

# 渥拉斯顿棱镜偏摆对激光外差干涉直线度测量的影响分析

张华叶, 张恩政, 严利平, 陈本永  
(浙江理工大学纳米测量技术实验室, 杭州 310018)

**摘 要:** 描述激光外差干涉直线度及其位置测量方法;分析由渥拉斯顿棱镜偏摆角引起的测量误差,建立激光外差干涉直线度及其位置测量误差的数学模型,并进行仿真分析研究。结果表明:渥拉斯顿棱镜倾角和摆角引入的测量误差为正弦型误差分量,当渥拉斯顿棱镜偏摆角为  $1^{\circ}$  时,直线度的测量误差有约为 100 nm,位置误差约为 1 nm;当渥拉斯顿棱镜的倾角为  $15''$  时,直线度测量误差约为 700 nm,位置误差约为 15 nm。

**关键词:** 激光外差干涉仪;渥拉斯顿棱镜;直线度;倾角;摆角

**中图分类号:** TH741      **文献标识码:** A

## 0 引 言

直线度是表征机械性能参数的一项重要几何量,直线度误差测量在机床、精密仪器制造与检测等领域中有着重要作用,其测量精度直接影响仪器设备的精度、性能和质量<sup>[1-2]</sup>。当前国内外激光干涉直线度测量方法只能进行直线度误差的单参数测量,而不能提供直线度误差的位置信息。另外,激光干涉仪的非线性误差是制约测量精度提高的关键因素<sup>[3-4]</sup>,因此,国内外学者对激光外差干涉非线性误差来源及其影响进行了大量研究,分析了不同来源的非线性误差及其作用机理<sup>[4-13]</sup>。本文介绍了一种基于激光外差干涉原理的直线度误差及其位置的测量系统,重点分析渥拉斯顿棱镜偏摆产生的系统非线性误差,建立非理想情况下渥拉斯顿棱镜倾角、摆角存在时非线性误差模型,并进行仿真分析,为该直线度测量系统的研制提供技术基础。

## 1 测量方法

激光外差干涉直线度及其位移测量系统如图 1 所示。双频激光器输出的频率为  $f_1$  和  $f_2$  的正交线偏振光入射到普通分光镜 BS 上,其中部分光由普

通分光镜 BS 反射经偏振片  $P_1$  被光电探测器  $D_1$  接收形成测量信号;另一部分光则透射过 BS 形成测量光束。该系统存在两套外差干涉的共光路结构:第一路外差干涉光路为  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 12$  和  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 12$ ;另一路外差干涉光路为  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 11$  和  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 11$ 。光电探测器  $D_1$  接收频率为  $f_1$  和  $f_2$  的光拍频产生的参考信号,光电探测器  $D_2$  接收频率  $f_1'$  和  $f_2$  的光拍频产生的测量信号,光电探测器  $D_3$  接收频率为  $f_1$  和  $f_2'$  的光拍频产生的测量信号。同时该两路测量信号共用一个参考信号。

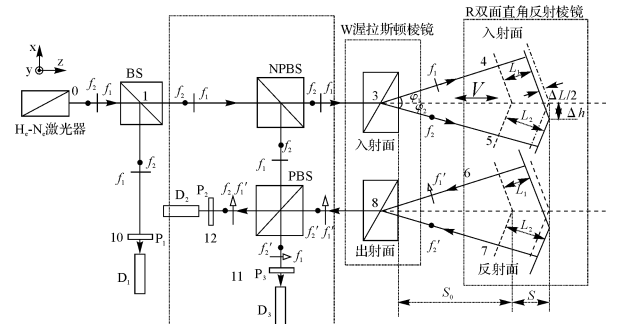


图 1 基于激光外差干涉的直线度及其位置测量系统光路图

图 1 划线表示屋脊双面反射棱镜 R 的原始位置,  $S_0$  表示初始时刻 R 镜所对应的位置, 点划线表示反射镜沿基准轴线平移 S 后的位置, 细实线表示当 R 镜沿着轴线移动时, 由于被测对象存在直线度误差, 导致 R 镜向下垂直移动了  $\Delta h$  距离。

令  $L_1$  和  $L_2$  为由 R 镜移动所引起的光程变化,  $L_{R10}$ 、 $L_{R20}$  表示初始位置时激光偏振矢量在 R 镜内部所走的路程,  $L_{R1}$ 、 $L_{R2}$  分别表示 R 镜移动后激光偏振矢量在屋脊双面反射棱镜内部所走的光程。则该测量系统实现的直线度误差及其位置分别为:

$$\Delta h = \frac{L_2 - L_1 - [(L_{R1} - L_{R10}) - (L_{R2} - L_{R20})]}{2\sin \frac{\theta}{2}} \quad (1)$$

$$S = \frac{L_2 + L_1 - [(L_{R1} - L_{R10}) + (L_{R2} - L_{R20})]}{2\cos \frac{\theta}{2}} \quad (2)$$

式中:  $\theta$  表示渥拉斯顿棱镜的分束角。

## 2 非线性误差建模

假设由于渥拉斯顿棱镜偏摆角引入的测量相位误差分别为  $\eta_1$  和  $\eta_2$ , 则三个探测器接收到的干涉信号相位为:

$$\varphi_R = \varphi_1 - \varphi_2$$
$$\varphi_{m1} = \varphi_1 - \varphi_2 + \Delta\varphi_x + \eta_1 \quad (3)$$

$$\varphi_{m2} = \varphi_1 - \varphi_2 - \Delta\varphi_y + \eta_2 \quad (4)$$

式中:  $\varphi_r$  为参考光束的相位,  $\varphi_{m1}$  为第一路测量光束的相位,  $\varphi_{m2}$  为第二路测量光束的相位,  $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$  表示偏振矢量的初始相位,  $\Delta\varphi_x$  和  $\Delta\varphi_y$  为由光程变化所引起的测量信号的相位差。

由测量镜移动引起的测量信号相对于参考信号的相位值的变化量可表示为:

$$\Delta\varphi_{m1} = \Delta\varphi_x + \eta_1, \quad \Delta\varphi_{m2} = -(\Delta\varphi_y - \eta_2)$$

则式(1)与式(2)变为:

$$\Delta h = \lambda \frac{\Delta\varphi_x - \Delta\varphi_y}{4\pi\sin \frac{\theta}{2}} - \lambda \frac{\eta_1 - \eta_2}{4\pi\sin \frac{\theta}{2}}$$

$$S = \lambda \frac{\Delta\varphi_x + \Delta\varphi_y}{4\pi\cos \frac{\theta}{2}} + \lambda \frac{\eta_1 + \eta_2}{4\pi\cos \frac{\theta}{2}}$$

上述两式中第一项为测量的准确值; 第二项为误差项, 其表达式分别为:

$$\partial h = \lambda \frac{\eta_1 - \eta_2}{4\pi\sin \frac{\theta}{2}} \quad (5)$$

$$\partial S = \lambda \frac{\eta_1 + \eta_2}{4\pi\cos \frac{\theta}{2}} \quad (6)$$

当光束入射到屋脊双面反射棱镜 R 时若存在倾角  $\alpha$  和摆角  $\beta$ , 则光束在反射镜内部的光程为:

$$L_R = \frac{\sqrt{2}bn' \sqrt{n'^2 - n^2 + 1}}{\sqrt{n'^2 - n^2 + (\cos\alpha \cdot \cos\beta)^2}}$$

式中:  $n$  表示空气折射率,  $n'$  表示 R 镜的折射率,  $b$  为 R 镜的直角边长。

## 3 渥拉斯顿棱镜摆角对测量结果的影响分析

假设理想状态下激光器输出的偏振矢量如下式所示:

$$E_x = A\exp[i(2\pi f_1 t + \varphi_1)]$$

$$E_y = B\exp[i(2\pi f_2 t + \varphi_2)]$$

图 2 为渥拉斯顿棱镜摆角存在时光路入射示意图, 图中渥拉斯顿棱镜存在一偏摆角  $\omega$ ,  $X$ 、 $Y$  表示双频激光的正交偏振矢量的偏振方向,  $X'$ 、 $Y'$  表示渥拉斯顿棱镜的  $o$  轴方向和  $e$  轴方向。

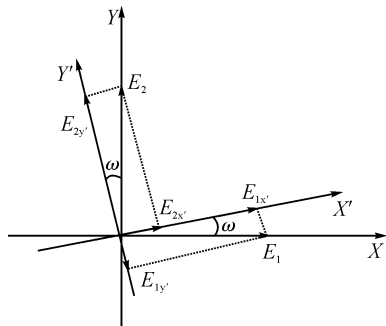


图 2 渥拉斯顿棱镜摆角存在时光路入射示意

由图 2 可知, 激光偏振矢量  $E_x$ 、 $E_y$  在  $X'$ 、 $Y'$  上的合矢量为:

$$E'_x = A\cos\omega\exp[i(2\pi f_1 t + \varphi_1)] +$$

$$B\sin\omega\exp[i(2\pi f_2 t + \varphi_2)]$$

$$E'_y = -A\sin\omega\exp[i(2\pi f_1 t + \varphi_1)] +$$

$$B\cos\omega\exp[i(2\pi f_2 t + \varphi_2)]$$

根据光强公式  $I = E \cdot E^*$ , 可推出渥拉斯顿棱镜摆角引起的相位误差为:

$$\eta_1 = -\tan^{-1} \frac{\cos\omega\sin\omega\sin\Delta\varphi_x}{\cos\omega + \cos\omega\sin\omega\cos\Delta\varphi_x} \quad (7)$$

$$\eta_2 = -\tan^{-1} \frac{\sin\omega\cos\omega\sin\Delta\varphi_y}{\cos\omega - \cos\omega\sin\omega\cos\Delta\varphi_y} \quad (8)$$

下面分别对直线度误差和位移误差进行分析讨论。

(a) 假设直线度误差为一固定值 ( $\Delta h = 1 \mu\text{m}$ ), 位置值随时间变化而变化。由式(1)、式(2)可得:

$$\Delta h = \lambda \frac{\Delta\varphi_x - \Delta\varphi_y}{4\pi\sin \frac{\theta}{2}}$$

$$S=\lambda\frac{\Delta\varphi_x+\Delta\varphi_y}{4\pi\cos\frac{\theta}{2}}$$

则可求出两路干涉信号的相位与直线度及位置之间的关系：

$$\Delta\varphi_x=\frac{2\pi\cos\frac{\theta}{2}S}{\lambda}+\frac{2\pi\sin\frac{\theta}{2}\Delta h}{\lambda}\tag{9}$$

$$\Delta\varphi_y=\frac{2\pi\cos\frac{\theta}{2}S}{\lambda}-\frac{2\pi\sin\frac{\theta}{2}\Delta h}{\lambda}\tag{10}$$

假设激光波长  $\lambda=632\text{ nm}$ ，空气折射率  $n=1.000\ 27$ ，R 镜的直角边长  $1\text{ cm}$ ，渥拉斯顿棱镜的厚度  $1\text{ cm}$ ，偏振分光棱镜材料折射率  $n_G=1.67$ ，高折射率膜的折射率  $n_H=2.30$ ，低折射率膜的折射率  $n_L=1.38$ 。

将以上数据代入式(9)和式(10)，结合式(7)、(8)对式(5)和式(6)进行 Matlab 仿真，结果如图 3 所示。由图 3(a)和图 3(b)可知，当 R 镜移动一定距离时，会对直线度测量引入一正弦误差量，误差量的振幅随着渥拉斯顿棱镜摆角的增大而显著增大，当两者的角度相差  $1^\circ$  时，直线度测量误差为  $130\text{ nm}$  左右；而位移误差则相对要小很多，其正弦量的误差的幅值为  $0.25\text{ nm}$  左右。

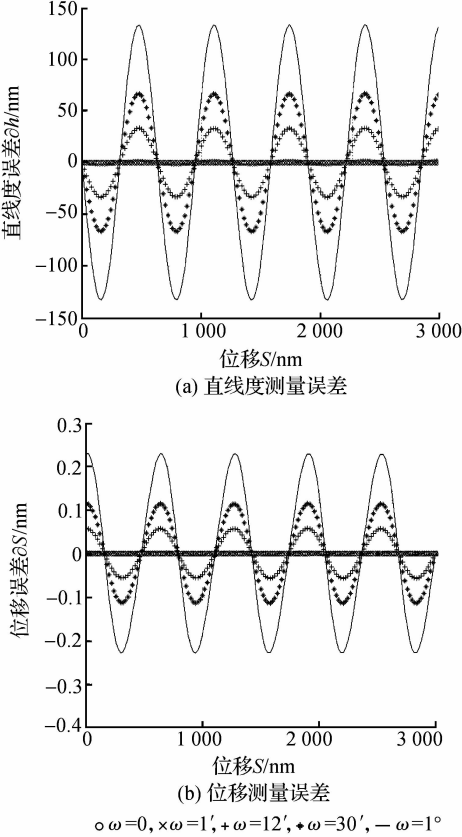


图3 渥拉斯顿棱镜摆角存在位移改变引起的非线性测量误差仿真结果

(b) 假设 R 镜位置为一固定值( $S=10\text{ mm}$ )，直线度随时间的变化而变化。与分析位移引起测量误差时类似，将已知量代入式(9)和式(10)，结合式(7)、(8)对式(5)和式(6)进行 Matlab 仿真，结果如图 4 所示。由图 4(a)和图 4(b)可知，当 R 镜所处位置的直线度误差值改变时，会对系统的直线度测量引入一正弦误差量，误差量的振幅随着渥拉斯顿棱镜摆角的增大而增大，当两者的角度相差  $1^\circ$  时，直线度测量误差为  $90\text{ nm}$  左右；而位移误差则相对要小很多，其正弦量的误差的幅值为  $1.3\text{ nm}$  左右。

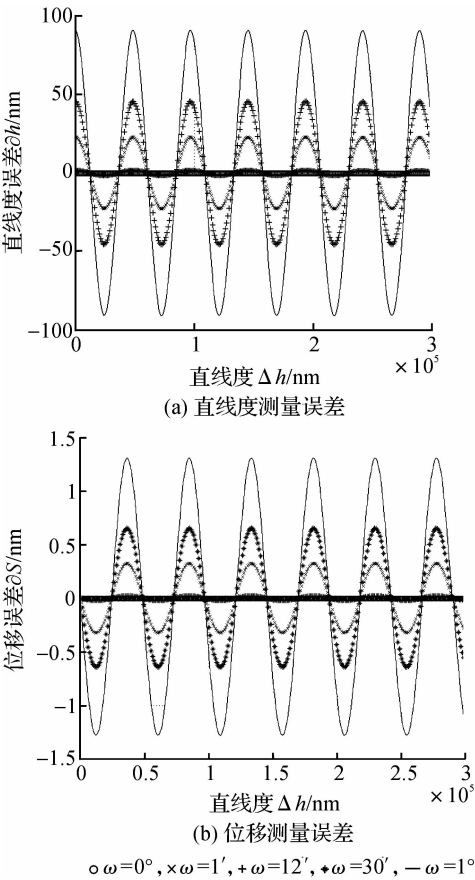
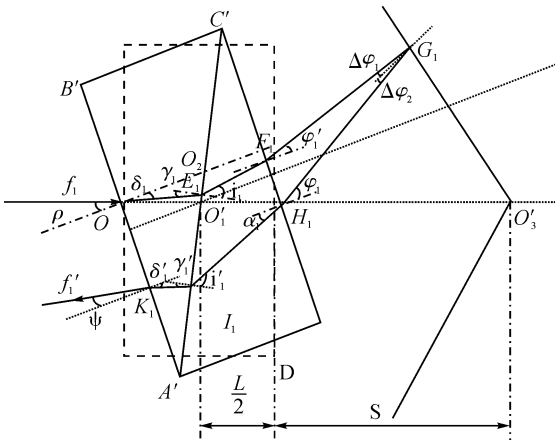


图4 渥拉斯顿棱镜摆角存在时直线度改变引起的非线性测量误差仿真结果

4 渥拉斯顿棱镜倾角对测量结果的影响分析

在测量直线度时，当渥拉斯顿棱镜存在倾斜角  $\rho$  时，图 1 中透过消偏振分光镜 NPBS 后  $f_1$  的光路如图 5 所示<sup>[4]</sup>。此时经渥拉斯顿棱镜反射并穿过渥拉斯顿棱镜后的偏振光束  $f_1'$  的出射角为  $\psi$ ，则  $f_1'$  非正入射到偏振分光棱镜 PBS 上，其入射角度为  $\theta=|\rho-\psi|$ 。

图 5 渥拉斯顿棱镜倾角存在时  $f_1$  光路示意

由于光线斜入射偏振分光棱镜 PBS, 使得偏振矢量  $f_1'$  对系统的测量误差产生影响, 其在偏振分光棱镜 PBS 内部的光路如图 6 所示, 点划线为图 1 中路径 2→9 上的参考光束  $f_2$ , 实线表示图 1 中路径 8→9 上的测量光束  $f_1'$ , P 表示检偏器。利用光外差的空间相位条件<sup>[15]</sup>、菲涅尔公式<sup>[6]</sup>等可求出光束  $f_1'$  和  $f_2$  经过面 ABFE、面 ACGE 和面 DCGH 的出射路径, 同样可求出另一路测量光束  $f_2'$  和参考光束  $f_1$  经过 PBS 的出射路径, 得出渥拉斯顿棱镜倾角引起的相位误差为:

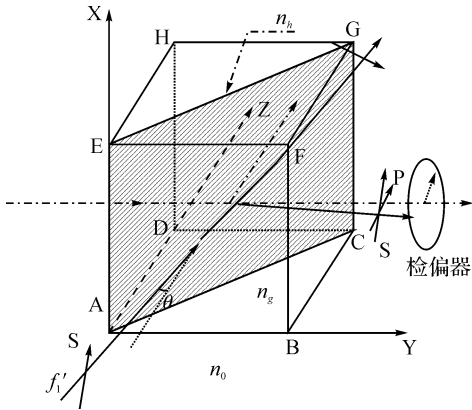


图 6 偏振分光棱镜入射光存在角度偏差示意

$$\eta_1 = -\frac{2f(\rho)\sin\Delta\varphi_y}{\sqrt{2}g(\rho)\cos\Delta\varphi_y} \quad (11)$$

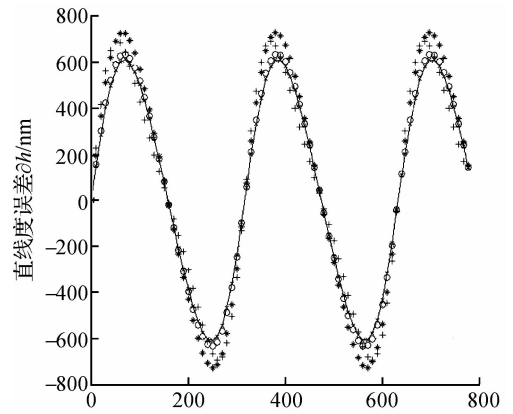
$$\eta_2 = \frac{2f'(\rho)\sin\Delta\varphi_x}{\sqrt{2}g'(\rho)\cos\Delta\varphi_x} \quad (12)$$

式中:  $f(\rho)$ 、 $g(\rho)$ 、 $f'(\rho)$  和  $g'(\rho)$  为与光束  $f_1'$  入射角  $\rho$  有关的常量。

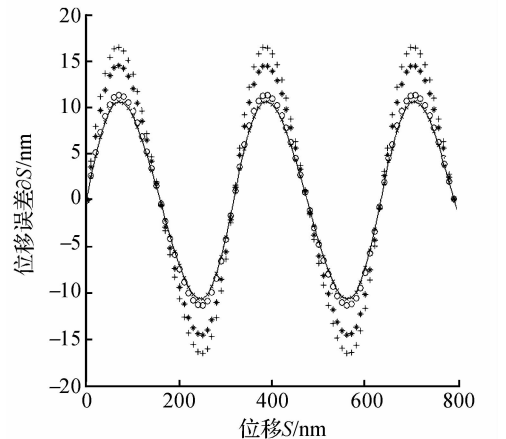
与渥拉斯顿棱镜摆角引起的误差类似, 对由渥拉斯顿棱镜倾角引起的误差分以下两类讨论。

(a) 假设直线度误差为一固定值 ( $\Delta h = 1 \mu\text{m}$ ), 位置值随时间变化而变化。与分析摆角引起的误差相同, 将已知量代入式(9)和式(10), 结合式(7)、(8)

对式(5)和式(6)进行 Matlab 仿真, 结果如图 7 所示。由图 7(a)和图 7(b)可知, 当 R 镜移动一定距离时, 会对直线度测量引入一正弦误差量, 误差量的振幅随着渥拉斯顿棱镜倾角的增大而显著增大, 当两者的角度相差  $15''$  时, 直线度测量误差为  $650 \text{ nm}$  左右; 而位移误差则相对要小很多, 其正弦量的误差的幅值为  $13 \text{ nm}$  左右。



(a) 直线度测量误差



(b) 位移测量误差

—  $\omega=0$ ,  $\times \omega=1''$ ,  $\circ \omega=5''$ ,  $\star \omega=10''$ ,  $+ \omega=15''$

图 7 渥拉斯顿棱镜倾角存在位移改变引起的非线性测量误差仿真结果

(b) 假设 R 镜位置为一固定值 ( $S = 10 \text{ mm}$ ), 直线度随时间的变化而变化。将已知量代入式(9)和式(10), 结合式(7)、(8)对式(5)和式(6)进行 Matlab 仿真, 结果如图 8 所示。由图 8(a)和图 8(b)可知, 当 R 镜所处位置的直线度误差值改变时, 会对系统的直线度测量引入一正弦误差量, 误差量的振幅随着渥拉斯顿棱镜摆角的增大而增大, 当两者的角度相差  $15''$  时, 直线度测量误差为  $750 \text{ nm}$  左右; 而位移误差则相对要小很多, 其正弦量的误差的幅值为  $15 \text{ nm}$  左右。

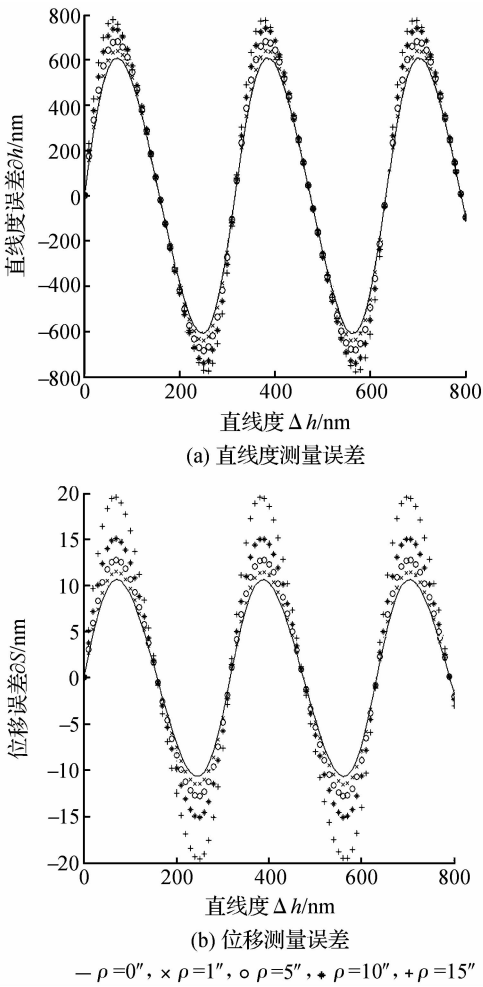


图8 渥拉斯顿棱镜倾角存在直线条度改变引起的非线性测量误差仿真结果

5 结 论

分析了渥拉斯顿棱镜偏摆对激光外差干涉直线条度与其位置测量系统的非线性误差,并进行了仿真研究。研究表明:当渥拉斯顿棱镜存在偏摆角时,系统会产生正弦量误差,当渥拉斯顿棱镜摆角误差为1°时,直线条度测量误差为100 nm左右,位移误差则相对要小很多,其正弦量的误差的幅值为1 nm左右;当渥拉斯顿棱镜的倾角为15''时,直线条度测量误差为700 nm左右,位置误差的幅值为15 nm左右。该非线性误差分析为测量系统的研制提供了理论基础。

参考文献:

[1] 张善钟,赵 辉. 国内外高精度直线条度测量技术现状[J]. 现代计量测试, 1994(3): 1-5.

[2] 宁延平,刘站峰. 国内外高精度直线条度测量技术的研究现状[J]. 仪器仪表与检测, 2005 (6): 82-84.

[3] Dai G L, Yin C Y, Xie G P. Study on drift of nonlinearity in nanometer precision heterodyne interferometers[J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18(12): 1697-1702.

[4] Dai G L, Chao Z X. Determining the residual nonlinear of a dual-frequency interferometer for nanometrology[J]. Chinese J Lasers, 1999, 26(11): 987-992.

[5] 张善锤,于瀛洁,张之江. 直线条度平面度测量技术[M]. 北京: 中国计量出版社, 1997: 1-5, 112-139.

[6] 马科斯·玻恩,埃米尔·沃耳夫. 光学原理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009: 30-38.

[7] 赵凯华,钟锡华. 光学:上册[M]. 北京: 北京大学出版社, 1982: 245-263.

[8] Jolyon M, De F. Analysis of laser source birefringence and dichroism on nonlinearity in heterodyne interferometry[J]. Meas Sci Technol. 1997(8): 1356-1359.

[9] Fan K C, Yang Z. A lazer straightness measurement system using optical fiber and modulation techniques[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2000, 40: 2073-2081.

[10] 李庆祥,王东生,李玉和. 现代精密仪器设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 319-324.

[11] Feng Q B, Zhang B, Kuang C F. A straightness measurement system using a single-mode fiber-coupled laser module[J]. Optics & Laser Tecnology, 2004 (36): 279-283.

[12] 陈洪芳,丁雪梅,钟志. 偏振分光镜分光性能非理想对激光外差干涉非线性误差的影响[J]. 中国激光, 2006, 33(11): 1562-1566.

[13] Cosijns S J A G., Haitjema H, Schellekens P H J. Modeling and verifying non-linearities in heterodyne displacement interferometry[J]. Precision Engineering, 2002, 26(4): 448-455.

[14] 张恩政. 基于双频干涉的直线条度及其位置测量方法研究[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2011.

[15] 金国藩,历经镇. 激光测量学[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 284-290.

(下转第 682 页)

# Optimal Sensor Placement Based on an Improved Dual-Structure Coding Genetic Algorithm

TIAN Li, CHEN Huan-guo, ZHANG Li-shao, CHEN Wen-hua

(School of Machinery and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** Optimal sensor placement (OSP) is a critical issue in the construction and implementation of an effective structural health monitoring system; it is a combinatorial optimization problem. To solve the problem, this paper uses a strain modal assurance criterion (SMAC) and takes the maximum off-diagonal element of an SMAC matrix as a target function. A dual-structure coding genetic algorithm is developed to solve the constraint problem of unchanging number of sensors. The proposed algorithm is validated by an example in literature [6], and the results clearly show that the proposed algorithm performs better than other genetic algorithms. Therefore, this method is feasible in the optimal sensor placement of composite laminates aimed at damage diagnosis.

**Key words:** optimal sensor placement; strain modal; dual-structure coding; genetic algorithms  
(责任编辑: 杨元兆)

(上接第 676 页)

# Analysis of Laser Heterodyne Interferometric Straightness Measurement Errors Induced by Wollaston Mirror Tilting

ZHANG Hua-ye, ZHANG En-zheng, YAN Li-ping, CHEN Ben-yong

(Nanometer Measurement Laboratory, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** In this paper, a method of measuring the straightness error and its position was developed based on laser heterodyne interferometry. The measurement error of straightness as well as the displacement caused by the pitch and roll angles of the Wollaston mirror were analyzed. One corresponding mathematical model was achieved and the simulation was carried out. The simulation experiments show that the error caused by the pitch and roll angles of the Wollaston mirror is a sinusoidal error. The measurement errors of the straightness error and of the position error produced by 1° of the pitch angle are about 100 and 1 nm, respectively. The measurement errors of the straightness error and of the position error produced by 15'' of the roll angle are approximately 700 and 15 nm, respectively.

**Key words:** heterodyne interferometer; wollaston mirror; straightness; pitch angle; roll angle  
(责任编辑: 朱松英)