

输入受限迟滞非线性系统的滑模控制

姜慧斌,潘海鹏,赵新龙

(浙江理工大学机械与自动控制学院,杭州 310018)

摘 要:针对一类含有 Backlash-like 迟滞特性的非线性系统,设计了输入受限情况下的滑模控制器。首先分析了 Backlash-like 模型中的变量特性,引入 RBF 神经网络对迟滞模型中的类扰动项进行近似逼近,在类扰动项未知情况下,削弱迟滞对系统的影响;然后通过定义一个稳定自适应的辅助补偿系统,采用输入饱和误差动态放大的方法来实现控制饱和的补偿;最后结合 Lyapunov 函数设计了滑模控制器。该方法考虑了控制输入受限,符合实际工程情况,有效减少了智能材料中迟滞非线性对系统造成的不良影响,提高了系统的控制精度和稳定性能。仿真结果表明该控制方法有效。

关键词: 输入受限; Backlash-like 模型; 迟滞; RBF 神经网络; Lyapunov 函数; 滑模控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851 (2017) 04-0545-06

0 引 言

近年来,随着微/纳米技术的快速发展,对运动机构的精度要求越来越高。基于智能材料如压电陶瓷、磁致伸缩材料等的执行器,具有响应速度快、驱动力大、定位精度高等优点,已广泛应用于航空航天技术、精密机械加工、计算机组件、微型机器人、生物工程等高精度定位系统。然而存在于这些执行器中的迟滞非线性特性影响了系统的表现,迟滞非线性不仅会造成误差和振荡,降低系统的控制精度,甚至还会导致系统不能稳定运行^[1]。迟滞系统具有多映射、记忆性、非平滑、速率相关性等特点,使得常用的控制理论难以对其实施有效控制^[2]。

关于迟滞非线性系统的研究主要分为迟滞建模和控制方法设计两个方面。在迟滞特性的建模方面,迟滞非线性系统可以分为:a)唯象类的迟滞模型,如 Preisach 模型、PI 模型、KP 模型等^[3];b)基于物理机制的迟滞模型,如 JA 模型、Maxwell 模型、Duhem 模型等^[4]。在控制方法设计上,控制方法可以分为直接控制和基于迟滞逆模型的控制。其中,

基于迟滞逆模型的控制有直接开环逆控制^[5-6]、逆模型作为前馈与常规反馈相结合的控制^[7]、逆模型线性化后与常规控制相结合的控制^[8]。而直接控制分为直接融合迟滞模型的控制^[9-11]和将迟滞作为扰动的控制^[12]。

目前对迟滞系统的研究一般都是在输入不受限的情况下开展。然而,在实际的迟滞非线性系统中,由于智能材料执行器的限制,控制律的大小通常有一定的限制,过大的输入量不仅会使系统的控制难以实现,甚至可能会损坏执行器,造成智能材料被击穿。研究在输入受限条件下实现对迟滞系统的控制器设计,具有十分重要的现实意义。吕跃勇等^[13]通过引入双曲正切函数来保证控制器输出有界,从而解决卫星编队飞行中的饱和问题。王永超等^[14]给出了非线性系统控制受限问题的自适应模糊反步控制方案。刘金锟等^[15]设计了基于线性矩阵不等式的抗饱和补偿器,保证了受限控制系统的稳定。

本文针对一类微分方程描述的 Backlash-like 迟滞模型,设计了输入受限情况下的迟滞非线性系统的控制器。首先利用 RBF 神经网络对迟滞模型

中的类扰动项进行近似逼近,减轻迟滞对系统的影响,然后采用输入饱和误差动态放大的方法,实现输入受限下迟滞系统的滑模控制。与其他文献相比,本文基于输入受限的迟滞非线性系统,符合实际工程情况,且设计了输入受限辅助补偿系统,避免了过大控制难以实现的问题,抗扰动能力强,物理实现简单,能够有效地减轻迟滞影响,加快响应速度,快速精确地对系统期望轨迹进行跟踪,提高了系统的稳定性。

1 输入受限迟滞非线性系统描述

考虑如下一类含有迟滞特性的单输入单输出的严反馈非线性系统,整个系统描述如下:

$$\begin{cases} \ddot{y}(t) + 2\xi\dot{y}(t) + \sigma^2 y(t) - \delta(t) = Kw \\ w = H(u) \\ u = \text{sat}(v) \end{cases} \quad (1)$$

其中: w 为动态系统的输入以及迟滞的输出; u 为迟滞系统的受限输入; $y(t)$ 为动态系统的输出; H 表示迟滞特性; v 为系统控制输入量; σ 为固有频率; ξ 为阻尼比; K 为标量增益,且有 $K > 0$; $\delta(t)$ 为系统受到的外界干扰。

将式(1)转换成系统状态空间模型,可写成如下形式:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\sigma^2 & -2\xi\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ \delta(t) \end{bmatrix} \\ y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ w = H(u) \\ u = \text{sat}(v) \end{cases} \quad (2)$$

其中: $[x_1 \ x_2]$ 为非线性系统状态。对于上述输入受限迟滞非线性系统,设迟滞系统允许最大输入值为 u_{\max} ,令 $u = \text{sat}(v)$,设有 $\Delta u = \text{sat}(v) - v$ 。具有饱和约束性质的控制输入函数可表示为:

$$\text{sat}(v) = \begin{cases} u_{\max}, & v > u_{\max} \\ v, & |v| \leq u_{\max} \\ -u_{\max}, & v < -u_{\max} \end{cases} \quad (3)$$

系统的迟滞 $H(u)$ 由Backlash-like迟滞模型来表示,用微分方程描述为:

$$\frac{d w}{d t} = \alpha \left| \frac{d u}{d t} \right| (c u - w) + B \frac{d u}{d t} \quad (4)$$

其中: α 、 c 和 B 是常数, $c > 0$ 是迟滞曲线的斜率,满足 $c > B$ 。上述微分方程可写成如下形式:

$$w(t) = c u + d(u) \quad (5)$$

$$d(u) = (w_0 - c u_0) e^{-\alpha(u-u_0) \text{sgn}(\dot{u})} + e^{-\alpha u \text{sgn}(\dot{u})} \int_{u_0}^u (B - c) e^{\alpha \xi \text{sgn}(\dot{u})} d \xi \quad (6)$$

文献[16]证明了Backlash-like迟滞模型中的 $d(u)$ 是有界的,且存在上界 ρ ,使得式(6)中的 $|d(u)| \leq \rho$ 。

对于上述微分方程描述的Backlash-like迟滞模型,给定模型参数 $\alpha = 1.01$, $c = 3.164$, $B = 0.345$,输入 $u(t) = a \sin(2.3t)$, a 分别为2.5, 3.5, 4.5, 5.5以及6.5时,迟滞系统的输入输出关系如图1所示。

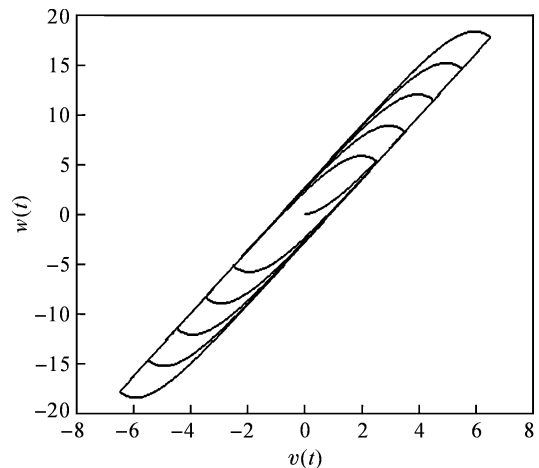


图1 Backlash-like迟滞模型表示的迟滞特性

从图1可知,由Backlash-like模型描述的迟滞具有以下几个特性:a)多映射性,即迟滞系统在输入相同的条件下,可能会产生不同的输出或在输出相同的条件下,也可能有不同的输入^[17];b)记忆性,即迟滞系统的输出不但和现在的输入值有关,与之前的输入值以及输入的变换情况都有关系;c)非平滑性,即在迟滞系统的输入方向变化时,在迟滞的转折处不可微分。

2 控制器设计

Backlash-like迟滞模型可以由微分方程来进行描述,在变量 $d(u)$ 上界 ρ 未知时,引入RBF神经网络进行近似逼近,从而进行输入受限下的滑模控制器设计。

在控制器设计之初,引入以下假设:

假设1 系统期望输出 y_d 是关于 t 的有界函数,并且它的导数也是有界的。

假设2 系统受到的外界干扰 $\delta(t)$ 是未知但有界的,即满足 $|\delta(t)| \leq D$ 。

本文的控制目的是使系统输出 y 能够跟踪系统参考输入信号 y_d 。

2.1 RBF 神经网络逼近

对于 Backlash-like 迟滞模型中的变量 $d(u)$, 在其上界 ρ 未知时, 采用 RBF 神经网络进行近似逼近, 则网络的第 j 个隐层神经元输出为:

$$h_j = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_j\|^2}{2b_j^2}\right) \quad (7)$$

其中: \mathbf{x} 为网络输入, \mathbf{c}_j 为第 j 个神经元的中心向量, b_j 为第 j 个神经元的高斯函数宽度。则迟滞模型变量 $d(u)$ 可以表示为:

$$d(u) = \mathbf{W}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (8)$$

其中: \mathbf{W} 为网络的理想权值, $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ 是网络隐层神经元的输出, ε 为网络的逼近误差, 且 $|\varepsilon| \leq \varepsilon_N$ 。

假设 3 权值矩阵 \mathbf{W} 有界且满足 $\|\mathbf{W}\| \leq \|\mathbf{W}_p\|$, 其中 $\mathbf{W}_p > 0$ 。

\hat{d} 设计为 RBF 网络的输出, 即有:

$$\hat{d}(u) = \hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (9)$$

其中: $\hat{\mathbf{W}}$ 为 \mathbf{W} 的估计值。

2.2 辅助补偿系统设计

设计输入受限条件下迟滞非线性系统的控制器, 需要先定义一个辅助补偿系统, 运用输入饱和误差动态放大来实现基于输入饱和的滑模控制。输入受限迟滞非线性系统的控制框图可以表示为图 2。

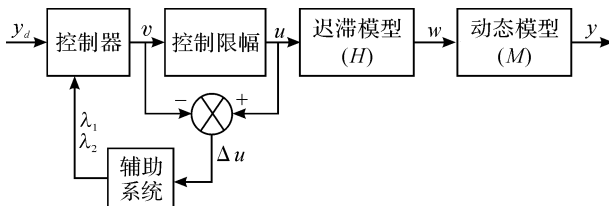


图 2 输入受限迟滞非线性系统

根据文献[18-19]可知, 通过建立一个稳定自适应的辅助系统, 可以对控制达到饱和时进行补偿。辅助系统如下:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\mu_1 \lambda_1 + \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 = -\mu_2 \lambda_2 + Kc \Delta u \end{cases} \quad (10)$$

式(10)也可以写成:

$$\dot{\lambda} = -\mathbf{A}\lambda + \bar{\mathbf{K}}\Delta u \quad (11)$$

其中: $\mu_1 > 0, \mu_2 > 0, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mu_1 & 1 \\ 0 & -\mu_2 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 0 \\ Kc \end{bmatrix}$ 。

为了保证辅助补偿系统稳定, 可以通过对上述 \mathbf{A} 的取值进行保守设计, 实现对 Δu 的补偿, 从而使式(10)绝对稳定^[20]。

2.3 滑模控制设计

为了实现对系统的控制, 使系统的输出 y 能够跟踪上系统的期望输出信号 y_d 。定义误差如下:

$$e = x_1 - y_d - \lambda_1 \quad (12)$$

则 $\dot{e} = \dot{x}_1 - \dot{y}_d - \dot{\lambda}_1 = x_2 - \dot{y}_d - \lambda_2 + \mu_1 \lambda_1$ 。

设计滑模函数为 $s = \tau e + \dot{e}$, 其中 $\tau > 0$ 。则:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \tau \dot{e} + \ddot{e} = \tau \dot{e} + \ddot{x}_1 - \ddot{y}_d - \ddot{\lambda}_1 \\ &= \tau \dot{e} - \sigma^2 x_1 - 2\zeta\sigma x_2 + K\dot{w} + \delta(t) - \ddot{y}_d - (-\mu_1 \dot{\lambda}_1 + \dot{\lambda}_2) \\ &= \tau \dot{e} - \sigma^2 x_1 - 2\zeta\sigma x_2 + K(cu + d(u)) + \delta(t) - \ddot{y}_d + \\ &\quad \mu_1(-\mu_1 \lambda_1 + \lambda_2) - (-\mu_2 \lambda_2 + Kc\Delta u) \\ &= \tau \dot{e} - \sigma^2 x_1 - 2\zeta\sigma x_2 + Kcv + Kd(u) + \delta(t) - \ddot{y}_d + \\ &\quad \mu_1(-\mu_1 \lambda_1 + \lambda_2) + \mu_2 \lambda_2 \end{aligned} \quad (13)$$

设计控制律为:

$$v = (-\tau \dot{e} + \sigma^2 x_1 + 2\zeta\sigma x_2 + \ddot{y}_d - \mu_1(-\mu_1 \lambda_1 + \lambda_2) - \mu_2 \lambda_2 - K\hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) - \frac{\varphi \operatorname{sgn}(s)}{Kc}) \quad (14)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}} = \frac{K\mathbf{h}(\mathbf{x})s}{\gamma} \quad (15)$$

其中: $\varphi \geq K\varepsilon_N + D$ 。将控制律代入式(13), 则此时:

$$\dot{s} = K\hat{d}(u) + \delta(t) - \varphi \operatorname{sgn}(s) \quad (16)$$

其中: $\hat{d}(u) = \hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \varepsilon, \tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W} - \hat{\mathbf{W}}$ 。

证明 证明系统的稳定性, 选取 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}\gamma\tilde{\mathbf{W}}^T\tilde{\mathbf{W}} \quad (17)$$

对 V 进行求导:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{s}s + \gamma\tilde{\mathbf{W}}^T\dot{\tilde{\mathbf{W}}} \\ &= s(K\hat{d}(u) + \delta(t) - \varphi) - \gamma\tilde{\mathbf{W}}^T\dot{\tilde{\mathbf{W}}} \\ &= (K\hat{d}(u) + \delta(t))s - \varphi|s| - \gamma\tilde{\mathbf{W}}^T\dot{\tilde{\mathbf{W}}} \\ &= (K\tilde{\mathbf{W}}^T\mathbf{h}(\mathbf{x}) + K\varepsilon + \delta(t))s - \varphi|s| - \gamma\tilde{\mathbf{W}}^T\dot{\tilde{\mathbf{W}}} \\ &= (K\varepsilon + \delta(t))s - \varphi|s| + \tilde{\mathbf{W}}^T(K\mathbf{h}(\mathbf{x})s - \gamma\dot{\tilde{\mathbf{W}}}) \\ &\leq (K\varepsilon + \delta(t))s - (K\varepsilon_N + D)|s| \\ &= K\varepsilon s - K\varepsilon_N|s| + \delta(t)s - D|s| \leq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

以上推导表明 $V(t)$ 是一致最终有界的, 系统的 $x_1, x_2, \lambda_1, \lambda_2$ 等所有信号都是有界的, 迟滞系统在上述滑模控制器控制下, 系统是渐近稳定的。

3 仿真实验

本文所采用的迟滞非线性系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\sigma^2 x_1 - 2\zeta\sigma x_2 + K\dot{w} + \delta(t) \\ y = x_1 \\ \dot{w} = cu + d(u) \\ \frac{dw}{dt} = \alpha \left| \frac{dw}{dt} \right| (cu - w) + B \frac{du}{dt} \\ u = \operatorname{sat}(v) \end{cases}$$

在 Matlab 软件平台下, 建立系统的仿真模型,

如图3所示。其中: $\xi = 12.5, \sigma = 1, K = 250, c = 3.1635, \alpha = 1, B = 0.345$ 。系统参考输入信号 $y_d = 0.5\sin(5t) + 0.5\sin(2.5t)$, 系统的初始状态为 $[2 \ 0]$, 扰动 $\delta(t)$ 取值 $2\sin(0.6t)$, 则 $D = 2$, 设输入受限迟滞非线性系统允许最大输入值 u_{\max} 范围为

$[-3, 3]$ 。对于系统的控制器取值, 取 $\tau = 100, \mu_1 = \mu_2 = 10, \varphi = 2.5$ 。RBF神经网络输入为 $[x_1 \ x_2]$, 参数 c_j 取 $[-1.0, -0.5, 0, -0.5, 1.0]$, b_j 取值为 3, γ 取值 1, 网络权值中各元素初始值取 0.10, 跟踪误差为 $E = y - y_d$ 。

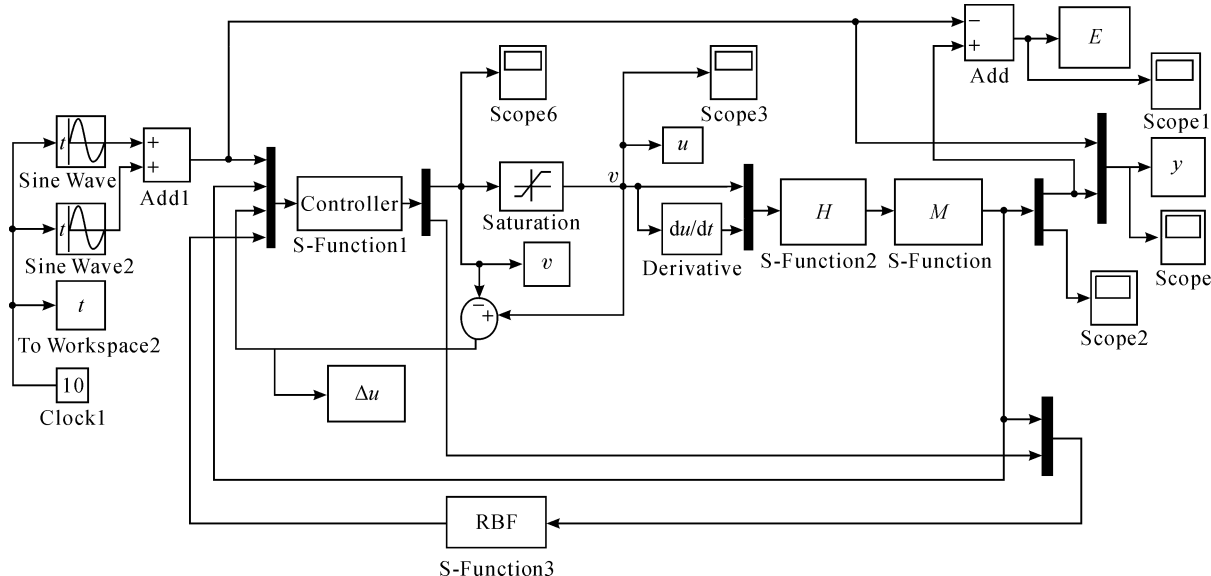


图3 系统的仿真模型

仿真结果如图4—图7所示。图4表示该系统运行时的迟滞非线性特性;图5表示本文的控制方法系统的控制输入量 v 和受限后的迟滞输入量 u ;图6表示系统的实际输出和期望输出比较。可以看出,对于输入受限的迟滞非线性系统,与常规的滑模控制器输出直接加饱和处理的方法相比,采用本文控制方法的实际输出能够更快速精确地跟踪期望轨迹;图7表示两种方法系统的跟踪误差比较,由此可知采用本文的控制方法,跟踪误差很快减小且稳定时跟踪误差很小,说明本文设计的控制方案有较好的抗干扰性,且控制精度高。

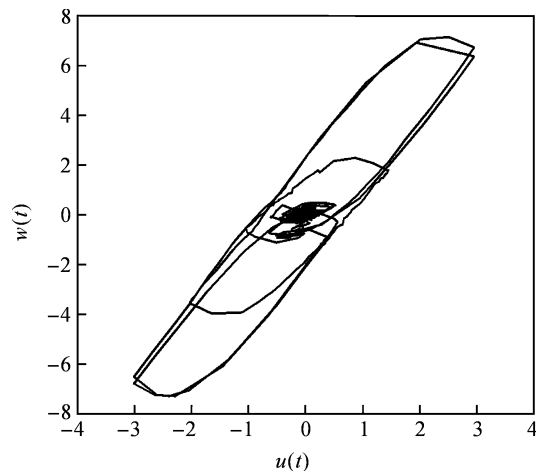
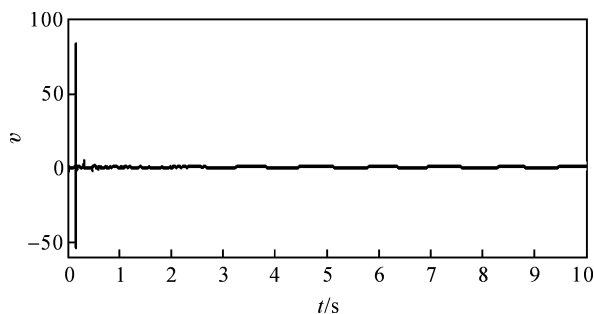
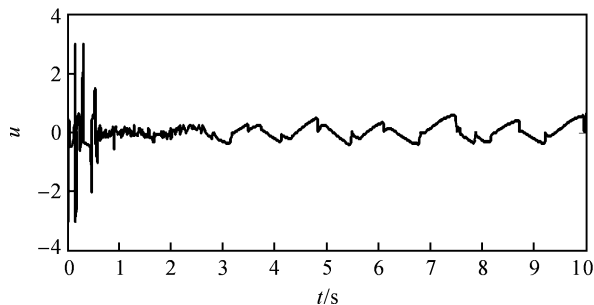


图4 系统的迟滞非线性



(a) 控制输入 v



(b) 受限后的迟滞输入 u

图5 系统的控制输入 v 和受限后的迟滞输入 u

4 结论

本文针对控制输入受限下的迟滞非线性系统,利用 Backlash-like 模型来描述系统的迟滞特性,将迟滞模型中的类扰动项用 RBF 神经网络进行近似逼近,在类扰动项界未知情况下,减小迟滞对系统的

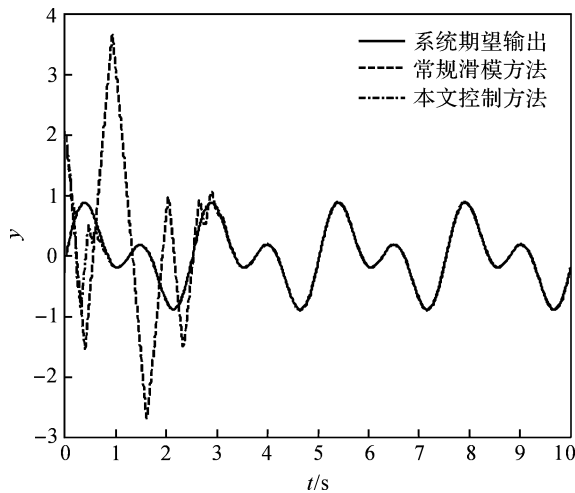


图6 系统的输出轨迹

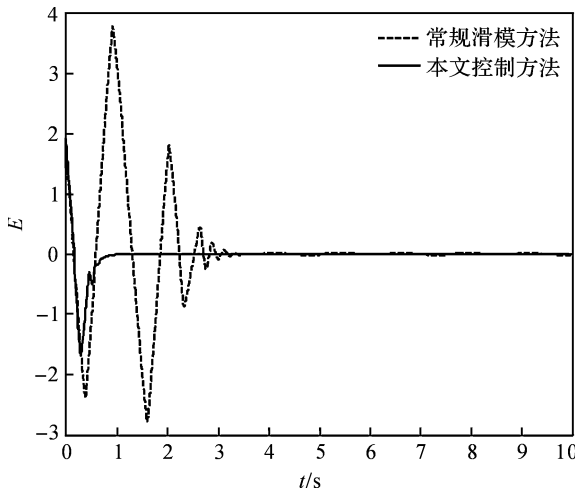


图7 跟踪误差

影响。然后通过建立一个稳定自适应的辅助系统,采用输入饱和误差动态放大和滑模控制相结合的方法设计了控制器,并用 Lyapunov 函数证明了稳定性。本文的研究解决了控制输入受限饱和时迟滞非线性系统的控制问题,设计的控制方法有较好的抗干扰性,响应速度快,能实现对系统期望轨迹的精确和快速跟踪,有效地降低了迟滞非线性对系统造成的不良影响,提高了系统的控制精度和稳定性能。仿真结果验证了该方法的有效性。

参考文献:

- [1] HUGHES D, WEN J T. Preisach modeling of piezoceramic and shape memory alloy hysteresis [J]. Smart Materials and Structures, 1997, 6(3): 287-300.
- [2] 李振伟. 振动控制中作动器迟滞非线性补偿方法研究[D]. 上海:上海交通大学, 2011:17-18.
- [3] CHEN X, HISAYAMA T, SU C Y. Adaptive control for uncertain continuous-time systems using implicit

- inversion of prandtl-ishlinskii hysteresis representation [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(10):2357-2363.
- [4] OH J H, BERNSTEIN D S. Semilinear Duhem model for rate-independent and rate-dependent hysteresis [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5): 631-645.
- [5] GU G Y, YANG M J, ZHU L M. Real-time inverse hysteresis compensation of piezoelectric actuators with a modified Prandtl-Ishlinskii model [J]. Review of Scientific Instruments, 2012, 83(6): 065106.
- [6] 赵新龙, 道欣. 迟滞非线性系统的反演滑模控制器设计[J]. 浙江理工大学学报, 2016, 35(4):592-595.
- [7] PING G, JOUANEH M. Tracking control of a piezoceramic actuator [J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 1996, 4(3): 209-216.
- [8] ZHOU J. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems with hysteresis nonlinearity [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(10): 2627-2633.
- [9] YING F, HENRY H, et al. Robust adaptive control law for a class of nonlinear systems with differential equation-based hysteresis-Duhem representation [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 25(2): 1339-1344.
- [10] SU C Y, WANG Q Q, CHEN X K. Adaptive variable structure control of a class of nonlinear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(12): 2069-2074.
- [11] 赵新龙, 汪佳丽. 结合误差变换的 Bouc-Wen 迟滞非线性系统反步控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(8):1094-1098.
- [12] ZHONG J H, YAO B. Adaptive robust precision motion control of a piezoelectric positioning stage [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008, 16(5): 1039-1046.
- [13] 吕跃勇, 胡庆雷, 马广富, 等. 带有控制受限的卫星编队飞行六自由度自适应协同控制[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(3):321-328.
- [14] 王永超, 张胜修, 曹立佳, 等. 输入受限的非线性系统自适应模糊 backstepping 控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(12):1669-1675.
- [15] 刘金锟, 王明钊. 挠性航天器 LMI 抗饱和和控制及模态振动抑制[J]. 电机与控制学报, 2014, 18(3):79-84.
- [16] SU C Y, YURY S, SVOBODA J, et al. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(12):

- 2427-2432.
- [17] 李春涛, 谭永红. 迟滞非线性系统的建模与控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 281-287.
- [18] CHEN M, GE S S, REN B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints[J]. Automatica, 2011, 47(3): 452-465.
- [19] TARBOURIECH S, TURNER M. Anti-windup design: an overview of some recent advances and open problems[J]. Control Theory & Applications Iet, 2009, 3(1): 1-19.
- [20] 刘金锟, 龚海生. 有输入饱和的欠驱动 VTOL 飞行器滑模控制[J]. 电机与控制学报, 2013, 17(3): 92-97.

Sliding Mode Control for Hysteresis Nonlinear System with Input Constraint

JIANG Huibin, PAN Haipeng, ZHAO Xinlong

(Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: A sliding mode controller is designed for a kind of nonlinear system with Backlash-like hysteresis characteristic under the condition of input constraint. Firstly, the variable characteristics in Backlash-like model were analyzed, and the RBF neural network was introduced to approximate the perturbation term in the hysteresis model to weaken the hysteresis influence on the system when the disturbance domain is unknown. Secondly, a stable adaptive auxiliary compensation system was defined to realize the compensation of the control saturation by dynamically amplifying the input saturation error. Finally, the sliding mode controller was designed by combining Lyapunov function for the hysteresis system. Furthermore, it considers the control input of the system and it is in line with the actual project conditions. Meanwhile, it effectively reduces the adverse influence of the hysteresis nonlinearity on the system and improves system control precision and stability performance. The simulation results verify the effectiveness of the control method.

Key words: system with input constraint; Backlash-like model; hysteresis; RBF neural network ; Lyapunov function; sliding mode control

(责任编辑: 康 锋)