

迟滞非线性系统的反演滑模控制器设计

赵新龙,道欣

(浙江理工大学机械与自动控制学院,杭州 310018)

摘要: 为了消除迟滞对系统的不良影响,对一类 Bouc-Wen 模型表示的迟滞系统设计了反演滑模控制器。由于迟滞的非平滑、多映射等特性会引起系统振荡甚至造成系统不稳定,首先采用 Bouc-Wen 模型描述迟滞,分析了 Bouc-Wen 模型的特性并得到其上界值;然后引入滑模项以克服干扰,设计了反演滑模控制器,采用 Lyapunov 函数的设计过程以保证系统的稳定性;最后进行仿真实验,结果证明该控制方法有效。

关键词: 迟滞;Bouc-Wen 模型;反演;滑模控制

中图分类号: TP29

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851 (2016) 04-0592-04

引用页码: 070504

0 引言

智能材料执行器具有精度高、响应速度快的优点,已经广泛地应用在微机电系统、超精密加工、生物工程等领域。然而智能材料一般都存在迟滞特性,具有多映射、记忆性、非平滑等特点,会影响系统的控制精度,引起系统振荡,导致系统不稳定^[1]。由迟滞所引起的误差可达到整个行程的 10%~15%^[2],在强调纳米级精度的超精密系统中,需要消除迟滞给系统带来的不良影响。

近年来,国内外专家学者针对常规的控制算法不能对迟滞非线性系统进行精确控制的问题,提出了许多控制方法,主要分为以下两类:一类是基于迟滞逆模型的控制方法,另一类是直接控制方法。基于逆模型的控制方法主要有两种:第一种是前馈-反馈控制法,即将迟滞逆模型作为前馈补偿,反馈控制采用常规的控制方法^[3];第二种是逆模型串联-常规控制法,即首先将逆模型与迟滞模型串联实现初步补偿,然后对补偿后的系统进行控制器设计。但是这两种基于迟滞逆模型的方法存在参数依赖性强、难以证明稳定性的缺点。直接控制法是在控制器中直接考虑迟滞的影响来实现补偿的控制器

设计方法,也可以分为两种:第一方法是直接结合迟滞模型来设计控制器^[4-6],第二种方法是将迟滞作为扰动来设计控制器^[7-8]。直接控制方法能够避免建立迟滞逆模型,从而克服了基于逆模型方法的局限性。在众多的迟滞模型中,Bouc-Wen 模型采用微分方程的形式来表达迟滞特性,广泛应用于压电陶瓷、磁致伸缩材料等构成的智能执行器建模。

本文针对一类 Bouc-Wen 模型描述的迟滞系统,采用直接法来设计控制器。在分析 Bouc-Wen 模型中变量特性的基础上,设计了迟滞非线性系统的反演滑模控制器。

1 迟滞非线性系统结构

迟滞非线性系统可以用图 1 描述。 H 为迟滞特性, P 为动态系统, $u(t)$ 表示迟滞的输入, $v(t)$ 表示迟滞的输出和动态系统的输入, $y(t)$ 表示动态系统的输出。

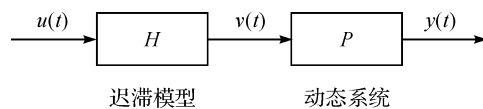


图1 迟滞非线性系统

收稿日期: 2015-08-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273184);浙江省自然科学基金项目(LY15F030022,LZ15F030005)

作者简介: 赵新龙(1977-),男,山东海阳人,副教授,博士,主要从事迟滞非线性系统方面的研究。

整个迟滞系统可用式(1)描述^[9]:

$$\begin{cases} M\ddot{y}(t) + D\dot{y}(t) + Fy(t) = v \\ v = H(u) \end{cases} \quad (1)$$

转换成系统状态空间模型,可写成如式(2)形式:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{F}{M} & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} v \\ y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ v = H(u) \end{cases} \quad (2)$$

其中: M 、 D 、 F 分别表示质量、阻尼系统和刚度系数,迟滞 H 由 Bouc-Wen 模型来表示,表达式如式(3)、式(4)所示:

$$v(t) = d_p u(t) - h(t) \quad (3)$$

$$\dot{h} = A_{bw} \dot{u} - \beta |\dot{u}| h |h|^{n-1} - \gamma \dot{u} |h|^n \quad (4)$$

其中: d_p 为迟滞输入的控制参数, A_{bw} 为恢复力振幅的控制参数, β 、 γ 为迟滞形状的控制参数。

Bouc-Wen模型通过微分方程的形式描述,无法求得该方程的通解,在解特性未知的情况下,难以实现迟滞系统的控制器设计。Fayçal等^[10]对该模型进行了分析,证明了 Bouc-Wen 模型的中间变量 h 有界,并给出上界值 h_M :

$$h = \varphi_{\beta, \gamma, n} \sqrt[n]{\frac{A_{bw}}{\beta + \gamma}} \quad (5)$$

其中: $0 \leq \varphi_{\beta, \gamma, n} \leq 1$, 这样可得到上界值 $h_M = \sqrt[n]{\frac{A_{bw}}{\beta + \gamma}}$ 。

2 反演滑模控制器设计

为了消除迟滞给系统带来的影响,本文基于 Bouc-Wen 模型的解特性,结合反演控制和滑模控制的优点来设计反演滑模控制器。该控制器不仅具有反演控制动静特性优良、结构简单、鲁棒性强的优点,而且具有滑模控制对参数变化适应力强的优点^[11-13]。

假设期望输出为 x_d ,跟踪误差为 $z_1 = x_1 - x_d$, $\alpha = -c_1 z_1$, $z_2 = x_2 - \alpha - \dot{x}_d$, 则 $\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_d = x_2 - \dot{x}_d = z_2 + \alpha$ 。

选取 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2$$

求导得:

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 z_2 - c_1 z_1^2 \quad (6)$$

其中: α 为虚拟控制量, c_1 为正常数。

定义切换函数为:

$$\sigma = k_1 z_1 + z_2 \quad (7)$$

其中 $k_1 > 0$ 。

由于 $\dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1$, 则:

$$\begin{aligned} \sigma &= k_1 z_1 + z_2 = k_1 z_1 + \dot{z}_1 + c_1 z_1 \\ &= (k_1 + c_1) z_1 + \dot{z}_1 \end{aligned} \quad (8)$$

由 Bouc-Wen 模型特性式(5)和系统式(2)来设计实际控制律为:

$$\begin{aligned} u &= d_p^{-1}(-Mk_1(z_2 - c_1 z_1) + Fx_1 + Dx_2 + M\ddot{x}_d \\ &\quad - Mk_1 \dot{z}_1 + \text{sgn}(\sigma) \dot{B} - Ma\sigma) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\dot{B} = -\frac{|\sigma|}{M} \quad (10)$$

其中: a 为正的常数, $B = h_M$, \dot{B} 是 B 的估计值, $\tilde{B} = B - \dot{B}$ 。

定理 1 对于迟滞非线性系统式(1)及 Bouc-Wen 迟滞模型式(3)、式(4),假设系统期望输出及其导数有界,采用式(9)、式(10)的控制算法,则闭环系统的所有信号都是有界的。

证明:选取 Lyapunov 函数:

$$V = V_1 + \frac{1}{2} \sigma^2 + \frac{1}{2} \tilde{B}^2,$$

求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \sigma \dot{\sigma} - \tilde{B} \dot{\tilde{B}} = z_1 z_2 - c_1 z_1^2 + \sigma(k_1 \dot{z}_1 + \dot{z}_2) - \tilde{B} \dot{\tilde{B}} = z_1 z_2 - c_1 z_1^2 + \sigma(k_1(z_2 - c_1 z_1) + \dot{x}_2 + c_1 \dot{z}_1 - \ddot{x}_d) - \tilde{B} \dot{\tilde{B}} \\ &= z_1 z_2 - c_1 z_1^2 + \sigma(k_1(z_2 - c_1 z_1) - \frac{F}{M} x_1 - \frac{D}{M} x_2 + \frac{1}{M} v + c_1 \dot{z}_1 - \ddot{x}_d) - \tilde{B} \dot{\tilde{B}} = z_1 z_2 - c_1 z_1^2 \\ &\quad + \sigma(k_1(z_2 - c_1 z_1) - \frac{F}{M} x_1 - \frac{D}{M} x_2 + \frac{1}{M} (d_p u - h) + c_1 \dot{z}_1 - \ddot{x}_d) - \tilde{B} \dot{\tilde{B}}. \end{aligned}$$

将式(9)中的 u 带入上式,得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= z_1 z_2 - c_1 z_1^2 + \sigma \left(\frac{1}{M} \text{sgn}(\sigma) \dot{B} - a\sigma - \frac{h}{M} \right) - \tilde{B} \dot{\tilde{B}} \\ &= z_1 z_2 - c_1 z_1^2 - a\sigma^2 + \frac{|\sigma|}{M} \dot{B} - \frac{h}{M} \sigma - \tilde{B} \dot{\tilde{B}}. \end{aligned}$$

取

$$Q = \begin{bmatrix} c_1 + ak_1^2 & ak_1 - \frac{1}{2} \\ ak_1 - \frac{1}{2} & a \end{bmatrix} \quad (11)$$

由于

$$z^T Q z = [z_1 \quad z_2] \begin{bmatrix} c_1 + ak_1^2 & ak_1 - \frac{1}{2} \\ ak_1 - \frac{1}{2} & a \end{bmatrix} [z_1 \quad z_2]^T$$

$$\begin{aligned}
 &= c_1 \dot{z}_1^2 - z_1 \dot{z}_2 + ak_1^2 z_1^2 + 2hk_1 z_1 \dot{z}_2 + a\dot{z}_2^2 \\
 &= c_1 \dot{z}_1^2 - z_1 \dot{z}_2 + a\sigma^2
 \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $z^T = [z_1 \ z_2]$ 。

如果保证 Q 为正定矩阵,可以得到:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -z^T Q z + \frac{|\sigma|}{M} \dot{B} - \frac{|\sigma|}{M} h_M - \tilde{B} \dot{B} \\
 &= -z^T Q z - \frac{|\sigma|}{M} (h_M - \dot{B}) - \tilde{B} \dot{B} \\
 &= -z^T Q z - \frac{|\sigma|}{M} \tilde{B} - \tilde{B} \dot{B} \\
 &= -z^T Q z - \tilde{B} \left(\frac{|\sigma|}{M} + \dot{B} \right) \leq 0
 \end{aligned} \quad (13)$$

由于

$$\begin{aligned}
 |Q| &= a(c_1 + ak_1^2)^2 - \left(ak_1 - \frac{1}{2} \right)^2 \\
 &= a(c_1 + k_1) - \frac{1}{4}
 \end{aligned} \quad (14)$$

通过取 a, c_1 和 k_1 的值,可使 $|Q| > 0$, 因此保证 Q 为正定矩阵, $\dot{V} \leq 0$, 并且控制律满足滑模控制的到达条件, 所以系统是稳定的。

为了抑制抖振, 将符号函数由饱和函数 $\text{sat}(\sigma)$ 代替, $\text{sat}(\sigma)$ 可表示为:

$$\text{sat}(\sigma) = \begin{cases} 1, \sigma > \Delta \\ k\sigma, |\sigma| \leq \Delta, \sigma = \frac{1}{\Delta} \\ -1, \sigma < -\Delta \end{cases} \quad (15)$$

因此, 整个系统的控制器为:

$$\begin{aligned}
 u &= d_p^{-1} (-Mk_1(z_2 - c_1 z_1) + Fx_1 + Dx_2 + M\ddot{x}_d \\
 &\quad - Mk_1 \dot{z}_1 + \text{sat}(\sigma) \dot{B} - Ma\sigma)
 \end{aligned} \quad (16)$$

3 仿真结果

本文采用的迟滞非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{F}{M}x_1 - \frac{D}{M}x_2 + \frac{1}{M}v \end{cases}, \quad v(t) = d_p u(t) - h(t), \\ \dot{h} = A_{bw} \dot{u} - \beta | \dot{u} | h | h |^{n-1} - \gamma \dot{u} | h |^n,$$

控制律的参数设置为: $c_1 = 10, k_1 = 15, a = 20, M = 10, D = 1.5, F = 2, B = 2, d_p = 0.6, A_{bw} = 1, \beta = 2, \gamma = 1.8, n = 1$ 。

图2表示PID控制和反演滑模控制的系统输出对比图, 从图2可以看出反演滑模控制系统比PID控制系统具有更好的跟踪性能, 图3表示PID控制和反演滑模控制的系统跟踪误差对比图, 可以看出反演滑模控制的系统跟踪误差比PID控制的

系统跟踪误差小, 并且能够在短时间达到稳定。

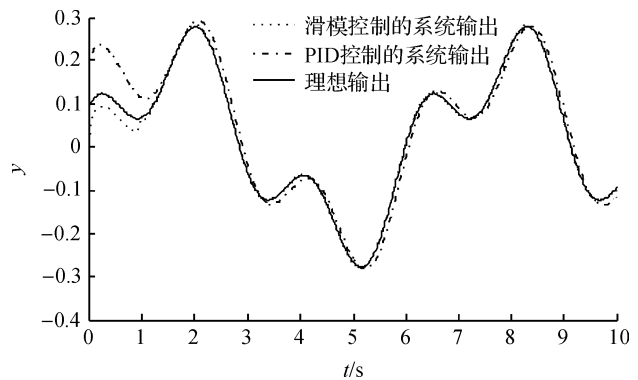


图2 PID控制和滑模控制的系统输出对比

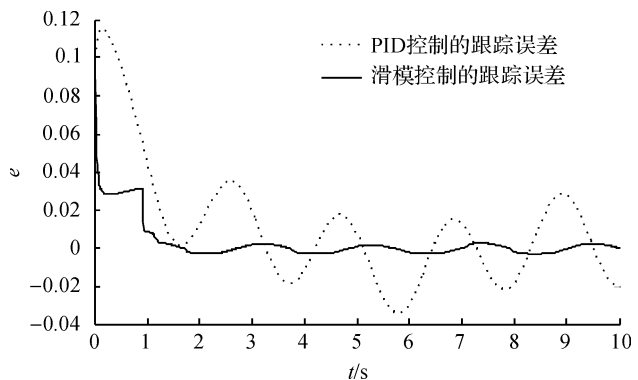


图3 PID控制和滑模控制的系统跟踪误差对比

4 结 语

针对一类具有 Bouc-Wen 模型的非线性系统, 采用反演控制与基于 Lyapunov 函数的滑模控制相结合来实现控制器的设计。该方法有效地削弱迟滞带来的不良影响, 保证期望的跟踪精度, 提高了系统的暂态和稳态性能。对迟滞非线性系统进行仿真, 结果表明该方法能够有效地减小误差, 提高系统的控制精度。

参考文献:

- [1] TAO G, KOKOTOVIĆ P V. Adaptive control of plants with unknown hystereses[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(2): 200-212.
- [2] GE P, JOUANEH M. Tracking control of a piezoceramic actuator[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1996, 4(3): 209-216.
- [3] GU G Y, YANG M J, ZHU L M. Real-time inverse hysteresis compensation of piezoelectric actuators with a modified Prandtl-Ishlinskii model [J]. Review of Scientific Instruments, 2012, 83(6): 065106.
- [4] SU C Y, STEPANENKO Y, SVOBODA J, et al. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems

- with unknown backlash-like hysteresis [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 45(12): 2427-2432.
- [5] SU C Y, WANG Q, CHEN X, et al. Adaptive variable structure control of a class of nonlinear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(12): 2069-2074.
- [6] 赵新龙, 谭永红, 董建萍. 基于迟滞算子的非平滑三明治系统自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 1121-1127.
- [7] ZHONG J, YAO B. Adaptive robust precision motion control of a piezoelectric positioning stage[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008, 16(5): 1039-1046.
- [8] XU Q, LI Y. Model predictive discrete-time sliding mode control of a nanopositioning piezostage without modeling hysteresis[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(4): 983-994.
- [9] ZHOU J, WEN C, ZHANG Y. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems with hysteresis nonlinearity [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(10): 2627-2633.
- [10] FAYÇAL I, JOSÉ R. Systems with Hysteresis: Analysis, Identification and Control Using the Bouc-Wen Model[M]. England: John Wiley & Sons, 2007: 313-322.
- [11] 刘金锟. 滑模变结构控制 Matlab 仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012: 207-215.
- [12] 翁永鹏, 高宪文, 刘昕明. 非仿射非线性离散系统的数据驱动二阶滑模解耦控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(3): 309-318.
- [13] 李雪冰, 马莉, 丁世宏. 一类新的二阶滑模控制方法及其在倒立摆控制中的应用[J]. 自动化学报, 2015, 41(1): 193-202.

Design of Backstepping Sliding Mode Control for Nonlinear System with Hysteresis

ZHAO Xinlong, DAO Xin

(Faculty of Mechanical Engineering & Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In order to eliminate the harmful effect of hysteresis on the system, a backstepping sliding controller is designed for hysteresis system of Bouc-Wen model. Non-smooth and multi-valued mapping characteristics of hysteresis will give rise to system oscillation and even result in system instability, so Bouc-Wen mode is adopted to describe hysteresis and the upper bound is derived. Then, sliding mode is introduced to overcome interference, and the backstepping sliding controller is designed. The design process of Lyapunov function is adopted to ensure system stability. Finally, the simulation results illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: hysteresis; Bouc-Wen model; backstepping; sliding mode control

(责任编辑: 康 锋)