维直线拟合坐标系转换方法中，相对于圆弧轨迹，直线轨迹更容易进行规划，规划后的运动轨迹易于进行分割和数据点采样。直线轨迹精度相对于圆弧运动轨迹精度要高，并且使用直线轨迹更易于拟合出基准直线，进而进行粗差数据滤除。另外，选择三条两两正交的直线轨迹进行数据采集，采集到的用于坐标系转换的数据点分布在三维空间中，相对于单直

线或圆弧轨迹采样，能更加有效地反映三维空间状态，有利于提高坐标系转换精度。三维直线拟合坐标系转换原理示意图如图 1 所示，在机器人空间基坐标系  $\{W_B\}$  ( $O_B X_B Y_B Z_B$ ) 下，规划出三条两两正交的直线作为理论运动轨迹，通过机器人的控制器获取基坐标系下三条轨迹上的采样点数据集  $B$ ，同时使用激光跟踪仪得到对应三条轨迹在跟踪仪测量坐标系  $\{W_M\}$  ( $O_M X_M Y_M Z_M$ ) 的测量数据集  $M$ 。为了对粗差数据进行滤除，使用最小二乘拟合法对数据集  $M$  拟合出基准直线。通过判断数据集  $M$  中各个采样点到基准直线距离与设定阈值的大小关系，将大于阈值的数据滤除，并将小于阈值的数据保留，以用于机器人与跟踪仪的坐标系转换。

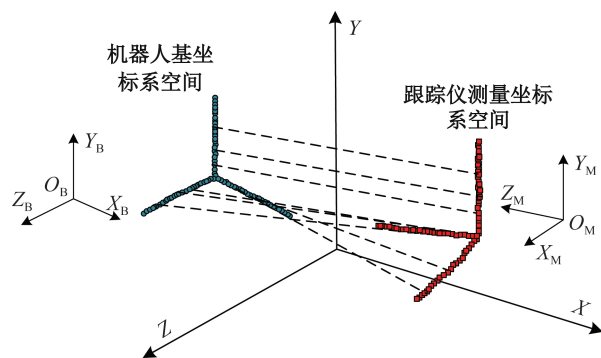


图 1 三维直线拟合坐标系转换原理示意图

## 1.3 基于最小二乘的粗差数据滤除方法

三维直线拟合坐标系转换方法通过最小二乘拟合直线的方式来对测量数据集  $M$  中的粗差数据进行滤除。单条直线轨迹粗差数据滤除示意图如图 2 所示。图 2 中，圆形数据点和方形数据点组成跟踪仪测量坐标系下的测量数据集  $M$ ，其中单个测量数据点表示为  $\mathbf{P}_M^i(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ ，两条虚线中间的粗实线是基于测量数据集  $M$  拟合出的基准直线， $h_i$  为测量数据点到基准直线的距离， $T_E$  为设定的滤除粗差数据的距离阈值，图中圆形数据点表示大于  $T_E$  的粗差数据，方形数据点表示用于坐标系转换的有效测量数据。

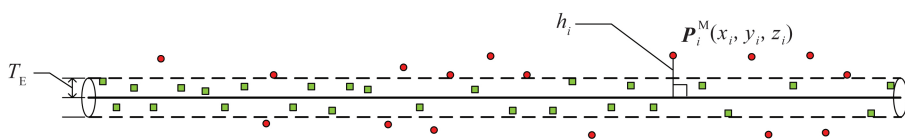


图 2 基于最小二乘直线拟合的粗差数据滤除示意图

为了实现对粗差数据的滤除，需要得到三维测量空间的拟合基准直线。设测量坐标系下基于测量数据集  $M$  拟合出的基准直线方程为：

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p} \quad (3)$$

其中： $(x_0, y_0, z_0)$  为直线经过点， $(m, n, p)$  为方向

向量。

设  $a = \frac{m}{p}$ 、 $b = x_0$ 、 $c = \frac{n}{p}$ 、 $d = y_0 - \frac{n}{p}z_0$ ，则式(3)

可以变形为：

$$\begin{cases} x = az + b, \\ y = cz + d \end{cases} \quad (4)$$

式(4)相当于两个空间平面的交线，因此对该直线拟合可看作分别对两个空间平面进行拟合。由式(4)可得到测量值与近似值之差的平方和  $Q_x$ 、 $Q_y$ ：

$$Q_x = \sum_{i=1}^n [x_i - (az_i + b)]^2 \quad (5)$$

$$Q_y = \sum_{i=1}^n [y_i - (cz_i + d)]^2 \quad (6)$$

基于最小二乘的准则，为获得最小的  $Q_x$ 、 $Q_y$ ，

$$hi = \frac{\sqrt{(-y_i + cz_i + d)^2 + (x_i - az_i - b)^2 + (-cx_i + ay_i + bc - ad)^2}}{\sqrt{a^2 + c^2 + 1}} \quad (8)$$

将数据集  $M$  中各测量点到基准直线的距离  $h_i$  与设定距离阈值  $T_E$  进行比较，将大于  $T_E$  的数据作为粗差数据滤除，将小于  $T_E$  的数据作为坐标系转换的有效数据，达到优化坐标系转换数据的目的。在实验中，通过判断各采样点到基准直线的距离大小，获取距离中位数并将其作为初始阈值，然后结合坐标系转换所需数据点个数来确定最终合适的距离阈值  $T_E$ 。

#### 1.4 三维正交直线拟合坐标系转换方法

本文在基于最小二乘的粗差数据滤除方法的基础上，提出了三维正交直线拟合坐标系转换方法，通过对机器人空间中规划的三条两两正交的直线进行数据采集和粗差数据滤除，获取三维的坐标系转换有效数据，以提升坐标系转换效果。如图1所示，首先，控制机器人沿着规划的三条直线轨迹运动，使用跟踪仪分别获取各条直线轨迹的测量数据集  $M_I$ 、 $M_{II}$ 、 $M_{III}$ ；其次，利用最小二乘拟合的方法对三组测量数据集分别进行拟合得到对应的三条基准直线  $L_I$ 、 $L_{II}$ 、 $L_{III}$ ；再次，由式(8)求得测量数据集中所有数据点到相应基准直线的距离数据集  $H_I$ 、 $H_{II}$ 、 $H_{III}$ ；最后，设三条基准直线对应的粗差数据滤除阈值分别为  $T_{EI}$ 、 $T_{EII}$ 、 $T_{EIII}$ ，通过式(9)可得到三维正交直线拟合坐标系转换可使用的有效数据集  $D$ ，即：

$$\begin{cases} D_j = \{h_j | h_j \leq T_{Ej}, h_j \in H_j\}, \\ D = D_I \cup D_{II} \cup D_{III} \end{cases} \quad (9)$$

其中： $T_{Ej} = T_{EI}$ 、 $T_{EII}$ 、 $T_{EIII}$ ； $H_j = H_I$ 、 $H_{II}$ 、 $H_{III}$ ； $D_j = D_I$ 、 $D_{II}$ 、 $D_{III}$ ，表示每条直线轨迹采样数据经过粗差滤除处理后的有效数据集。

对式(5)和式(6)求偏导。令偏导为0，进而可求得拟合基准直线参数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的值：

$$\begin{cases} a = \frac{2 \times \sum x_i z_i - \sum x_i \times \sum z_i}{2 \times \sum z_i^2 - \sum z_i \times \sum z_i}, \\ b = \frac{\sum x_i - a \times \sum z_i}{2}, \\ c = \frac{2 \times \sum y_i z_i - \sum y_i \times \sum z_i}{2 \times \sum z_i^2 - \sum z_i \times \sum z_i}, \\ d = \frac{\sum y_i - c \times \sum z_i}{2} \end{cases} \quad (7)$$

利用得到的拟合基准直线方程，通过点到直线的距离公式，可求得测量数据集  $M$  中各测量数据点到基准直线的距离  $h_i$ ：

将得到的坐标系转换有效数据集  $D$  和机器人坐标系下的对应数据集  $C$  代入式(1)，经计算得到坐标系转换矩阵  $T_B^M$ 。将  $T_B^M$  展开为齐次矩阵的形式代入式(1)，可得：

$$\begin{bmatrix} p_x^M \\ p_y^M \\ p_z^M \\ 1 \end{bmatrix} = T_B^M \begin{bmatrix} p_x^B \\ p_y^B \\ p_z^B \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & t_x \\ n_y & o_y & a_y & t_y \\ n_z & o_z & a_z & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x^B \\ p_y^B \\ p_z^B \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中： $p_x^M$ 、 $p_y^M$ 、 $p_z^M$  表示跟踪仪坐标系下测量数据点， $p_x^B$ 、 $p_y^B$ 、 $p_z^B$  表示机器人基坐标系下的数据点， $(n_x, n_y, n_z)$  为法线矢量， $(o_x, o_y, o_z)$  为方向矢量， $(a_x, a_y, a_z)$  为接近矢量， $(t_x, t_y, t_z)$  为平移矢量。

将式(10)展开为方程组的形式可表示为：

$$\begin{cases} p_x^M = n_x p_x^B + o_x p_y^B + a_x p_z^B + t_x, \\ p_y^M = n_y p_x^B + o_y p_y^B + a_y p_z^B + t_y, \\ p_z^M = n_z p_x^B + o_z p_y^B + a_z p_z^B + t_z \end{cases} \quad (11)$$

将坐标系转换有效数据集  $D$  和机器人坐标系下的对应数据集  $C$  代入式(11)进行解算，可计算得到机器人基坐标系到跟踪仪测量坐标系的转换矩阵  $T_B^M$ 。

利用得到的坐标系的转换矩阵  $T_B^M$ ，可将机器人基坐标系下的数据转换到跟踪仪坐标系下，并可使用如下公式计算得到单点转换误差  $E_i$ ：

$$E_i = \sqrt{(x_{ti} - x_i)^2 + (y_{ti} - y_i)^2 + (z_{ti} - z_i)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

其中： $(x_{ti}, y_{ti}, z_{ti})$  为转换到跟踪仪坐标系下并对应于测量点  $(x_i, y_i, z_i)$  的坐标数据。



为了验证提出的三维正交直线拟合坐标系转换方法的有效性,使用均方根误差对坐标系的转换精度进行评定<sup>[9]</sup>,不同轴向均方根误差  $e_{\text{RMS}x}$ 、 $e_{\text{RMS}y}$ 、 $e_{\text{RMS}z}$  的计算公式如下:

$$\begin{cases} e_{\text{RMS}x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ti} - x_i)^2}{n}}, \\ e_{\text{RMS}y} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{ti} - y_i)^2}{n}}, \\ e_{\text{RMS}z} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_{ti} - z_i)^2}{n}} \end{cases} \quad (13)$$

利用式(13)得到不同轴向均方根误差,进而可得到用于坐标系转换精度评价的综合均方根误差  $e_{\text{RMS}}$ ,计算公式为:

$$e_{\text{RMS}} = \sqrt{e_{\text{RMS}x}^2 + e_{\text{RMS}y}^2 + e_{\text{RMS}z}^2} \quad (14)$$

## 2 坐标系转换实施流程与软件设计

### 2.1 融合坐标系转换方法的实施流程

三维直线拟合坐标系转换方法的实施流程如图 3 所示。具体步骤为:首先,在工业机器人的工作空间中规划出三条两两正交的理论直线轨迹,并对每条轨迹进行等距分割确定目标采样点理论位置;其次,控制机器人分别沿着三条轨迹运动并顺序到达各目标采样点,从机器人控制器中获取对应三条轨迹的采样点数据集  $B_I$ 、 $B_{II}$ 、 $B_{III}$ ,同时使用激光跟踪仪测量得到对应的测量数据集  $M_I$ 、 $M_{II}$ 、 $M_{III}$ ,并利用测量数据集拟合出三条基准直线  $L_I$ 、 $L_{II}$ 、 $L_{III}$ ,由式(8)得到各测量点到基准直线的距离数据集  $H_I$ 、 $H_{II}$ 、 $H_{III}$ ;再次,结合设定的距离阈值  $T_{EI}$ 、 $T_{EII}$ 、 $T_{EIII}$ ,由式(9)得到坐标系转换所需的有效数据集  $D$ ,将该数据集和机器人坐标系下的对应数据集  $C$  代入式(11)可得到机器人基坐标系到跟踪仪测量坐标系的转换矩阵  $T_B^M$ ;从次,基于得到的转换矩阵  $T_B^M$  和采样点数据集与测量数据集;最后,使用单点转换误差  $E_i$  和综合均方根误差  $e_{\text{RMS}}$  对坐标系转换的精度进行评价。

### 2.2 坐标系转换软件设计

为实现机器人基坐标系到跟踪仪测量坐标系的转换,本文在 Visual Studio 平台上利用 C# 语言设计了三维直线拟合坐标系转换软件,实现了跟踪仪测量数据的实时获取和坐标系的快速转换。该坐标系转换软件界面如图 4 所示,主要包括跟踪仪互联模块与坐标系转换模块。图 4 所示坐标

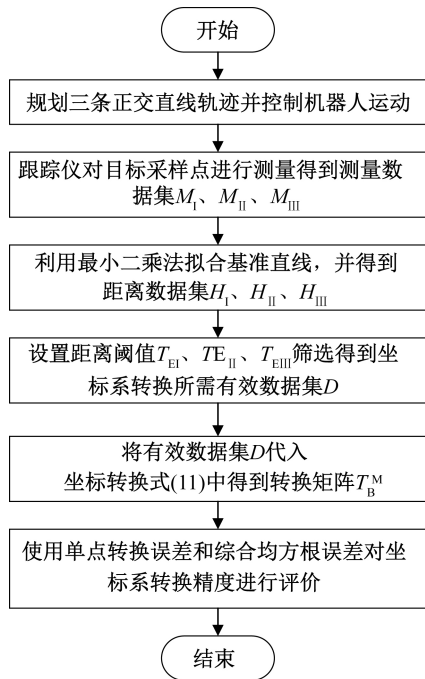


图 3 三维直线拟合坐标系转换实施流程

系转换模块是对应于上述三维正交直线拟合坐标系转换方法的具体算法和软件实现,将工业机器人基坐标系和跟踪仪测量坐标系下的数据集输入软件,结合设定的距离阈值、基准直线拟合等功能,使用底层的坐标系转换程序,可得到坐标系转换系数、坐标系转换后的数据和坐标系转换误差等信息。

## 3 实验与结果分析

为了验证三维直线拟合坐标系转换方法的可行性和有效性,本文搭建了数据采集和坐标系转换测试实验装置,如图 5 所示。实验装置主要包括新松 SR4C 型实验样机工业机器人,Leica AT960 激光跟踪仪和运行在上位机上的坐标系转换软件。SR4C 型机器人的重复定位精度为 0.030 mm,绝对定位精度为 2.368 mm,工作空间为覆盖半径 672.800 mm 的球体区域。使用 Leica AT960 激光跟踪仪实时跟踪测量机器人末端的位姿信息,其数据采集率可达 1000/s,测量精度为 10  $\mu\text{m}$ ,配套的用于机器人末端位姿信息测量的跟踪仪 T-mac 组件。本文设计的坐标系转换软件可以跟激光跟踪仪和机器人建立通信连接,获取激光跟踪仪的测量数据和机器人控制器中的数据,并基于获取的数据进行坐标系转换。利用构建的实验装置,分别进行了坐标转换误差测试实验、单点转换精度测试实验和不同坐标系转换方法比对实验。

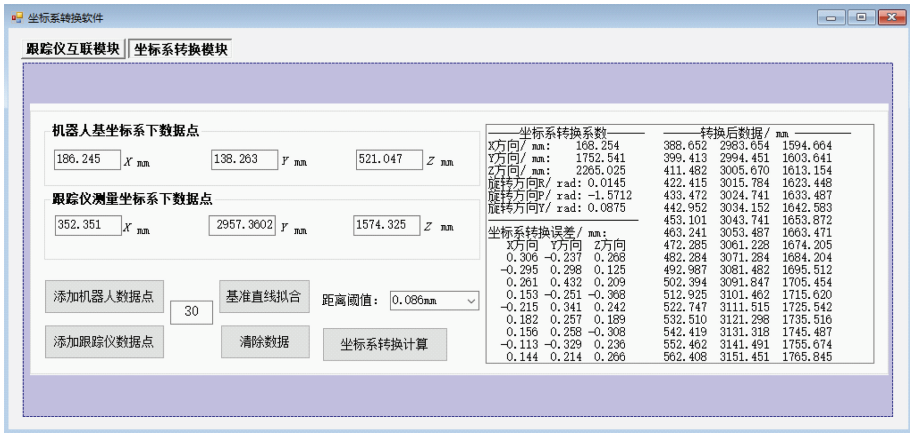


图 4 坐标系转换软件界面

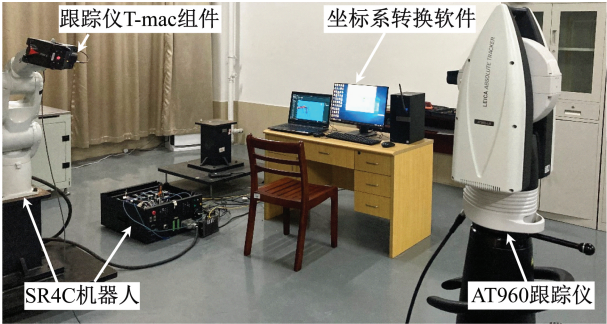


图 5 坐标系转换测试实验装置

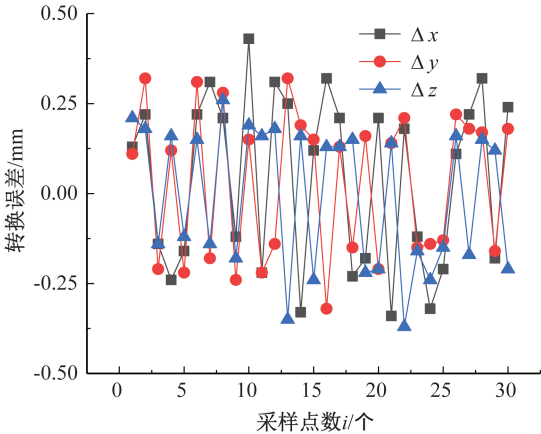


图 6 坐标转换误差测试实验结果

3.1 坐标转换误差测试实验

在机器人基坐标系中规划出三条两两正交的直线轨迹,设三条正交直线轨迹分别沿笛卡儿空间三个轴的轴向运动,三条直线的起始点坐标均为(254.256, 58.025, 393.369) mm,终止点坐标分别为(−46.256, 58.025, 593.369) mm、(254.256, 358.025, 593.369) mm、(254.256, 58.025, 693.369) mm。对每条直线轨迹进行等距分割,确定 30 个目标采样点的空间位置坐标,控制机器人依次运动到所有采样点位置,并使用跟踪仪测量得到对应各采样点的实际位置数据。使用上述三维直线拟合坐标系转换方法将机器人坐标系下的采样点数据转换到跟踪仪坐标系下。部分坐标系转换数据实验结果如图 6 及表 1 所示,其中: $x_t$ 、 $y_t$ 、 $z_t$  为坐标系转换数据, $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 、 $\Delta z$  分别是跟踪仪坐标系下各方向的误差值。实验结果显示, $x$  方向的坐标转换最大误差和平均误差分别是 0.413 mm 和 0.102 mm, $y$  方向坐标转换最大误差和平均误差分别是 0.322 mm 和 0.135 mm, $z$  方向的坐标转换最大误差和平均误差分别是 0.267 mm 和 0.128 mm。实验结果表明,本文提出的三维直线拟合坐标系转换方法可有效实现机器人基坐标系到激光跟踪仪坐标系的坐标数据转换。

3.2 单点转换精度测试实验

为了测试本文提出的三维直线拟合坐标系转换方法的单点坐标转换精度,使用式(12)单点坐标转换误差公式对坐标转换精度进行评价。由激光跟踪仪测量三条直线轨迹上的目标测量点数据,使用最小二乘拟合法对测得的对应三条直线轨迹上的数据进行基准直线拟合得到测量点到各基准直线的距离数据集,并使用式(9)对粗差数据进行滤除。设对应三条直线轨迹的距离阈值相等,并根据距离数据集中位数为初始阈值并按 0.002 mm 为间隔分别设距离阈值为 0.088、0.086、0.084、0.082 mm。经三维直线拟合坐标系转换处理后,计算得到的单点坐标转换误差实验结果如图 7 所示。图 7 显示,在 0.088、0.086、0.084、0.082 mm 距离阈值下三维直线拟合坐标系转换的单点转换误差分别为 0.349、0.253、0.252、0.252 mm。这表明,三维直线拟合坐标系转换方法中滤除粗差数据中设定的距离阈值会对坐标转换精度产生影响,小的距离阈值会提高坐标转换精度,但距离阈值设定值降低到一定程度后对于坐标转换精度影响会减小,由图 7 中可知,当距离阈值设定为 0.086、0.084、0.082 mm 时,

表 1  坐标转换误差测试实验数据

机器人基坐标系下的数据			跟踪仪坐标系下测量数据		
$P_x^B$	$P_y^B$	$P_z^B$	$P_x^M$	$P_y^M$	$P_z^M$
195.241	165.165	642.126	388.781	2983.541	1594.451
204.654	174.482	653.024	399.190	2994.129	1603.455
214.321	185.264	663.121	411.253	3002.421	1612.331
223.165	195.621	673.843	423.724	3011.545	1622.986
转换结果			转换误差		
$x_t$	$y_t$	$z_t$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$
388.652	2983.654	1594.664	0.131	0.113	0.213
399.413	2994.451	1603.641	0.223	0.322	0.186
411.108	3002.205	1612.189	-0.145	-0.216	-0.142
423.482	3011.670	1623.154	-0.242	0.125	0.168

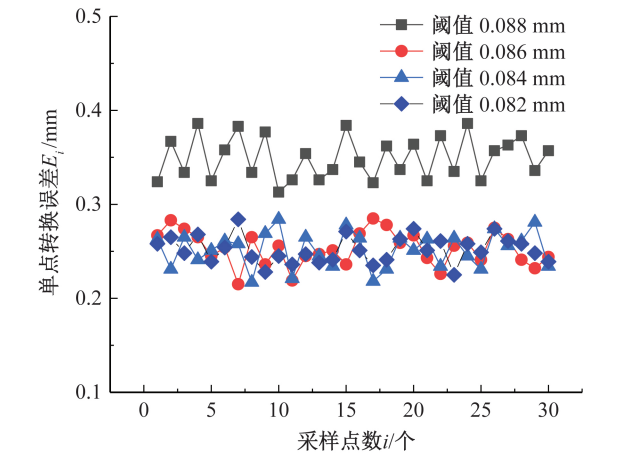


图 7  不同距离阈值下的单点转换实验结果

实验得到的单点转换误差几乎相同，分别为 0.253、0.252、0.252 mm。

3.3  坐标系转换方法比对实验

为了验证本文提出的三维直线拟合坐标系转换方法相对于多点拟合坐标系转换方法具有的优势，进行了两种方法坐标系方法转换比对实验。在多点拟合坐标系转换实验中，以机器人基坐标系中坐标为(354.485, 12.114, 430.335) mm 点为基准点，构造边长为 300.000 mm 的实验立方体，并在立方体内部随机生成 30 个坐标点用作实验采样点。控制机器人依次到达这些目标采样点，同时，使用激光跟踪仪依次测量各点的实际坐标值，并从机器人控制器中获取机器人基坐标系下的坐标数据。最后使用多点拟合法进行坐标系转换。三维直线拟合的坐标系转换实验中，根据本文单点转换精度测试实验中得到的距离阈值，设置粗差数据滤除的距离阈值为 0.086 mm，使用本文实验中规划的正交直线轨迹进行实验和坐标系转换数据的获取，并使用本文提出的三维直线拟合坐标系转换方法实现坐标系转换。分别使用式(12)和式(14)，对两种方法坐标系

转换方法的转换精度进行评价。单点转换比对实验结果如图 8 所示。图 8 所示单点坐标系转换比对实验结果显示，距离阈值为 0.086 mm 时的三维直线拟合坐标系转换方法的单点转换误差平均值为 0.249 mm，而基于随机点的多点拟合坐标转换方法的单点转换误差平均值为 0.353 mm。坐标系转换综合  $e_{\text{RMS}}$  比对实验结果见表 2。实验结果显示，三维直线拟合坐标系转换方法的综合  $e_{\text{RMS}}$  为 0.266 mm，基于随机点的多点拟合坐标转换方法综合  $e_{\text{RMS}}$  为 0.313 mm。对比实验结果表明，提出的三维直线拟合坐标系转换方法相对于传统的基于随机点的多点拟合坐标转换方法的坐标系转换精度有一定提高，并且单点转换误差比多点拟合坐标转换方法降低了 29.46%，综合  $e_{\text{RMS}}$  降低了 17.67%。一般而言，机器人绝对定位精度应为坐标系转换精度的 5~9 倍。从本实验中所使用机器人的绝对定位精度考虑，机器人坐标系转换误差的合理范围为 0.263~1.184 mm。因此，三维直线拟合坐标系转换方法的综合  $e_{\text{RMS}}$  满足机器人标定对坐标系转换精度的要求。

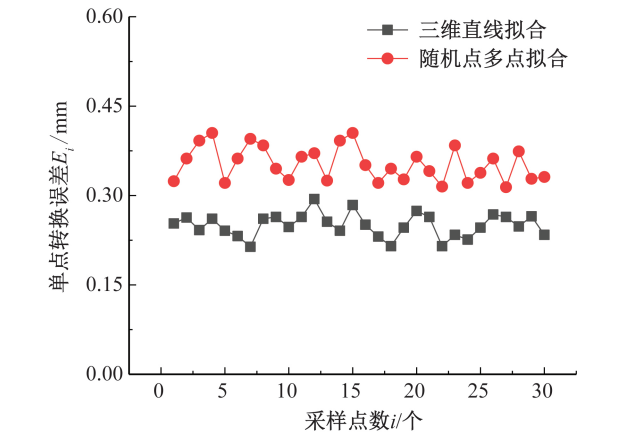


图 8  两种方法的单点坐标系转换比对实验结果

表 2 两种转换方法坐标系转换精度验证

mm

转换方法	X 轴 $e_{RMS_x}$	Y 轴 $e_{RMS_y}$	Z 轴 $e_{RMS_z}$	综合 $e_{RMS}$
三维直线拟合坐标系转换	0.058	0.207	0.156	0.266
多点拟合坐标系转换	0.063	0.239	0.192	0.313

4 结 论

本文在多点拟合坐标系转换方法的基础上,提出了一种基于三维直线拟合的机器人与跟踪仪坐标系转换方法,以提高坐标系转换精度。该方法通过对机器人工作空间内三条正交直线轨迹采样点进行最小二乘直线拟合,并设定相应的距离阈值用于滤除测量粗差,从而降低测量粗差对坐标系转换精度的影响。搭建了坐标系转换测试实验装置,并开展了坐标转换误差测试实验,验证了本文方法的有效性。单点转换精度测试实验表明,通过设定距离阈值进行粗差数据滤除的方式可有效降低坐标系转换误差,0.084 mm 距离阈值下的单点转换误差为 0.252 mm。坐标系转换方法比对实验验证了本文提出的坐标系转换方法在实际应用中提高坐标系转换精度的有效性,相对于基于随机点的多点拟合坐标系转换方法,单点转换误差降低了 29.46%,综合  $e_{RMS}$  降低了 17.67%。因此,本文提出的坐标系转换方法有效降低了测量粗差对坐标系转换精度的影响,为机器人标定以及提高轨迹精度提供参考。

参考文献:

[1] 赵艺兵,温秀兰,康传帅,等. 零参考模型用于工业机器人定位精度提升研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(5): 76-84.

[2] 王朋,武传宇,胡旭东. Stäubli RX60 机器人运动学求解[J]. 浙江理工大学学报, 2005, 22(3): 245-249, 253.

[3] 李祥云,向民志,范百兴,等. 工业机器人运动学参数标定精度分析与改进[J]. 测绘科学技术学报, 2018, 35(3): 255-259.

[4] Zhang F, Shang W W, Li G J, et al. Calibration of geometric parameters and error compensation of non-geometric parameters for cable-driven parallel robots[J]. Mechatronics, 2021, 77: 102595.

[5] 孙剑萍, Xi J, 汤兆平. 机器人定位精度及标定非概率可靠性方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(12): 109-120.

[6] Shen H P, Meng Q M, Li J, et al. Kinematic sensitivity, parameter identification and calibration of a non-fully symmetric parallel Delta robot[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 161: 104311.

[7] 李松洋. 工业机器人定位精度补偿技术的研究与实现[D]. 无锡: 江南大学, 2017: 21-36.

[8] Zhang H J, Lei J Y, Zhang J L, et al. Research on modeling and compensation of pose error of assembly robot [J]. Mechanical Engineering and Technology, 2016, 5(4): 391-399.

[9] 刘湛基,王晗,陈杼,等. 机器人与激光跟踪仪的坐标系转换方法研究[J]. 中国测试, 2017, 43(11): 102-107.

[10] 任瑜,郭志敏,张丰,等. 基于非线性优化的机器人坐标系标定方法[J]. 传感器与微系统, 2020, 39(1): 6-8.

[11] Luo G Y, Zou L, Wang Z L, et al. A novel kinematic parameters calibration method for industrial robot based on Levenberg-Marquardt and Differential Evolution hybrid algorithm [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 71: 102165.

[12] 张博,魏振忠,张广军. 机器人坐标系与激光跟踪仪坐标系的快速转换方法[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(9): 1986-1990.

[13] Nubiola A, Bonev I A. Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(1): 236-245.

[14] Liu B L, Zhang F M, Qu X H, et al. A rapid coordinate transformation method applied in industrial robot calibration based on characteristic line coincidence [J]. Sensors, 2016, 16(2): 239-254.

[15] Santolaria J, Conte J, Ginés M. Laser tracker-based kinematic parameter calibration of industrial robots by improved CPA method and active retroreflector[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 66(9/10/11/12): 2087-2106.

[16] Wang X, Li D S, Wang M M. Complete calibration of industrial robot with limited parameters and neural network[C]//2016 IEEE International Symposium on Robotics and Intelligent Sensors (IRIS). Tokyo, Japan: IEEE, 2016: 103-108.

[17] 向民志,范百兴,李祥云,等. 激光跟踪仪与机器人坐标系转换方法研究[J]. 航空制造技术, 2018, 61(Z1): 98-101.

[18] Guo Y X, Song B, Tang X Q, et al. A measurement method for calibrating kinematic parameters of industrial robots with point constraint by a laser displacement sensor [J]. Measurement Science and Technology, 2020, 31(7): 075004.

[19] 乔贵方,孙大林,宋光明,等. 串联机器人标定系统的坐标系快速转换方法[J]. 机械工程学报, 2020, 56(14): 1-8.

[20] 史晓佳,张福民,曲兴华,等. KUKA 工业机器人位姿测量与在线误差补偿[J]. 机械工程学报, 2017, 53(8): 1-7.

(责任编辑:康 锋)