

# 基于 DWT 的路面不平度模拟的研究

马俊福, 付 峰, 孙 麒

(浙江理工大学信息学院, 杭州 310018)

**摘 要:** 为了更好地模拟实测路面不平度,提出了基于 DWT 的 FD 过程路面不平度模型。与传统的 AR 模型相比,该模型模拟的等级路面不平度精度高且时间开销小。利用离散小波变换对 FD 过程去相关,并采用平稳或非平稳 FD 过程最大可能性估计,对实测路面不平度进行了模拟,结果表明:所模拟的路面不平度与实测路面不平度比较相近。

**关键词:** 路面不平度; FD 过程; AR 模型; 离散小波变换; 模拟; 最大可能性估计

**中图分类号:** TP391.9 **文献标识码:** A

## 0 引 言

路面不平度是道路表面对于理想平面的偏离。通常把路面相对基准平面的高度沿道路走向长度  $l$  的变化  $q(l)$  称为路面纵端面曲线或不平度函数<sup>[1]</sup>。

目前路面不平度的模拟主要采用 ARMA (auto-regressive and moving average) 模型<sup>[2-3]</sup>、AR (autoregressive) 模型<sup>[4-5]</sup>、泊松过程模型<sup>[6]</sup>、FD (fractionally differenced) 过程的 DHM (davies-harte method) 方法<sup>[7]</sup> 及分形方法<sup>[8]</sup> 等。Rajendra M 和 Patrikar<sup>[9]</sup> 通过 Mandelbrot-Weierstrass 函数利用自相似分形的概念建立了路面不平度的模型。Au F T K 等<sup>[10]</sup> 采用零均值的平稳高斯随机过程来描述随机路面不平度。目前有两种被广泛接受的描述路面不平度 PSD 函数,一个由 Dodds C J 和 Robson J D 提出<sup>[11]</sup>,另一个由 Honda H 等<sup>[12]</sup> 提出。Liu Chunhua 等<sup>[13]</sup> 为了反映横向路面特性,采用了 Samaras E 等<sup>[14]</sup> 提出的 ARMA 模型。Phillip J D 等<sup>[15]</sup> 综合利用分形维和谱分析的方法来预测路面不平的均方根值。Mahdi Yousefzadeh 等<sup>[16]</sup> 利用人工神经网络算法估计路面不平度。

AR 模型和 ARMA 模型可以对国家标准

GB7031—1986 规定的路面不平度进行模拟。AR 模型模拟路面不平度的可靠性好且可行,但不适用于实测路面不平度的模拟。ARMA 模型不能保证作为一个线性预测是稳定的。尽管 DHM 方法可以得出具有正确的统计性质的 FD 过程的模拟,但 DHM 方法在模拟很长的路面不平度数据和模拟具有随时间展开随机性质的路面不平度时会出现问题<sup>[17]</sup>。分形测量属于对测度的相似性测量,是一种相对性的描述参数,它无法唯一表达道路表面不平程度,也就是说分形维数与功率谱不存在对应关系<sup>[18]</sup>。本文建立了基于离散小波变换 (discrete wavelet transform, DWT) 的 FD 过程路面不平度模型<sup>[19]</sup>,利用路面不平度 FD 过程的最大可能性估计进行路面不平度特征的识别,最后利用基于 DWT 的 FD 过程路面不平度模型及平稳与非平稳 FD 过程路面不平度之间的关系实现了对参数未知的实测路面不平度不同数据量的模拟。

## 1 FD 过程的离散小波变换

根据文献<sup>[7]</sup>中的平稳与非平稳 FD 过程的定义及其关系,本文利用离散小波变换 (DWT) 的金字塔算法,研究了 FD 过程路面不平度的离散小波

变换。

1.1 FD 过程的离散小波变换

离散小波变换的金字塔算法,可以用近似名义通频带宽为 $\left[-\frac{1}{2^j},-\frac{1}{2^{j+1}}\right]\cup\left[\frac{1}{2^{j+1}},\frac{1}{2^j}\right]$ 的等价滤波器形成 $\tau_j=2^{j-1}$ 尺度上的小波系数 $W_j$ 。滤波器 $\{h_{j,l}\}$ 具有单位能量,其平方增益函数 $\mathcal{H}_j(\cdot)$ 积分为1。因而可以作如下近似估计:

$$\mathcal{H}_j(f)\approx\begin{cases}2^j, & \frac{1}{2^{j+1}}\leq|f|\leq\frac{1}{2^j} \\ 0, & \text{其他。}\end{cases}\tag{1}$$

如果用 $\{h_{j,l}\}$ 滤波 $\{X_t\}$ ,可得到 SDF(谱密度函数)为 $\mathcal{H}_j(f)S_X(f)$ 。对于 FD 过程,其 SDFS $\mathcal{S}_X(\cdot)$ 为:

$$S_X=\frac{\sigma_\epsilon^2}{[4\sin^2(\pi f)]^\delta},-\frac{1}{2}\leq f\leq\frac{1}{2}\tag{3}$$

其中 $\delta$ 和 $\sigma_\epsilon^2$ 为 FD 过程的参数。

假设 $H_j(\cdot)$ 是 $j$ 阶小波滤波器的传递函数, $W$ 自协方差函数为:

$$\text{cov}\{W_{j,t},W_{j,t+\tau}\}=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}e^{i2\pi 2^j f\tau}\mathcal{H}_j(f)S_X(f)df\tag{6}$$

当 $S_X(\cdot)$ 在名义通频带 $\left[\frac{1}{2^{j+1}},\frac{1}{2^j}\right]$ 上接近于常数时,对于 $\tau\neq 0$ 有 $\text{cov}\{W_{j,t},W_{j,t+\tau}\}\approx 0$ 。

以矩阵的形式记长度为 $N=2^j$ 的路面不平度序列 $X=[X_0,\cdots,X_{N-1}]^T$ 的完全 DWT 为 $W=W_X$ 。 $W$ 的协方差矩阵 $\Sigma_W$ 为: $\Sigma_W=W\Sigma_XW^T$ ,其中 $\Sigma_X$ 为 $X$ 的协方差矩阵。

1.2 FD 过程的离散小波变换系数的特点

FD 过程离散小波变换相关矩阵的非对角线元素均接近于零,因而可以达到去相关的目的。所以尽管 DWT 不能完美地对 FD 过程去相关,但总体来看,DWT 系数的相关性远远小于 $X$ 中的原始随机变量的相关性。

2 基于 DWT 的 FD 过程路面不平度模拟

2.1 基于 DWT 的 FD 过程路面不平度模型

假设路面不平度向量 $\mathbf{X}=[X_0,\cdots,X_{N-1}]^T$ 包含均值为零,参数为 $\delta$ 和 $\sigma_\epsilon^2$ 的 FD 过程的长度为 $N=2^j$ 的部分。设 $W_N$ 是定义一个完整 DWT 的 $N\times N$ 矩阵。如果令 $\Sigma_X$ 为 $X$ 的协方差矩阵,离散小波变换 $W=W_NX$ 的协方差矩阵是 $\Sigma_W=W_N\Sigma_XW_N^T$ 。去相关的特性表明: $\Sigma_W$ 的非对角线元素相对较小。所以可以用对角线元素为:

$$\underbrace{C_1,\cdots,C_1}_{\frac{N}{2}\uparrow},\underbrace{C_2,\cdots,C_2}_{\frac{N}{4}\uparrow},\cdots,\underbrace{C_j,\cdots,C_j}_{\frac{N}{2^j}\uparrow},\underbrace{C_{j-1},\cdots,C_{j-1},C_j,C_{j+1}}_{2\uparrow}\tag{7}$$

的 $N\times N$ 对角矩阵 $\mathbf{A}_N$ 来近似这个矩阵,其中:

$$C_j\approx\text{var}\{W_{j,t}\},j=1,\cdots,J\tag{8}$$

$$C_{J+1}\equiv N\left(\frac{\sigma_\epsilon^2\Gamma(1-2\delta)}{\Gamma^2(1-\delta)}-\sum_{j=1}^J\frac{C_j}{2^j}\right)\tag{9}$$

令 $z_N$ 为具有零均值和单位方差的高斯白噪声过程的 $N$ 维向量,则基于 DWT 的 FD 过程模型的路面不平度为: $X_N\equiv W_N^T\mathbf{A}_N^{\frac{1}{2}}z_N$ [17]。

图 1 为基于 DWT 的 FD 过程模型的路面不平度模拟,其 FD 过程模型参数 $\delta=0.25,\sigma_\epsilon^2=1$ 。

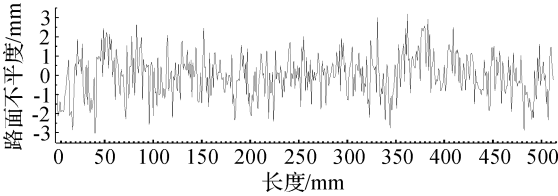


图 1 基于 DWT 的 FD 过程模型的平稳路面不平度模拟

2.2 非平稳路面不平度模拟

对于非平稳 FD 过程模型的路面不平度,可以根据平稳与非平稳 FD 过程之间的关系[7,17]得到。图 2 为基于 DWT 的 FD 过程模型的非平稳路面不平度模拟,其 FD 过程模型参数为 $\delta=1.25,\sigma_\epsilon^2=1.073$ 。

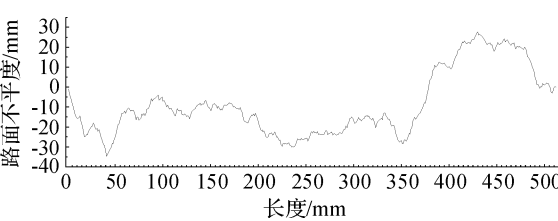


图 2 基于 DWT 的 FD 过程模型的非平稳路面不平度模拟

2.3 平稳或非平稳路面不平度的识别

在实际路面不平度的测量中,并不是所有路面不平度都是平稳的,因此可采用平稳或非平稳 FD 过程最大可能性估计对实测路面不平度识别[7,17,19]的结果,对实测路面不平度进行模拟。

假设路面不平度样本是 $X_t\equiv T_t+U_t,t=0,1,\cdots,N-1$ 的一个实现,其中 $\{U_t\}$ 是一个参数为 $\delta=d+\delta^{(s)}$ 和 $\sigma_\epsilon^2$ 的 FD 过程, $-\frac{1}{2}\leq\delta^{(s)}<\frac{1}{2},T_t$ 是一个未知的确定趋势。

设 $W$ 为基于宽度是 $L$ 的 Daubechies 小波的 $J_0$ 阶

部分离散小波变换矩阵,令  $W=WX$  是相应的 DWT 系数。则对于已知  $\delta$  的  $\sigma_\epsilon^2$  的最大可能性估计有:

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{1}{N'} \sum_{j=1}^{J_0} \frac{1}{C'_j} \sum_{t=0}^{N'_j-1} W_{j,t+L'_j}^2 \quad (10)$$

其中, $j$  阶非边界小波系数的宽度  $L'_j = \left[ (L-2) \left(1-\frac{1}{2^j}\right) \right]$ ,  $L$  为小波滤波器的宽度,  $N' \equiv \sum_{j=1}^{J_0} N'_j$ ,

$$N'_j = \frac{N}{2^j} - L'_j, C'_j(\delta) \equiv 2^{j+1} \int_{\frac{1}{2^{j+1}}}^{\frac{1}{2^j}} \frac{1}{[4\sin^2(\pi f)]^\delta} df.$$

最大可能性函数为:

$$\begin{aligned} \tilde{l}(\delta | W'_{nb}) \equiv & \tilde{l}(\delta, \hat{\sigma}_\epsilon^2 | W'_{nb}) - N' = \\ & N' \log(\hat{\sigma}_\epsilon^2) + \sum_{j=1}^{J_0} N'_j \log(C'_j(\delta)) \end{aligned} \quad (11)$$

将 $\hat{\sigma}_\epsilon^2$ 代入式(11),可以数字化地确定使公式(11)  $\delta$  的函数值最小的值 $\hat{\delta}^{(s/ns)}$ ,作为最大可能性估计。

图 3 为分别利用不同的小波滤波器识别非平稳 FD 过程路面不平度的结果。由图 3 可知,利用小波滤波器 LA(8)和 LA(16)识别的路面不平度的  $\hat{\delta}^{(s/ns)}$ 和 $\hat{\sigma}_\epsilon^2$  很接近被识别的路面不平度 FD 过程的  $\delta$ 和 $\sigma_\epsilon^2$ 。笔者综合精确度与计算时间,采用 LA(8)进行非平稳 FD 过程路面不平度参数的识别。

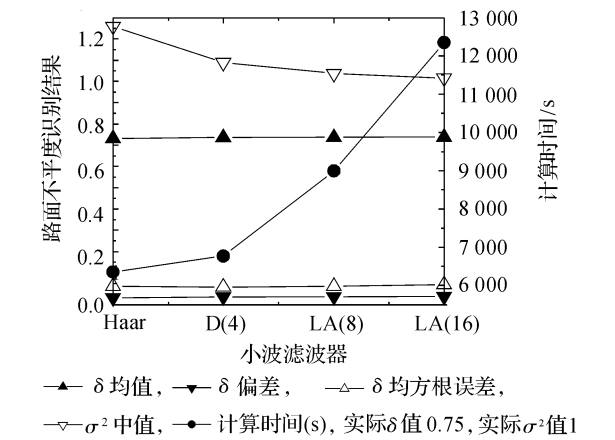


图 3 非平稳 FD 过程路面不平度的识别结果

2.4 与典型的 AR 模型的比较

笔者在文献[19]中对等级路面的 FD 过程模型参数  $\delta$ 和 $\sigma_\epsilon^2$  进行了计算,分别利用 AR 模型及基于 DWT 的 FD 过程模型对等级路面进行了模拟,并进行了平稳或非平稳 FD 过程最大可能性估计。以 A 级路面不平度为例,A 级路面的 FD 过程模型参数  $\delta$ 和 $\sigma_\epsilon^2$  分别为 1.126338 和  $7.442877 \times 10^{-7}$ 。

表 1、表 2 分别为利用 AR 模型及基于 DWT 的 FD 过程模型对 A 级路面模拟结果  $\delta$ 、 $\sigma_\epsilon^2$  及模拟时间

的比较。

表 1 利用两种模型对 A 级路面模拟结果  $\delta$  的比较

模型	真实值	均值	标准偏差	平方误差值的平方根
AR	1.126338	1.010523	$6.272852 \times 10^{-2}$	$1.317113 \times 10^{-1}$
FD	1.126338	1.130777	$8.681032 \times 10^{-2}$	$8.692376 \times 10^{-2}$

表 2 利用两种模型对 A 级路面模拟结果  $\sigma_\epsilon^2$  及模拟时间的比较

模型	真实值	均值	标准偏差	平方误差值的平方根	模拟时间/s
AR	$7.442877 \times 10^{-7}$	$4.755367 \times 10^{-7}$	$4.592053 \times 10^{-8}$	$7.442872 \times 10^{-1}$	0.24
FD	$7.442877 \times 10^{-7}$	$9.912982 \times 10^{-7}$	$1.127115 \times 10^{-7}$	$7.442867 \times 10^{-1}$	0.05

结果表明:利用后者比前者模拟的路面不平度精度高,且时间开销小。

2.5 实测路面不平度的识别和模拟

根据文献[7]可知,某实测路面不平度 FD 过程的识别参数为: $\delta=1.30355$ , $\sigma_\epsilon^2=164.627$ 。根据该识别参数,本文利用基于 DWT 的 FD 过程路面不平度模型及平稳与非平稳 FD 过程路面不平度之间的关系<sup>[7]</sup>,对实测路面不平度进行了不同数据量的模拟,如图 4、图 5 和图 6 所示。模拟结果表明:所模拟的路面不平度与实测路面不平度比较相近。本方法为路面不平度的模拟提供了一种新的有效方法。

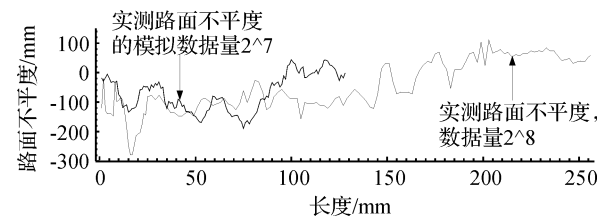


图 4 实测路面不平度的模拟 1

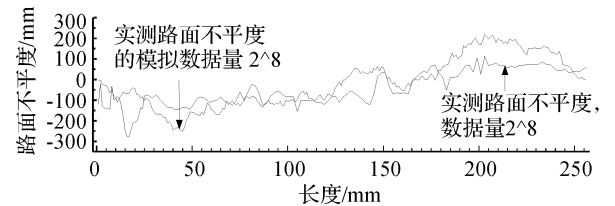


图 5 实测路面不平度的模拟 2

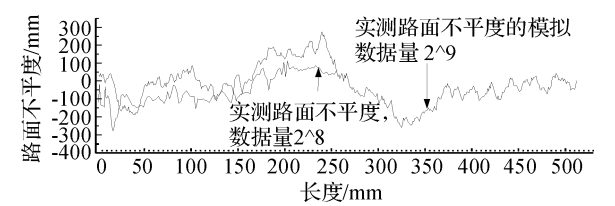


图 6 实测路面不平度的模拟 3

### 3 结 论

本文提出的基于 DWT 的 FD 过程路面不平度模型采用了离散小波变换的金字塔算法对 FD 过程去相关进行路面不平度的模拟。分别利用 AR 模型及基于 DWT 的 FD 过程模型对等级路面进行了模拟,并进行了平稳或非平稳 FD 过程最大可能性估计,结果表明:利用后者比前者模拟的路面不平度精度高,且时间开销小。结合平稳或非平稳 FD 过程最大可能性估计,该模型可以对实测路面不平度的不同数据量进行模拟。结果表明:该方法可以模拟具有实测路面不平度 FD 过程参数的不同数据量的路面不平度,模拟结果与实测路面不平度比较相近。

#### 参考文献:

- [1] 余志生. 汽车理论[M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2000: 173-178.
- [2] 唐光武, 贺学锋, 颜永福. 路面不平度的数学模型及计算机模拟研究[J]. 中国公路学报, 2000, 13(1): 114-117.
- [3] 唐光武, 成思源. 一维 ARMA 路面模型的稳定性研究[J]. 公路交通技术, 2002(2): 57-60.
- [4] 王百益, 吴业森. 路面不平度的 AR(P,0)序列模拟法[J]. 武汉工学院学报, 1997(2): 60-68.
- [5] 马俊福, 周晓军, 徐志农. 路面不平度模拟及其可视化系统的研究[J]. 机床与液压, 2006(4): 187-189, 192.
- [6] 张湘伟, 何正友. 二维泊松过程的数值模拟及其在道路模型中的应用[J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 1994, 17(4): 12-16.
- [7] 马俊福, 周晓军, 徐志农. 一种路面不平度模拟及识别的研究[J]. 机床与液压, 2008, 36(1): 143-145.
- [8] Wang Qianting, Guo Jian, Chen Yizhi. Fractal modelling of off-road terrain oriented to vehicle virtual test[J]. J Zhejiang Univ: Science A, 2006, 7(Suppl. 2): 287-292.

- [9] Rajendra M, Patrikar. Modeling and simulation of surface roughness[J]. Applied Surface Science, 2004, 228: 213-220.
- [10] Au F T K, Cheng Y S, Cheung Y K. Effects of random road surface roughness and long-term deflection of prestressed concrete girder and cable-stayed bridges on impact due to moving vehicles [J]. Computers and Structures, 2001, 79: 853-872.
- [11] Dodds C J, Robson J D. The description of road surface roughness[J]. J Sound Vib 1973; 31(2): 175-83.
- [12] Honda H, Kajikawa Y, Kobori T. Spectra of road surface roughness on bridges[J]. J Struct Div, ASCE 1982, 108(9): 1956-66.
- [13] Liu Chunhua, Huang Dongzhou, Wang Ton-Lo. Analytical dynamic impact study based on correlated road roughness[J]. Computers and Structures 2002, 80: 1639-1650.
- [14] Samaras E, Shinozuka M, Tsurui A. ARMA representation of random processes[J]. J Eng Mech, ASCE 1985, 111(3): 449-461.
- [15] Phillip J D, George L M, Burney M, et al. Predicting RMS surface roughness using fractal dimension and PSD parameters[J]. Journal of Terramechanics, 2011, 48: 105-111.
- [16] Mahdi Yousefzadeh, Shahram Azadi, Abbas Soltani. Road profile estimation using neural network algorithm [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2010, 24(3): 743-754.
- [17] Percival D B, Walden A T. Wavelet Methods for Time Series Analysis [M]. Beijing: China Machine Press, 2004: 56-392.
- [18] 杨益明, 刘奕贯. 路面不平度数学模型的研究进展[J]. 上海汽车, 2010(3): 23-26.
- [19] 马俊福. 基于 VR 的车辆振动虚拟测试系统研究[D]. 杭州: 浙江大学机械与能源学院, 2008.

## A Study on the Road Roughness Simulation Based on DWT

MA Jun-fu, FU Feng, SUN Qi

(School of Informatics, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** In order to improve the simulation of actually measured road roughness, the road roughness model of FD process based on DWT is proposed. Compared with the traditional AR model, the road roughness of grade road could be simulated with high precision and small computing time. Employing DWT to decorrelate the FD process, the maximal likelihood estimators of the road roughness of stationary/non-stationary FD process is adopted to simulate the actually measured road roughness. The experimental results show that the road roughness data simulated are closer to the actually measured road roughness.

**Key words:** road roughness; FD process; AR model; discrete wavelet transform; simulation; maximal likelihood estimators

(责任编辑: 陈和榜)