浙江理工大学学报(自然科学版),第 39 卷,第 2 期,2018 年 3 月
Journal of Zhejiang Sci-Tech University (Natural Sciences)
Vol. 39, No. 2, Mar. 2018

DOI:10.3969/j. issn. 1673-3851(n). 2018. 02. 014

云制造环境下资源受限的同类机调度问题

刘淑丹,蒋义伟,周天和
(浙江理工大学理学院,杭州 310018)

摘　要:研究云制造环境下资源受限的同类机调度问题,目标函数为在不超过成本上限的情况下,极小化最大完工时间,每台机器有不同的机器速度和不同的固定加工成本。针对工件长度相同和不同的两种情况分别给出了一个近似算法,并得到算法的最坏情况界。

关键词:资源受限;同类机调度;完工时间;近似算法
中图分类号:O242.1　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1673-3851 (2018) 03-0206-05

0　引　言

云制造(Cloud manufacturing)是一种新型制造模式,能够把分散的资源整合在一起,然后经过虚拟化实时发布资源的利用状态,实现资源共享,提高资源的利用率。因此云制造对于我国的经济发展有着深远的意义。本文主要研究了在云制造背景下资源受限的同类平行机调度问题。机器的所有者通过云制造平台把机器的现有状态包括租用成本、加工速度、机器的使用情况进行虚拟化发布。生产方通过云制造平台获知机器的现有状态,根据自己的成本预算选择最适合自己的机器,并安排工件加工。

本文考虑以下问题:每台机器都有一个加工速度和租用的固定成本,其中固定成本不随加工时间变化而变化,生产方的成本预算(资源)是一个固定常数;目标是在给定的成本预算情形下,租用相应的机器并加工工件使得最大完工时间(Makespan)最小。

目前,云制造资源调度问题已经吸引了国内外众多学者的关注。李伯虎等[1-3]根据我国工业的发展状况,针对云制造模式在我国的发展提出了一些建议。1999 年 Noga 等[4]首次在生产调度问题中引入了加工成本的因素,把每台机器的加工成本设为固定的单位 1,证明了在线情况下求机器极小化最大完工时间的问题,在不带释放时间的情况下的竞争比为 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$,带释放时间的情况下的竞争比为 $\frac{6+\sqrt{205}}{12}$。2006 年 Imreh[5]把机器的固定成本为 1 的条件去掉,考虑两种不同加工成本的机器,其中一种机器的成本比另一种机器的加工成本高,在加工工件的时候尽可能多地选择加工成本较低的机器,但是也用一部分成本较高的机器加工工件。Jiang 等[6]研究了可中断情况下的在线调度问题,目标函数是使得总完工时间和机器的加工成本最小,他们假设机器的加工成本与机器的数量是线性相关关系,提出了一个新算法,该算法的竞争比为 1.3798,问题的下界为 $\frac{4}{3}$。Dosa 等[7]继续研究了在线调度问题,目标函数是极小化最大完工时间和机器总加工成本,设计了一个新算法,得到问题的下界为 $\sqrt{2}$,而之前的问题下界为 $\frac{4}{3}$,并且得到问题的竞争比为 $\frac{2+\sqrt{7}}{3}\approx 1.5486$,而改进前的算法竞争比为 $\frac{2\sqrt{6}+3}{5}$

收稿日期:2017－09－08　　网络出版日期:2017－12－11
基金项目:国家自然科学基金项目(11571013)
作者简介:刘淑丹(1991－),女,山东枣庄人,硕士研究生,主要从事运筹与组合优化理论方面的研究。
通信作者:蒋义伟,E-mail:ywjiang@zstu. edu. cn

≈ 1.5798。Rustogi 等[8]研究了增加机器数目对极小化最大完工时间和总完工时间的影响。Jiang 等[9]把问题扩展到半在线情况，预先知道工件的总长度，假设购买一台器的成本为单位数量 1，目标是获得极小化总完工时间和最小的购买机器的成本，得到一些结论。He 等[10]考虑了单台机的平行机调度问题，机器允许拒绝加工的工件，但是要支付一定的拒绝惩罚成本，目标函数一个是在不超过给定的惩罚成本上限的情况下使得总完工时间尽可能的小，另一个是在不超过预先给定的完工时间的情况下使得机器的总惩罚成本最小，提出了一个动态规划算法和完全多项式时间算法。Lee 等[11]考虑了平行机调度问题中双目标函数问题，一个是总完工时间和机器的总加工成本最小，另一个是机器的最大完工时间和加工总成本最小，提出了启发式算法和最坏情况界。Li 等[12]研究了每台机器的单位时间加工成本不同的同型机调度问题，目标函数是极小化最大完工时间的调度问题，分为可中断和不可中断两种情况。当工件可中断时，设计出一个最优算法，对于不可中断问题设计一个近似算法，得到问题的最坏情况界为 2。Li 等[13]研究了同类机的调度问题，目标函数是极小化最大完工时间，假设每个工件的长度为一个固定的常数，每台机器的租用成本是固定的但不相同，不随加工时间的长短发生变化，机器的速度越大，相应的租用加工成本越高，分为可中断和不可中断两种情况，分别设计近似算法并给出算法的最坏情况界。

本文考虑文献[13]所提问题的两种更一般的情况。第一种情况假设工件的长度不完全相同，机器速度越大，其单位成本速度也越大；第二种情况中工件的长度相同但对机器没有要求。本文分别对上述两种情形给出了近似算法及其最坏情况界。

1　符号定义

本文引入以下符号。

m：云制造平台提供的的机器数；

n：云制造平台得到的需要加工的工件数，$n \geqslant m$；

$M=\{M_i \mid i=1,2,\cdots,m\}$：云制造平台提供的机器集合；

$J=\{J_j \mid j=1,2,\cdots,n\}$：云制造得到的需要加工的工件集合；

p_j：工件 J_j 的长度；

s_i：机器 M_i 的加工速度，即单位时间加工的工件长度；

K_i：机器 M_i 的加工成本；

$\overline{U}$：给定的总预算成本；

U：机器加工工件需要的总成本；

L_i：机器 M_i 的负载；

$C_{\max}(A)$：算法 A 的目标函数值(makespan)；

$C_{\max}(opt)$：最优调度的 makespan。

2　工件长度不同的同类机调度问题

假设机器速度越大其单位成本速度也越大，即 $s_1 \geqslant s_2 \geqslant \cdots \geqslant s_m$ 且 $\frac{s_1}{K_1} \geqslant \frac{s_2}{K_2} \geqslant \cdots \geqslant \frac{s_m}{K_m}$。设工件的总长度为 $P=\sum_{j=1}^{n} p_j$。目标函数是在不超过给定的总预算成本$\overline{U}$的情况下极小化最大完工时间。为了方便表述，问题可用三参数法表示为 $Q_m \mid U \leqslant \overline{U} \mid C_{\max}$。

对于此类问题，首先选择租用的机器，用 M' 来表示选择的机器集合。这些机器的总加工成本 U 不超过给定的成本上界$\overline{U}$，即 $\sum_{i \in M} K_i \leqslant \overline{U}$。注意到有的机器的速度虽快但其加工成本超过了给定的成本上界，则这些机器就不能被租用。此时用 h 表示第一个不被选择的机器，这台机器的速度为 s_h，由假设可知 $s_1 \geqslant s_2 \geqslant \cdots \geqslant s_m$，$\frac{s_1}{K_1} \geqslant \frac{s_2}{K_2} \geqslant \cdots \geqslant \frac{s_m}{K_m}$，因此在机器 M_h 之后被选择的机器的速度和不超过 s_h。用 a 表示集合 M' 中机器的数量。这样问题就可以简化为 $Q_a \| C_{\max}$。下面设计算法 A_1 来解决这个问题。

算法 A_1：

1) 令 $U=0, h=0, M'=\varnothing, i=1$.

2) 如果 $U+K_i \leqslant \overline{U}$，则 $M'=M' \cup M_i$，$U=U+K_i$.

3) $i++$，若 $i \leqslant m$，返回第 2 步；否则进行到下一步。

4) 令 $h=\arg\min\{U+K_i>\overline{U}\}$。

5) 令 $a=|M'|$，选择的机器集合 $M'=\{M_1, M_2, \cdots, M_{h-1}\} \cup \{M_{j_1}, M_{j_2}, \cdots, M_{j_k}\}$，其中 $k+h-1=a$ 且 $j_k>j_{k-1}>\cdots j_1>h$。

6) 把工件按照其加工时间从大到小进行排序即 $p_1 \geqslant p_2 \geqslant \cdots \geqslant p_n$。

7) 令 $j=1$；$t_i=0$，$L_i=\varnothing$.

8) 令 $g=\arg\min_{i=1}^{a}\left\{t_i+\frac{p_j}{s_i}\right\}$，$L_g=L_g \cup p_j$，$t_g=t_g+\frac{p_j}{s_g}$；$j=j+1$。

9) 若 $j \leqslant n$，则返回第上一步；否则，停止。

在给出算法的最坏情况界之前，首先给出问题

$Q_a \| C_{\max}$的最优解 $C_{\max}(opt)$的下界和算法 A_1 的目标函数值的上界，用 $M_{[i]}$ 表示选择的 a 台机器中的第 i 台机器，$s_{[i]}$ 表示对应的加工速度。

引理 1 （ⅰ）$C_{\max}(opt) \geqslant \dfrac{P}{\sum_{i=1}^{h-1} s_i + s_h}$.

（ⅱ）$C_{\max}(A_1) \leqslant \dfrac{P+(a-1)p_n}{\sum_{i=1}^{h-1} s_i}$.

证明：（ⅰ）令 Γ 表示前 h 台机器的集合，即$\Gamma=\{M_1, M_2, \cdots, M_h\}$。设 M^* 表示最优排序中机器的集合，根据假设可以得到

$$\sum_{i\in\Gamma} s_i \geqslant \sum_{i\in M^*} s_i \text{。又 } C_{\max}(opt) \geqslant \frac{P}{\sum_{i\in M^*} s_i},$$

故 $C_{\max}(opt) \geqslant \dfrac{P}{\sum_{i\in\Gamma} s_i}$，即

$$C_{\max}(opt) \geqslant \frac{P}{\sum_{i=1}^{h-1} s_i + s_h}\text{。}$$

（ⅱ）设工件 J_n 是最后一个加工的工件。用 $C^{[i]}$ 表示在加工工件 J_n 之前的机器 $M_{[i]}$ 的完工时间，$i=1,2,\cdots,a$。如果算法把工件 J_n 放在机器 $M_{[k]}$ 上进行加工，$1\leqslant k\leqslant a$，即 $C_{\max}(A_1)=C^{[k]}+\dfrac{p_n}{s_{[k]}}$，则对任意的 $i=1,2,\cdots,a$，都有

$$C_{\max}(A_1)=C^{[k]}+\frac{p_n}{s_{[k]}}\leqslant C^{[i]}+\frac{p_n}{s_{[i]}},$$

化简可得

$$C_{\max}(A_1)s_{[i]}\leqslant C^{[i]}s_{[i]}+p_n\text{。}$$

由此可得

$$C_{\max}(A_1)\sum_{i=1}^{a} s_{[i]} \leqslant \sum_{i=1}^{a} C^{[i]}s_{[i]} + ap_n\text{。}$$

由 $\sum_{i=1}^{a} C^{[i]}s_{[i]} + ap_n = \sum_{j=1}^{n-1} p_j + ap_n = \sum_{j=1}^{n-1} p_j + p_n + (a-1)p_n = P+(a-1)p_n$ 可知

$$C_{\max}(A_1)\sum_{i=1}^{a} s_{[i]} \leqslant P+(a-1)p_n,$$

因此

$$C_{\max}(A_1) \leqslant \frac{P+(a-1)p_n}{\sum_{i=1}^{a} s_{[i]}}\text{。}$$

又因为 $\sum_{i=1}^{h-1} s_i \leqslant \sum_{i=1}^{a} s_{[i]}$，可得

$$C_{\max}(A_1) \leqslant \frac{P+(a-1)p_n}{\sum_{i=1}^{h-1} s_i}\text{。}$$

定理 1 $\dfrac{C_{\max}(A_1)}{C_{\max}(opt)} \leqslant 2\left(1+\dfrac{1}{h-1}\right)$。

证明：由引理 1 可知

$$\frac{C_{\max}(A_1)}{C_{\max}(opt)} \leqslant \frac{\dfrac{P+(a-1)p_n}{\sum_{i=1}^{h-1} s_i}}{\dfrac{P}{\sum_{i=1}^{h-1} s_i + s_h}}\text{。}$$

化简可得

$$\frac{C_{\max}(A_1)}{C_{\max}(opt)} \leqslant \frac{P+(a-1)p_n}{P} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{h-1} s_i + s_h}{\sum_{i=1}^{h-1} s_i}\text{。}$$

又根据$\dfrac{P+(a-1)p_n}{P} \leqslant 2$ 和 $\dfrac{\sum_{i=1}^{h-1} s_i + s_h}{\sum_{i=1}^{h-1} s_i} = 1+\dfrac{s_h}{\sum_{i=1}^{h-1} s_i} \leqslant 1+\dfrac{s_h}{(h-1)s_h} \leqslant 1+\dfrac{1}{h-1}$。因此，

$$\frac{C_{\max}(A_1)}{C_{\max}(opt)} \leqslant 2\left(1+\frac{1}{h-1}\right)\text{。}$$

3 工件长度相同的同类机调度问题

在工件长度相同（$p_j=p$）的情形中，对机器没有约束条件，即机器速度和固定成本是任意的，问题表示为 $Q_m | U\leqslant \overline{U}, p_j=p | C_{\max}$。

与上一节的问题类似，假设租用的机器集合为 B，则有 $\sum_{i\in B} K_i \leqslant \overline{U}$。用 h 表示第一个不被选择的机器，这台机器的速度为 s_h。用 b 表示集合 B 中机器的数目，问题可以简化为 $Q_b \| C_{\max}$。下面设计算法 A_2 来解决这个问题。

算法 A_2：

1）把机器按照$\dfrac{s_i}{K_i}$，$i=1,2,\cdots,m$ 的大小进行非增的顺序重新排序，即满足

$$\frac{s_1}{K_1}\geqslant\frac{s_2}{K_2}\geqslant\cdots\frac{s_m}{K_m}\text{。}$$

2）令 $U=0, h=0, B=\varnothing, i=1$。

3）如果 $U+K_i\leqslant\overline{U}$，则 $B=B\cup M_i$，$U=U+K_i$。

4）$i=i+1$，若 $i\leqslant m$，则返回第 3 步；否则进行到下一步。

5）$h=\arg\min\{U+K_i>\overline{U}\}$。

6）令 $b=|B|$，选择的机器 $B=\{M_1, M_2, \cdots, M_{h-1}\}\cup\{M_{j_1}, M_{j_2}, \cdots, M_{j_k}\}$，其中 $k+h-1=b$ 且 $j_k{}'>j_{k-1}{}'>\cdots>j_1{}'>h$。

7）令 $j=1$；$t_i=0$，$L_i=\varnothing$。

8）令 $l=\arg\min_{i=1}^{b}\left\{t_i+\frac{p}{s_i}\right\}$，则 $L_l=L_l\cup p$，$t_i=t_i+\frac{p}{s_l}$；$j=j+1$。

9）若 $j\leqslant n$，则返回第上一步；否则，停止。

同样地，首先给出问题 $Q_b\|C_{\max}$ 的最优解 $C_{\max}^*$ 的下界和算法 A $_2$ 的目标函数值的上界。设最优解的机器集合 B^*，用 $M_{[i]}$ 表示选择的 b 台机器中的第 i 台机器，$s_{[i]}$ 表示对应的加工速度。

引理 2　（ⅰ）$C_{\max}^*\geqslant\frac{np}{\sum\limits_{i\in B^*}s_i}$.

（ⅱ）$C_{\max}(A_2)\leqslant\frac{(n+b-1)p}{\sum\limits_{i=1}^{b}s_{[i]}}$.

证明：（ⅰ）由于每个工件的长度都相等为 p，则 n 个工件的总长度为 np，显然有 $C_{\max}^*\geqslant\frac{np}{\sum\limits_{i\in B^*}s_i}$。

（ⅱ）设工件 J_n 是最后一个加工的工件，它的完工时间决定了最大完工时间。用 $C^{[i]}$ 表示在加工工件 J_n 之前的机器 $M_{[i]}$ 的完工时间，$i=1,2,\cdots,b$。如果最后把工件 J_n 放在机器 $M_{[k]}$ 上进行加工，$1\leqslant k\leqslant b$，即 $C_{\max}(A_2)=C^{[k]}+\frac{p}{s_{[k]}}$，则对任意的 $i=1,2,\cdots,b$，都有

$$C_{\max}(A_2)=C^{[k]}+\frac{p}{s_{[k]}}\leqslant C^{[i]}+\frac{p}{s_{[i]}},$$

化简可得

$$C_{\max}(A_2)s_{[i]}\leqslant C^{[i]}s_{[i]}+p。$$

由此可得

$$C_{\max}(A_2)\sum_{i=1}^{b}s_{[i]}\leqslant\sum_{i=1}^{b}C^{[i]}s_{[i]}+bp\leqslant(n-1)p+bp\leqslant(n+b-1)p。$$

即

$$C_{\max}(A_2)\leqslant\frac{(n+b-1)p}{\sum\limits_{i=1}^{b}s_{[i]}}。$$

定理 2　$\frac{C_{\max}(A_2)}{C_{\max}^*}\leqslant 2(1+\varepsilon)\left(1-\frac{1}{m}\right)$.

证明：由引理 2 可知

$$\frac{C_{\max}(A_2)}{C_{\max}^*}\leqslant\frac{\dfrac{(n+b-1)p}{\sum\limits_{i=1}^{b}s_{[i]}}}{\dfrac{np}{\sum\limits_{i\in B^*}s_i}}\leqslant\frac{(n+b-1)p}{np}\cdot\frac{\sum\limits_{i\in B^*}s_i}{\sum\limits_{i=1}^{b}s_{[i]}}。$$

算法 A_2 选择的机器数为 b，且 $b\leqslant m-1$。结合 $n\geqslant m$ 可得

$$\frac{(n+b-1)p}{np}\leqslant\frac{(n+b-1)}{n}\leqslant 1+\frac{b-1}{n}\leqslant 1+\frac{m-2}{n}\leqslant 2-\frac{2}{m}。$$

根据 1974 年 Horowit 等[14]给出背包问题的多项式时间近似方案（PTAS）的最坏情况界为 $1+\varepsilon$，可以类似得到 $\frac{\sum\limits_{i\in B^*}s_i}{\sum\limits_{i=1}^{b}s_{[i]}}\leqslant 1+\varepsilon$。由此可证

$$\frac{C_{\max}(A_2)}{C_{\max}^*}\leqslant 2(1+\varepsilon)\left(1-\frac{1}{m}\right)。$$

4　结　论

本文主要研究云制造环境下受资源限制的同类机的调度问题，对工件长度是否相同两种情况进行讨论。当工件长度不相同时，给出了最坏情况界为 $2\left(1+\frac{1}{h-1}\right)$ 的近似算法。当工件长度相同时，给出了最坏情况界为 $2(1+\varepsilon)\left(1-\frac{1}{m}\right)$ 的近似算法。

参考文献：

[1] 李伯虎，张霖，王时龙，等. 云制造：面向服务的网络化制造新模式[J]. 计算机集成制造系统，2010，16(1)：1-7.

[2] 李伯虎，张霖，任磊，等. 再论云制造[J]. 计算机集成制造系统，2011，17(3)：449-457.

[3] 李伯虎，张霖，任磊，等. 云制造典型特征、关键技术与应用[J]. 计算机集成制造系统，2012，18(7)：1345-1356.

[4] Noga J. Scheduling with machine cost[C]//International Workshop on Approximation Algorithms for Combinatorial Optimization Problems: Randomization, Approximation, and Combinatorial Algorithms and Techniques. Springer-Verlag，1999：168-176.

[5] Imreh C. Online scheduling with general machine cost functions[J]. Electronic Notes in Discrete Mathematics，2006，27(9)：49-50.

[6] Jiang Y W, He Y. Preemptive online algorithms for scheduling with machine cost[J]. Acta Informatica，2005，41(6)：315-340.

[7] Dosa G, Tan Z Y. New upper and lower bounds for on line scheduling with machine cost[J]. Discrete Optimization，2010，7(3)：125-135.

[8] Rustogi K, Strusevich A V. Parallel machine scheduling: Impact of adding extra machines[J]. Operations Research，61(5)：1243-1257.

[9] Jiang Y W, He Y. Semi-Online Algorithms for scheduling with machine cost[J]. Journal of Computer Science and Technology,2006,21(6):984-988.
[10] He C, Leung YT, Lee K, et al. Scheduling a single machine with parallel batching to minimize makespan and total rejection cost[J]. Discrete Applied Mathematics, 2016,204(C):150-163.
[11] Lee K, Leung YT, Jia Z H, et al. Fast approximation algorithms for bi-criteria scheduling with machine assignment costs[J]. European Journal of Operational Research,2014,238(1):54-64.
[12] Li K, Zhang X, Leung YT, et al. Parallel machine scheduling problems in green manufacturing industry [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2016, 38: 98-106.
[13] Li K, Zhang H J, Cheng B Y, et al. Uniform parallel machine scheduling problems with fixed machine cost[J/OL]. Optimization Letters, 2016[2017-09-08]. https://doi.org/10.1007/s11590-016-1096-3.
[14] Horowitz E, Sahni S, Sahni, S. Computing partitions with applications to the knapsack problem[J]. Journal of the Acm,1974,21(2):277-292.

Resource-constrained uniform parallel machine scheduling in cloud manufacturing

LIU Shudan, *JIANG Yiwei*, *ZHOU Tianhe*
(School of Sciences, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In this paper, resource-constrained uniform parallel machine scheduling in cloud manufacturing is studied. The goal is to minimize the makespan within a given cost. Each machine has different speed and fixed machining cost. Approximation algorithms are given for both cases of the jobs with same sizes or different sizes, and their worst-case boundaries are gained, respectively.

Key words: resource-constrained; uniform parallel machine scheduling; makespan; approximation algorithm

(责任编辑:康 锋)