



基于 WOA-GPR 模型的机器人铣削加工系统 模态参数预测方法

陈镇¹, 杜煦¹, 任鹏飞²

(1. 浙江理工大学机械工程学院, 杭州 310018; 2. 杭州景业智能科技股份有限公司, 杭州 310018)

摘要: 针对机器人铣削加工系统模态参数随位姿变化呈现强非线性特征, 以及现有方法在有限样本数据条件下预测稳定性不足且模型超参数缺乏自适应优化机制等问题, 提出一种基于鲸鱼算法优化的高斯过程回归 (Gaussian process regression optimized by whale optimization algorithm, WOA-GPR) 模型的模态参数预测方法。推导机器人铣削加工系统动力学方程, 并建立模态参数-位姿变量函数表达式; 设计多任务模态锤击试验获取训练集数据, 在构建的训练集上对 WOA-GPR 模型进行训练与测试, 并与传统高斯过程回归 (Gaussian process regression, GPR) 模型和神经网络 (Back propagation, BP) 模型进行对比验证。结果表明, 训练后 WOA-GPR 模型的 R^2 最高可达 0.9112, 预测精度和稳定性均优于传统 GPR 模型和 BP 模型。该方法实现了 GPR 超参数的自适应全局优化, 提升了位姿依赖模态参数的预测精度, 为机器人铣削颤振稳定性分析与工艺优化提供了技术支撑。

关键词: 机器人铣削; 模态锤击试验; 频率响应函数; 模态参数预测; 鲸鱼算法; 高斯过程回归

中图分类号: V26; TP242.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851 (2026) 07-0487-12

引文格式: 陈镇, 杜煦, 任鹏飞. 基于 WOA-GPR 模型的机器人铣削加工系统模态参数预测方法[J]. 浙江理工大学学报(自然科学), 2026, 55(4): 487-498.

Reference Format: CHEN Zhen, DU Xu, REN Pengfei. A method for predicting modal parameters of robotic milling systems based on the WOA-GPR model[J]. Journal of Zhejiang Sci-Tech University, 2026, 55(4): 487-498.

A method for predicting modal parameters of robotic milling systems based on the WOA-GPR model

CHEN Zhen¹, DU Xu¹, REN Pengfei²

(1. School of Mechanical Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China;

2. Hangzhou Boomy Intelligent Technology Co., Ltd., Hangzhou 310018, China)

Abstract: To address the strong nonlinear variation of modal parameters with robot posture in robotic milling systems, as well as the insufficient prediction stability of existing methods under limited sample conditions and the lack of an adaptive mechanism for hyperparameter optimization, this study proposed a modal parameter prediction method based on the Gaussian process regression optimized by whale optimization algorithm (WOA-GPR) model. The dynamic equation of the robotic milling system was derived, and a functional relationship between modal parameters and posture variables was established. A multi-task modal hammer impact test was designed to obtain frequency response function (FRF) data for the training dataset. The WOA-GPR model was trained and tested on the constructed dataset, and its performance was compared with that of a conventional Gaussian process regression (GPR) model and a back propagation (BP) neural network model. The results showed that the trained WOA-GPR model

收稿日期: 2025-12-24 网络出版日期: 2026-03-30

基金项目: 浙江理工大学基本科研业务费专项资金项目(24242121-Y)

作者简介: 陈镇(1998—), 男, 江西全南人, 硕士研究生, 主要从事机器人铣削加工技术方面的研究。

通信作者: 杜煦, E-mail: duxu@zstu.edu.cn

achieved a maximum coefficient of determination (R^2) of 0.9112. Its prediction accuracy and stability were both higher than those of the traditional GPR and BP models. The proposed method realizes adaptive global optimization of GPR hyperparameters and improves the prediction accuracy of posture-dependent modal parameters. It provides technical support for chatter stability analysis and process optimization in robotic milling.

Key words: robotic milling; modal hammer impact test; frequency response function (FRF); modal parameter prediction; whale optimization algorithm; Gaussian process regression

0 引言

工业机器人凭借结构灵活和成本低廉等优势,在大型复杂构件加工领域展现出良好的应用潜力。机器人铣削加工已成为柔性制造领域的重要技术方向^[1-2]。然而,工业机器人本体刚度远低于传统数控机床,结构柔性较大,在铣削过程中易产生颤振,严重影响加工质量,已成为制约机器人铣削加工技术推广应用的关键因素^[3-4]。动力学建模研究表明,机器人铣削加工系统的动力学特性具有显著的位姿依赖性,即系统动力学参数随着机器人位姿变化而变化,呈现明显的时变效应^[5]。传统机床颤振稳定性分析通常依赖系统固定的动力学参数和模态参数^[6]。然而,机器人位姿变化会导致模态参数呈现显著的非线性变化,使得基于动力学参数与模态参数固定假设的稳定性分析方法难以直接应用于机器人铣削加工^[7]。机器人铣削系统的模态参数受关节柔性 with 结构耦合的影响,在不同位姿下呈现复杂的动态变化规律,建立高精度的位姿相关模态参数预测模型成为实现颤振稳定性分析与工艺优化的关键技术问题^[8]。

国内外研究人员围绕机器人铣削加工系统模态参数的建模与预测问题开展了大量研究,相关研究方法主要可归纳为试验测量、理论建模与智能学习算法 3 大类。试验测量方面,荆登峰等^[9]通过设计冲击试验实现了刀尖铣削模态参数测量,但冲击试验仅能获取有限离散点的模态参数信息,而实际铣削加工中需要多个、连续位姿点的模态参数信息,因此该方法难以实现工作空间内模态参数的连续预测与快速获取。理论建模方面,籍永建等^[10]通过构建机器人理论刚度模型来获取不同位姿点的模态参数,然而串联机器人的关节柔性特性会引入额外的变形和位姿误差,致使该模型对机器人铣削系统不同位姿点下模态参数的预测精度受限。李艳等^[11]采用拉格朗日动力学公式和泰勒级数线性化方法建立了机器人动力学模型,并解析求解机器人相关模态参数,但解析过程易受噪声干扰,求解效果欠佳。

何成刚等^[12]采用解析模态分析方法开展理论建模,实现模态参数的解析计算,但所得参数存在精度偏差,尽管通过输入补偿器可补偿模态参数计算误差,但在高精度机器人铣削加工场景中,此类误差的叠加极有可能造成加工效果不佳。近年来研究人员开始将智能学习算法应用于机器人铣削加工系统模态参数预测问题,相关试验证明了智能学习算法在预测模态参数上的有效性。李法贵等^[13]提出一种基于超参数优化的深度神经网络模型,通过模态锤击试验获取相关频率响应函数(Frequency response function, FRF)数据,并基于试验数据来预测机器人铣削系统的模态参数,预测准确率达到 80% 以上;但该模型依赖大规模试验数据,需要耗费大量时间进行模态锤击试验完成数据采集,且该研究未对激励响应在不同方向的交叉耦合 FRF 展开分析。高斯过程回归(Gaussian process regression, GPR)模型在处理小样本、非线性问题中表现出良好的泛化能力,被广泛应用于模态参数预测^[8,14-16]。万敏等^[15]探究六自由度工业机器人的关节角对机器人铣削系统模态参数的影响,设计了 245 组模态锤击试验,并利用 GPR 模型实现了机器人任意位姿下模态参数的预测,但 GPR 模型的预测性能严重依赖超参数的选择,不良的超参数易导致模型陷入局部最优,影响模型的预测精度与稳定性。综上所述,现有研究在应对位姿依赖的非线性模态参数变化时,受限于小样本条件和超参数依赖人工设置等因素,预测性能仍有提升空间。

针对上述机器人铣削系统模态参数预测领域中存在的问题,本文融合鲸鱼算法(Whale optimization algorithm, WOA)的全局搜索能力与 GPR 模型的小样本预测性能优势,提出了一种基于鲸鱼算法优化高斯过程回归(Gaussian process regression optimized by whale optimization algorithm, WOA-GPR)模型的模态参数预测方法,以预测机器人在任意位姿下的模态参数。本文以史陶比尔 TX90 工业机器人为研究对象,首先,构建史陶比尔 TX90 机器人铣削系统动力学模型与 FRF

模型;然后,以此为理论依据设计多任务模态锤击试验,对覆盖机器人工作空间的 125 组位姿进行锤击测试,构建包含交叉耦合 FRF 的模态参数训练数据集;最后,基于 WOA-GPR 模型对所构建的数据集进行训练,构建史陶比尔 TX90 机器人铣削加工系统工作空间位姿与模态参数映射关系的非线性预测模型。将 WOA-GPR 模型与传统 GPR 模型和神经网络(Back propagation, BP)模型进行对比,通过 FRF 曲线拟合效果、预测精度评价指标和误差评价指标验证 WOA-GPR 模型在预测机器人铣削加工系统模态参数上的精度和稳定性,从而为后续机器人铣削过程中的颤振抑制和工艺参数选取提供理论基础和技术支撑。

1 系统动力学建模

1.1 系统组成

机器人铣削加工系统由史陶比尔 TX90 机器人本体、TX90 控制器、示教器、NAKANISHI 高速电主轴、电主轴夹具以及钨钢合金平底铣刀组成。史陶比尔 TX90 机器人的机械结构如图 1 所示。该机器人具有 A1—A6 共 6 个自由转动的关节,其中:前 3 个关节为手臂部分,起定位作用,用以调整手腕的位置;后 3 个关节为手腕部分,起定向作用,用来调整末端执行器的姿态。这种结构使机器人能够实现灵活的定位和复杂的姿态调整。

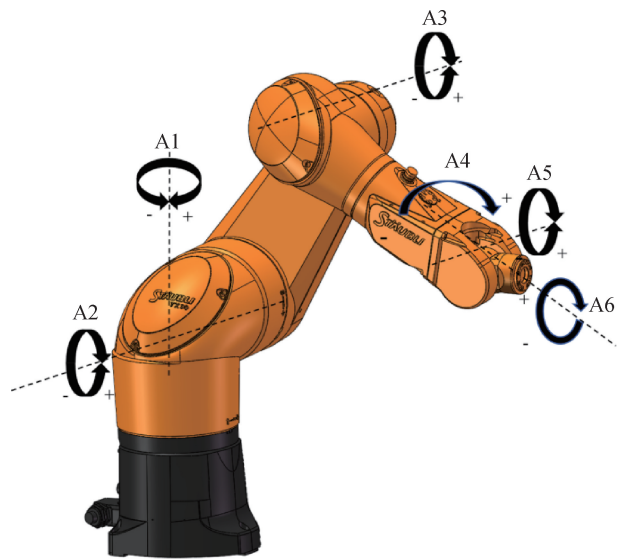


图 1 史陶比尔 TX90 机器人机械结构示意图

1.2 系统动力学方程与频率响应函数

机器人铣削加工系统动力学方程可由如下时域物理微分方程^[15]描述:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (1)$$

其中: \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{K} 分别为机器人铣削系统的质量、阻尼和刚度矩阵; t 为时间变量; $\mathbf{x}(t)$ 为位移响应向量,其关于时间 t 的一阶导数含义为速度响应向量,关于时间 t 的二阶导数含义为加速度响应向量; $\mathbf{F}(t)$ 为激励力向量。

对式(1)进行拉普拉斯变换,将其转换至频域进行分析。引入模态坐标变换 $\mathbf{x}(t) = \Phi \mathbf{q}(t)$,其中: Φ 为 u 阶模态振型矩阵, $\mathbf{q}(t)$ 为模态坐标向量。通过模态坐标变换,原始的耦合系统被解耦为一组独立的二阶常微分方程。基于模态叠加原理,对每个模态的频率响应进行叠加,得系统 FRF:

$$H(\omega) = \sum_{u=1}^{u_0} \frac{\omega_{n,u}^2}{k_u (\omega_{n,u}^2 - \omega^2 + j2\zeta_u \omega_{n,u})} \quad (2)$$

其中: ω 为激励角频率; j 为虚数单位; u_0 为模态总数; $\omega_{n,u}$ 为第 u 阶固有角频率,rad/s; ζ_u 为第 u 阶模态阻尼比,%; k_u 为第 u 阶模态刚度,N/m。为便于后续的描述和分析,采用模态频率 f 作为振动频率,其中 $f = \omega / (2\pi)$,单位为 Hz。

当位置坐标 $p = (p_1, p_2, p_3)$ 与欧拉角 $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ 变化时,模态频率 f 、模态刚度 k 与模态阻尼比 ζ 随之变化,上述模态参数与位姿变量之间的映射关系分别表示为广义模态函数 G_1 、 G_2 和 G_3 :

$$\begin{cases} f_{i,j,u} = G_1(p_1, p_2, p_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) \\ k_{i,j,u} = G_2(p_1, p_2, p_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) \\ \zeta_{i,j,u} = G_3(p_1, p_2, p_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) \end{cases} \quad (3)$$

其中: i 为响应方向, j 为激励方向。以广义模态函数 G_1 、 G_2 和 G_3 为基础,可构建位姿相关模态参数预测模型。

1.3 模态参数-位姿变量函数表达式

实际铣削加工时,刀尖在 X - Y 平面内的运动范围远大于在 Z 方向的变化幅度,可视为刀尖仅在 X - Y 平面移动,因此刀尖 Z 坐标被视为一个恒定参数。机器人加工坐标系示意图如图 2 所示,刀具轴线 Z 轴始终垂直于 X - Y 平面。固定刀具, X 轴与 Y 轴绕 Z 轴旋转即产生冗余角 φ_3 。当刀尖末端位置保持不变、其他 2 个欧拉角固定且仅对冗余角进行调整时,机器人运动表现为绕刀具旋转,此时机器人刚度特性受冗余角变化的影响显著。

综上所述,机器人位姿由 X - Y 平面坐标和 φ_3 共同组成,式(3)可降维转化为:

$$\begin{cases} f_{i,j,t} = G'_1(p_1, p_2, \varphi_3) \\ k_{i,j,t} = G'_2(p_1, p_2, \varphi_3) \\ \zeta_{i,j,t} = G'_3(p_1, p_2, \varphi_3) \end{cases} \quad (4)$$

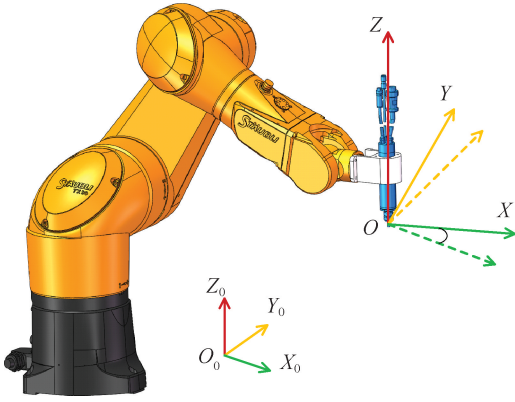


图2 机器人加工坐标系示意图

2 WOA-GPR 模型构建

GPR 模型基于贝叶斯方法进行非参数建模,实现对未知点的预测,其建模过程是一次高斯过程的实现。GPR 模型可以为预测结果提供置信区间估计,相对于其他神经网络模型来说更适合小样本数据,因此在机器人铣削加工模态参数预测领域具备显著优势^[8,14-16]。然而,GPR 模型超参数需要研究人员根据经验进行手动预设置,超参数设置不当则可能导致模型性能大幅下降,这一环节也降低了该方法在实际应用中的建模效率。本文提出了一种高效的超参数优化策略,以提升 GPR 模型的性能和使用效率。

WOA 算法是一种模拟座头鲸狩猎行为的群体智能优化算法,具有参数少、实现简单、全局搜索能力强等优点,已作为主要优化算法广泛应用于智能计算和优化领域^[17-18]。WOA 算法流程包含包围猎物、气泡网攻击和探索猎物 3 个阶段。首先是包围猎物,可用式(5)和式(6)表示:

$$\mathbf{S} = |\mathbf{E} \cdot \mathbf{L}^*(t) - \mathbf{L}(t)| \quad (5)$$

$$\mathbf{L}(t+1) = \mathbf{L}^*(t) - \mathbf{D} \cdot \mathbf{S} \quad (6)$$

其中: \mathbf{S} 为当前个体与全局最优位置之间的欧氏距离向量, $m;t$ 表示当下迭代的代数; $\mathbf{L}^*(t)$ 表示在第 t 代时种群所找到的全局最优解的位置向量, $\mathbf{L}(t)$ 为当前个体所处位置向量, $\mathbf{L}(t+1)$ 为更新后个体的位置; \mathbf{D} 和 \mathbf{E} 为算法引入的系数向量,这 2 个参数共同调节鲸鱼个体在搜索空间中的移动方式与路径选择,计算公式为:

$$\mathbf{D} = 2v_1\mathbf{J}_1 - v_1 \quad (7)$$

$$\mathbf{E} = 2\mathbf{J}_2 \quad (8)$$

其中: v_1 在迭代过程中从 2 随迭代次数线性下降到 0,即 $v_1 = 2 - 2t/T$, T 为最大迭代次数; \mathbf{J}_1 和 \mathbf{J}_2 为绝对值在 $[0,1]$ 内的随机向量。

其次是气泡网攻击,包括收缩包围与螺旋上升 2 种行为,鲸鱼个体抵达攻击猎物范围将随机进行气泡网攻击,优化算法采用等概率选择机制模拟这 2 种行为:

$$\mathbf{L}(t+1) = \begin{cases} \mathbf{L}^*(t) - \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}, & p < 0.5 \\ \mathbf{B} \cdot e^{2\pi q} \cdot \cos(2\pi q) + \mathbf{L}(t), & p \geq 0.5 \end{cases} \quad (9)$$

$$\mathbf{B} = |\mathbf{L}^*(t) - \mathbf{L}(t)| \quad (10)$$

其中: p,q 为随机概率,系数向量 \mathbf{B} 为鲸鱼与猎物间距。

最后是探索猎物,WOA 算法进行全局探索。当 $|\mathbf{D}| \geq 1$ 时,探索 GPR 模型的最优超参数组合。

GPR 模型以高斯过程为先验,假设目标函数 $f(x) \sim GP(m(x), g(x, x'))$, 其中: $m(x)$ 为均值函数, $g(x, x')$ 为协方差函数。模型采用平方指数核:

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{\|x - x'\|^2}{2a^2}\right) \quad (11)$$

其中超参数包括长度尺度 a 和信号方差。训练过程通过最大化边缘似然函数确定超参数,而 WOA 算法则优化核函数与噪声方差以最小化预测误差。

WOA-GPR 模型算法流程如图 3 所示,首先划分建模数据与验证数据,并初始化 WOA 算法与 GPR 模型超参数,然后计算适应度,记录当前最优解 $\mathbf{L}^*(t)$ 。在参数更新阶段,计算系数 a 、距离向量 \mathbf{D} 和随机向量 \mathbf{E} ,并生成随机数 p 。若 $p < 0.5$,则根据 $|\mathbf{D}|$ 与 1 的大小关系决定更新方式,否则继续更新位置。该过程循环执行直至达到最大迭代次数,最终输出优化后的超参数,并用优化后的超参数训练 GPR 模型。

3 多任务模态锤击试验

3.1 试验设计

为了高效且完整地收集空间中各个方向的 FRF,本文基于力锤敲击法提出一种多任务的模态锤击试验,多任务模态锤击试验示意图如图 4 所示。步骤 1:在模拟刀具底部、距离该底部 30 mm 的 X 、 Y 方向表面上各放置一个单向加速度传感器;步骤 2、3、4:分别在模拟刀具表面 X 、 Y 方向以及底部 Z 方向进行力锤冲击。通过计算激励与响应信号,得到 FRF,记为 $H_{\lambda\mu}$,其中下标 λ 表示力锤冲击方向, μ 表示加速度传感器方向。在距刀具底部 40 mm 左右 X 方向位置进行力锤冲击,得到 3 个 FRF,分别记为 H_{XX} 、 H_{XY} 、 H_{XZ} ;在距离刀具底部 40 mm 左右 Y 方向进行力锤冲击,得到 3 个 FRF,分别记为

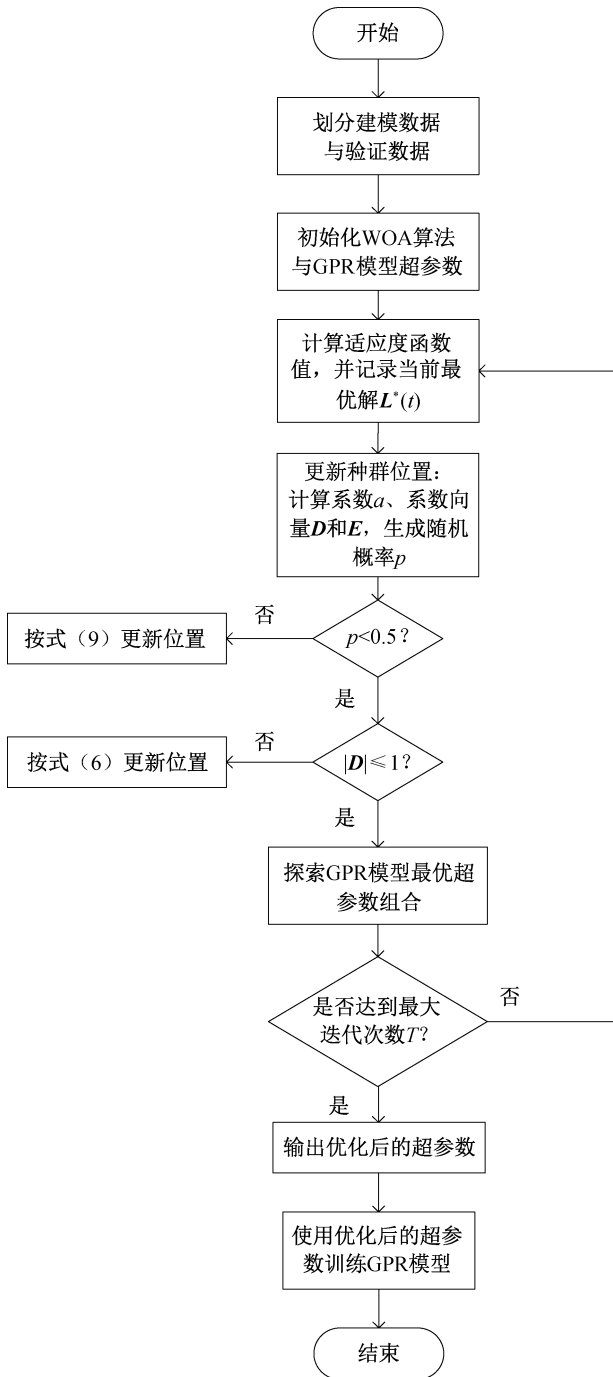


图 3 WOA-GPR 模型算法流程图

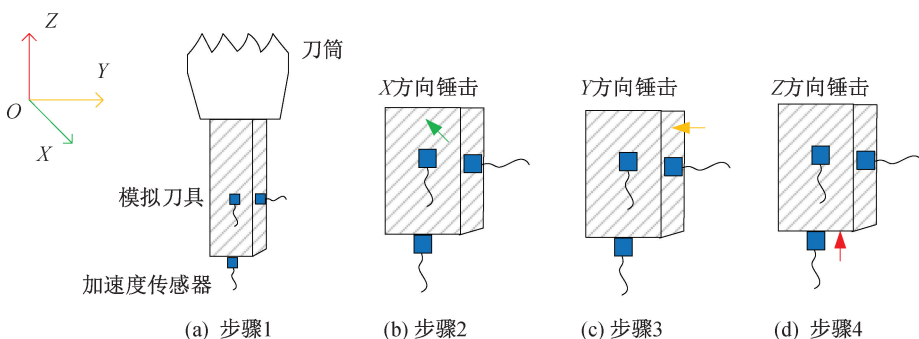


图 4 多任务模态锤击试验示意图

H_{YX} 、 H_{YY} 、 H_{YZ} ;在刀具底部距离底部传感器约 10 mm 的位置进行力锤冲击,得到 3 个 FRF,分别记为 H_{ZX} 、 H_{ZY} 、 H_{ZZ} 。综上,在空间 X、Y、Z 方向分别进行力锤冲击测试,可以获取 9 个 FRF,这 9 个 FRF 组成空间完整 FRF 矩阵 \hat{H} :

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} H_{XX} & H_{XY} & H_{XZ} \\ H_{YX} & H_{YY} & H_{YZ} \\ H_{ZX} & H_{ZY} & H_{ZZ} \end{bmatrix} \quad (12)$$

3.2 训练集具体数据

多任务模态锤击试验训练集坐标划分示意图如图 5 所示。在固定工作台的基础坐标系下,训练点在 X-Y 平面内以一定的间隔等距排列。X 方向坐标范围为(-120 mm, 120 mm),以 60 mm 间距设置了 5 个采集点位;Y 方向坐标范围为(-300 mm, 300 mm),以 150 mm 间距设置了 5 个采集点位;X-Y 平面的每个点位设置 5 个冗余角 R , $R = (-60^\circ, -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ)$,一共有 125 个采集点位。考虑到机器人存在奇异点,若机器人无法到达所规划的点位,则在原规划值基础上增加 5° 进行修正。例如,若机器人无法到达(120 mm, 300 mm, 60°)训练点位,则该训练点位变成(120 mm, 300 mm, 65°)。

机器人在进行铣削加工时,需保持电主轴始终垂直于 X-Y 平面的姿态,电主轴末端所能到达的空间有限。机器人处于图 5 位姿状态时具有较大的刚度,此位姿状态下转动机器人第 2 关节、第 3 关节,可到达较大范围的 Y 方向采集点,因此在 Y 方向设置的采集点最大间距达到了 600 mm;若要到达 X 方向采集点,则更依赖第 1 关节的转动才能保持电主轴垂直 X-Y 平面。转动第 1 关节所能到达的 X 方向采集点相对较少,因此在 X 方向选取的采集点最大距离为 240 mm。本文选用的史陶比尔 TX90 机器人属于小型机械臂,各轴之间最大工作半径不超过 900 mm。使用小型机器人进行铣削加工时,加工对象一般为小尺寸方形铝块,因此窄边距为

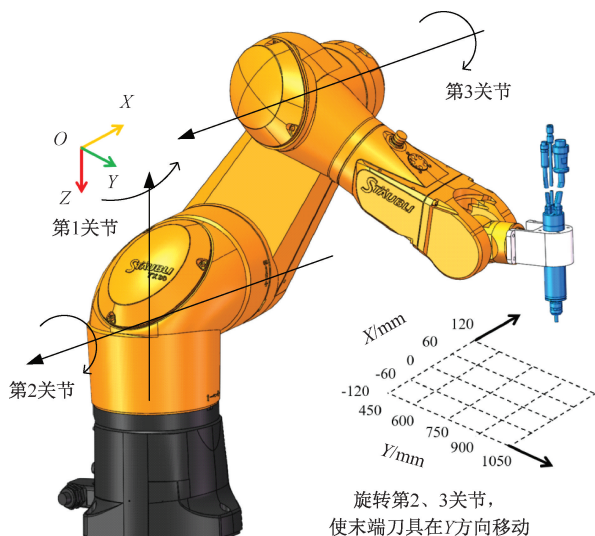


图5 多任务模态锤击试验训练集坐标划分子示意图

240 mm的工作空间足以满足小尺寸方形铝块的铣削需求。X方向240 mm的取值范围已充分覆盖

机器人该方向的工作空间,因此在该范围内取点不会影响基于WOA-GPR模型的泛化能力或适应性。

机器人铣削加工系统多任务模态锤击试验配置如图6所示。采用冲击锤(KISTLER9724A2000)对模拟刀具进行激励,振动响应由3个2256B-10型号单向加速度传感器采集。然后,使用DEWESOFT DB20121551动态信号分析仪分析加速度和力信号,并在上位机Dewesoft软件中提取试验数据。试验中,采用材质较软的橡胶锤帽进行敲击,以充分激发低频模态。当力锤敲击测试对象的瞬间,瞬时激励会导致结构发生自由振动,进而通过响应端的传感器进行采集。为方便加速度信号的采集,选择边长为20 mm的方柱形光滑杆作为模拟刀具,3个单向加速度传感器分别通过石蜡粘接在模拟刀具X、Y、Z方向的表面上。模拟刀具长度为95 mm,悬伸长度为50 mm,材料为45钢。

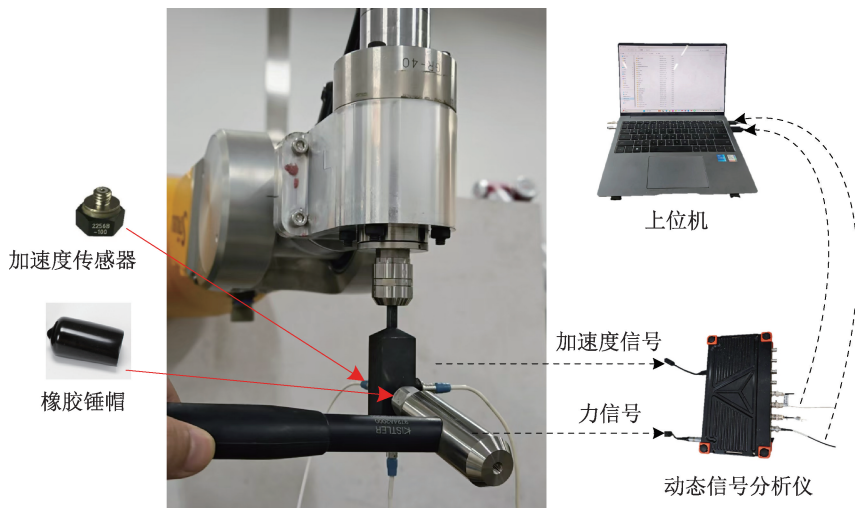


图6 机器人铣削加工系统多任务模态锤击试验配置图

加速度响应信号经过频域二次积分后可转换为位移信号,再将位移信号通过模态叠加法计算可得到FRF^[15]。定义机器人末端夹具坐标系 $X_1Y_1Z_1$,坐标原点位于夹具外表面中心, Z_1 方向与电主轴轴线方向一致, X_1 方向与电主轴夹具外平面垂直, Y_1 方向由右手定则确定。每个位姿分别从 X_1 、 Y_1 、 Z_1 方向进行力锤敲击测试。为增加试验结果可靠性,每个方向敲击2组,每组敲击5次,取5次FRF的平均值作为该位姿、方向下的最终FRF值。经过以上步骤可获取时域激励数据和 X_1 、 Y_1 、 Z_1 方向响应数据,分方向处理敲击事件,转换到频域计算后可得到机器人末端直接FRF与交叉耦合FRF。将典型切削位姿 $(X, Y, R) = (120 \text{ mm}, 60 \text{ mm}, 0^\circ)$ 命名为“位姿1”,图7为在位姿1下进行模态锤击试验

的力信号与3向加速度响应时域曲线。图7(a)为时域力信号图,可以从图中看出:从0~80 s时间范围内,一共有15次峰值响应,从开始到结束分别对应的是在X、Y、Z方向各5次力锤敲击,每次的敲击力约为60 N。图7(b)~(d)分别为X、Y、Z方向的时域加速度响应数据,可以看出:各方向加速度响应峰值范围在0~6 m/s²之间,当加速度计方向与力锤敲击方向一致时,该方向加速度信号值显著大于其他2个方向。

将数据分段提取后,通过拉普拉斯变换将时域信号转至频域。位姿1时域数据转至频域后的三向FRF曲线如图8所示,在小阻尼假设下,FRF曲线峰值对应的频率可近似为模态频率,从图中可以看出:各个FRF峰值明显,各有2~4个峰值响应,表

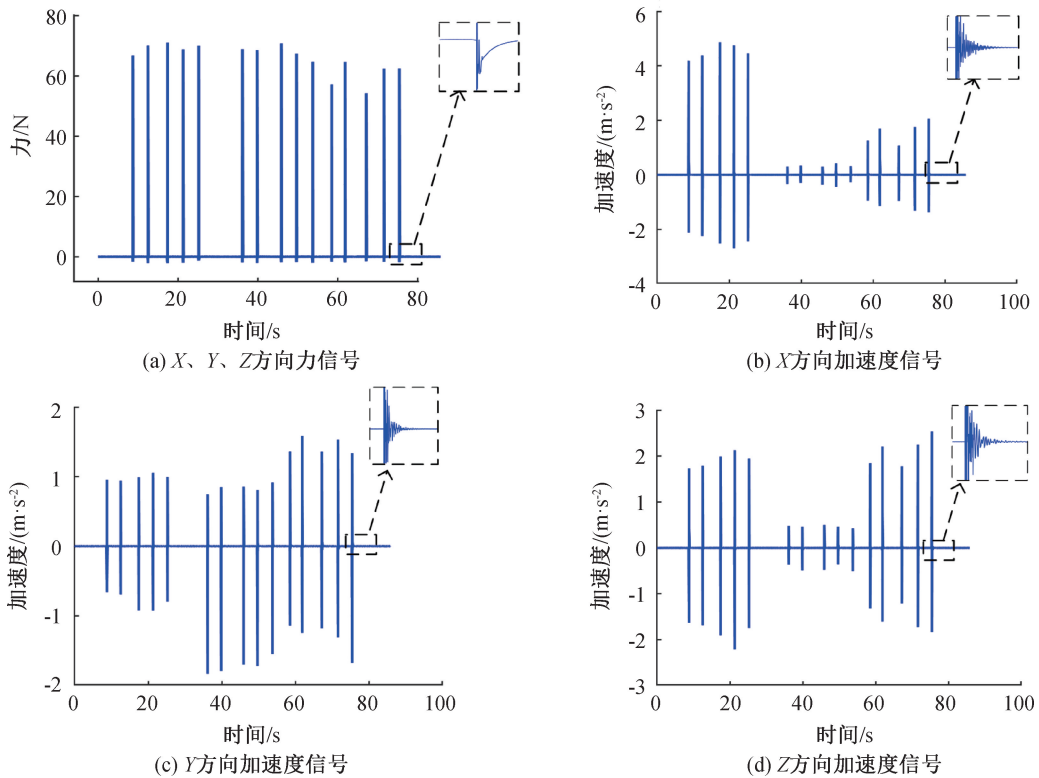


图 7 位姿 1 下时域力信号与加速度响应曲线

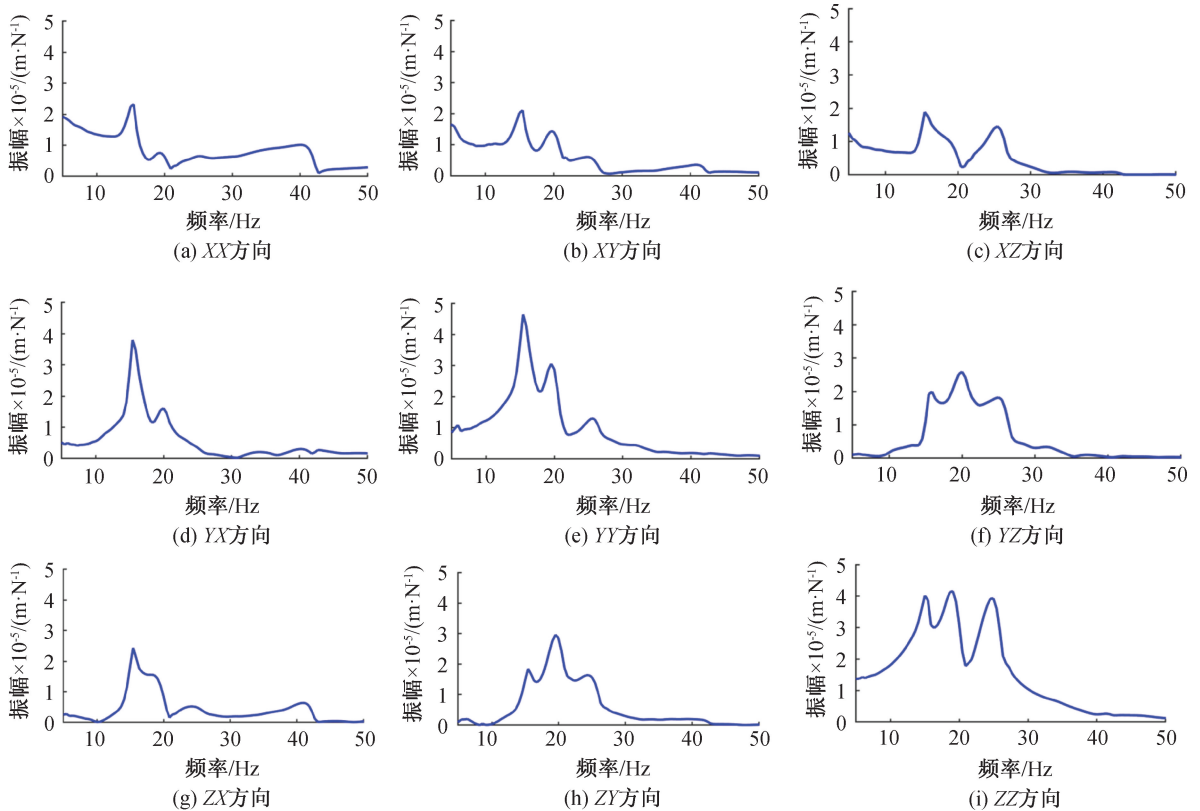


图 8 位姿 1 下三向 FRF 曲线

明该位姿点的模态锤击试验已有效激发了低频模态参数。进一步分析模态频率的分布规律可以发现,在 50 Hz 以下可以识别出 4 阶低频模态。第 1 阶模

态频率约 15 Hz,第 2 阶模态频率约 20 Hz,第 3 阶模态频率约 25 Hz 附近,第 4 阶模态频率约 40 Hz。本次测试采用材质较为软厚的锤帽,可以充分激发

低频模态,但部分高阶模态因激励能量衰减未能有效激发,导致其在 FRF 中响应微弱,难以通过峰值法可靠识别。例如,可以从图 8 看出,1 阶、2 阶、3 阶模态较易识别,但 4 阶模态峰值幅度较小,识别难度大。此外,当加速度测量方向与冲击激励方向一致时,共振峰特征更加明显;当二者方向不一致时,交叉 FRF 中共振峰幅值相对较低。然而,交叉 FRF 与同向 FRF 的幅值处于同一数量级,表明系统存在显著的方向耦合效应。因此,在模态锤击试验中不能忽略交叉 FRF 的影响。

采用峰值检测法与半功率带宽法对图 8 中位姿 1 的 FRF 曲线进行模态参数识别,计算得到该位姿下 XX 方向的模态频率、模态阻尼比和模态刚度,结果如表 1 所示。从表 1 可以看出,位姿 1 的 1~4 阶模态频率大致符合 15、20、25、40 Hz 的分布规律,模态阻尼比量级在 5% 左右,模态刚度在 10^6 N/m 以上。

表 1 位姿 1 XX 方向的模态参数值

阶数	模态频率/ Hz	模态 阻尼比/%	模态刚度/ (N·m ⁻¹)
1	15.44	5.88	1178652.76
2	19.08	7.14	1485776.20
3	24.98	4.00	2789780.31
4	39.97	6.25	4109823.79

4 结果与分析

4.1 模型性能评价指标

为实现任意位姿下机器人模态参数的预测,分别建立模态频率、模态阻尼比和模态刚度的预测模型。根据前述模态锤击试验与数据处理方法,共获得 125 组位姿数据,每组包含 9 个方向的模态参数。将所建立的数据集按 7:3 的比例划分为建模数据和测试验证数据,其中建模数据用于模型训练,验证数据用于评估模型的预测精度与稳定性。为了评价 WOA-GPR 模型在预测精度与稳定性方面的表现,选取 BP 模型与传统 GPR 模型作为对比模型,并使用相同的数据集进行训练验证。BP 模型是一种基于误差逆向传播算法训练的多层前馈神经网络模型,已广泛应用于非线性映射问题,因此选择其作为对比模型。本文以 1~4 阶低频模态频率为典型实例,构建相应的预测模型,并从 FRF 曲线拟合情况、精度指标和误差评价指标对算法性能进行评价。

决定系数 R^2 是评估回归模型预测性能的重要指标,可用作衡量模型预测精度的量化依据,其计算

公式^[16]为:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_D} (\hat{k}_i - k_i)^2}{\sum_{i=1}^{N_D} (\bar{k}_i - k_i)^2} \quad (13)$$

其中: N_D 表示数据集中样本点的总数, k_i 代表第 i 个观测点的实际值, \hat{k}_i 表示利用回归模型得到的第 i 个观测值的预测值, \bar{k}_i 表示第 i 个观测值的平均值。

模型的稳定性通常指算法在数据噪声及工况变化下仍能保持稳定、可靠的预测性能的能力。为评价模型的稳定性,本文采用均方误差(MSE)、平均绝对误差(MAE)、均方根误差(RMSE)和平均绝对百分比误差(MAPE)作为误差评价指标。

4.2 FRF 拟合曲线

将 1~4 阶低频模态数据集分别使用 BP 模型、传统 GPR 模型和 WOA-GPR 模型进行训练。BP 模型需要手动调节的超参数包括训练次数、学习速率、最小误差、动量因子和最小性能梯度。调参过程采取经验设置、控制变量法和多轮交叉验证的策略,首先根据先验知识确定该样本规模下可能的最优参数;然后固定其他参数,对目标参数进行多轮调整,直至训练性能最佳。经过多轮的逐个调参,最后确定的最优参数组合为:训练次数 10000,学习速率 0.005,最小误差 0.00000001,动量因子 0.01,最小性能梯度 0.000001。

GPR 模型的预测性能同样高度依赖于方差尺度、核函数信号方差、噪声方差以及核函数种类的超参数设置。调参过程中,采用分阶段手动优化策略。首先,基于先验知识初始化该模型的可能最优参数。然后,固定核函数信号方差与噪声方差,在 10~20 范围调整方差尺度,发现设为 18 时训练误差显著降低。同时优化核函数信号方差,确定其为 6.1 时验证集的 MSE 最小;调整噪声方差,确定其为 2.9。在选择 GPR 模型核函数时,对比了平方指数核、指数核及马特恩核,最终选择平方指数核,因为其更适用于平滑、连续的数据变化,因此最适合于机器人铣削加工系统模态参数的预测。最终确定 GPR 模型的最优超参数组合为:方差尺度 18,核函数信号方差 6.1,噪声方差 2.9,核函数种类为平方指数核。

使用 WOA-GPR 模型进行模态参数预测无需手动调参,这可提升模型训练效率。为直观展示各预测模型的预测效果,选取 30% 测试组数据中机器人位姿为(0, -150 mm, 30°)的一个典型实例进行 FRF 曲线拟合,并对该实例中的机器人位姿命名为

“位姿 2”。分别使用 BP 模型、传统 GPR 模型、WOA-GPR 模型以及试验数据所得到的模态参数

进行 FRF 曲线拟合。图 9 展示了位姿 2 的三向 FRF 曲线,并对比了各模型的预测值。

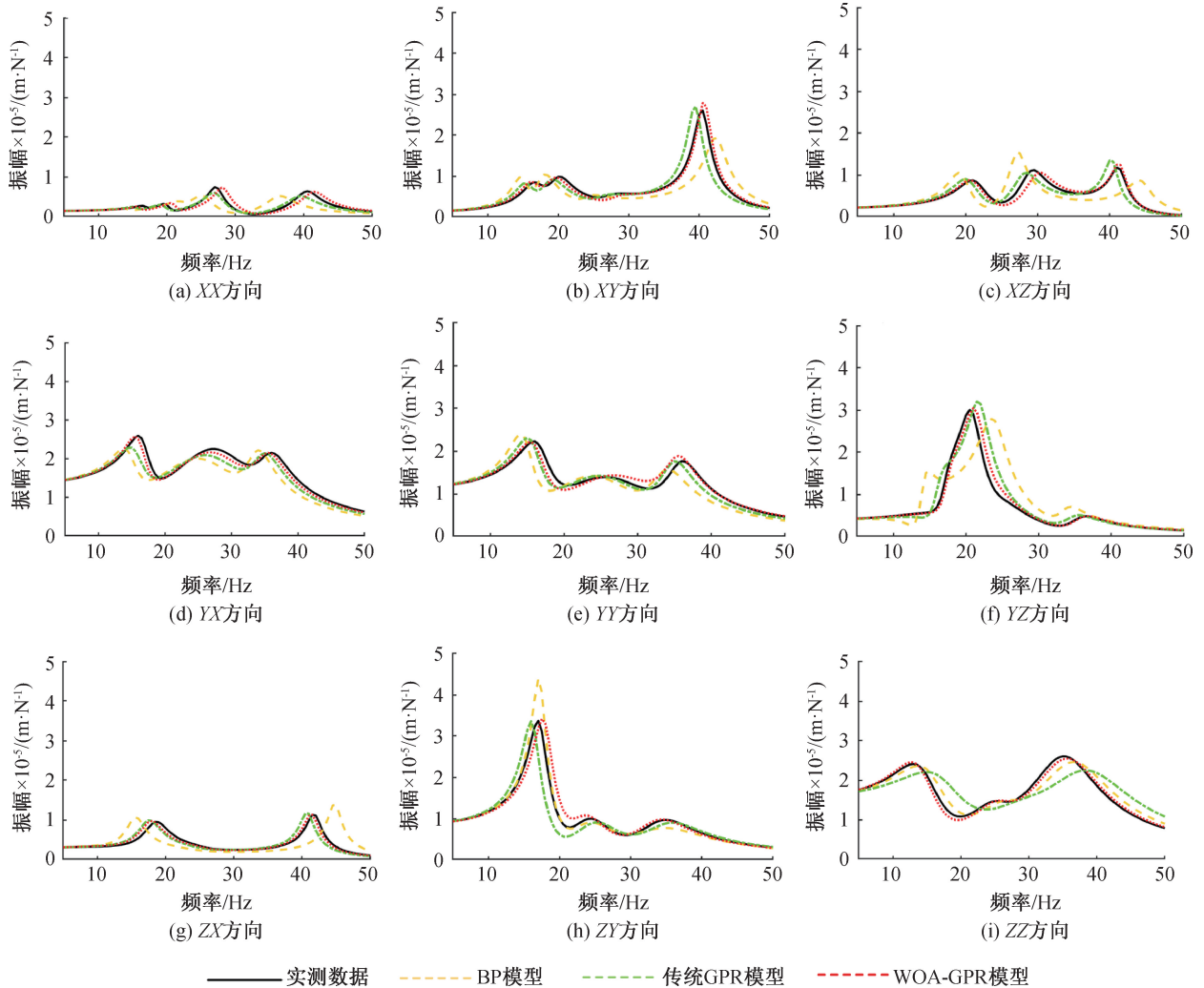


图 9 位姿 2 下的三向 FRF 曲线

从图 9 中 FRF 试验值与预测值的对比结果可以看出,WOA-GPR 模型在多数方向上能够较好地复现实际系统的动力学特性,整体表现优于传统 GPR 模型或 BP 模型。图 9(a)–(e)中,试验实测数据拟合的 FRF 曲线与 WOA-GPR 模型预测的 FRF 曲线共振峰位置基本吻合,且曲线形态一致,表明 WOA-GPR 模型不仅成功识别出了主导模态频率,还准确识别出了系统的模态刚度和模态阻尼比。如图 9(a)所示,WOA-GPR 模型的预测曲线与试验曲线存在微小差别,表明在模态频率、模态刚度和模态阻尼比的预测中存在轻微偏差。这些偏差可能源于模态锤击测量噪声、未考虑到的非线性因素,或 FRF 曲线拟合方法的局限。如图 9(i)所示,传统 GPR 模型在预测 ZZ 方向的 FRF 时表现较差,这可能是由于训练数据集中存在异常数据,但 WOA-GPR 模型的预测效果较好,表明该模型相较于传统

GPR 模型具有更强的稳定性。

4.3 模型预测精度与误差评价指标

为评价 3 种模型的预测精度和稳定性,对每种模型进行多次训练,并随机选取其中 3 次结果进行分析。3 种模型预测值和试验实测值的对比散点图如图 10 所示,其中:横坐标为试验测量得到的模态频率,纵坐标为模型预测的模态频率。若数据点分布在参考线 $y=x$ 上,则表明预测值与实测值具有较好的一致性。从图 10 中可以看出,BP 模型预测数据点分布较为离散,与参考线的偏离程度较大,说明其预测精度和稳定性相对较弱。相比之下,传统 GPR 模型和 WOA-GPR 模型预测数据点主要集中在参考线两侧,且聚集性更强,约在 15、25、30 Hz 和 45 Hz 附近形成明显的频率聚类特征,表明两种模型具有较好的预测一致性,其中 WOA-GPR 模型表现更为稳定。

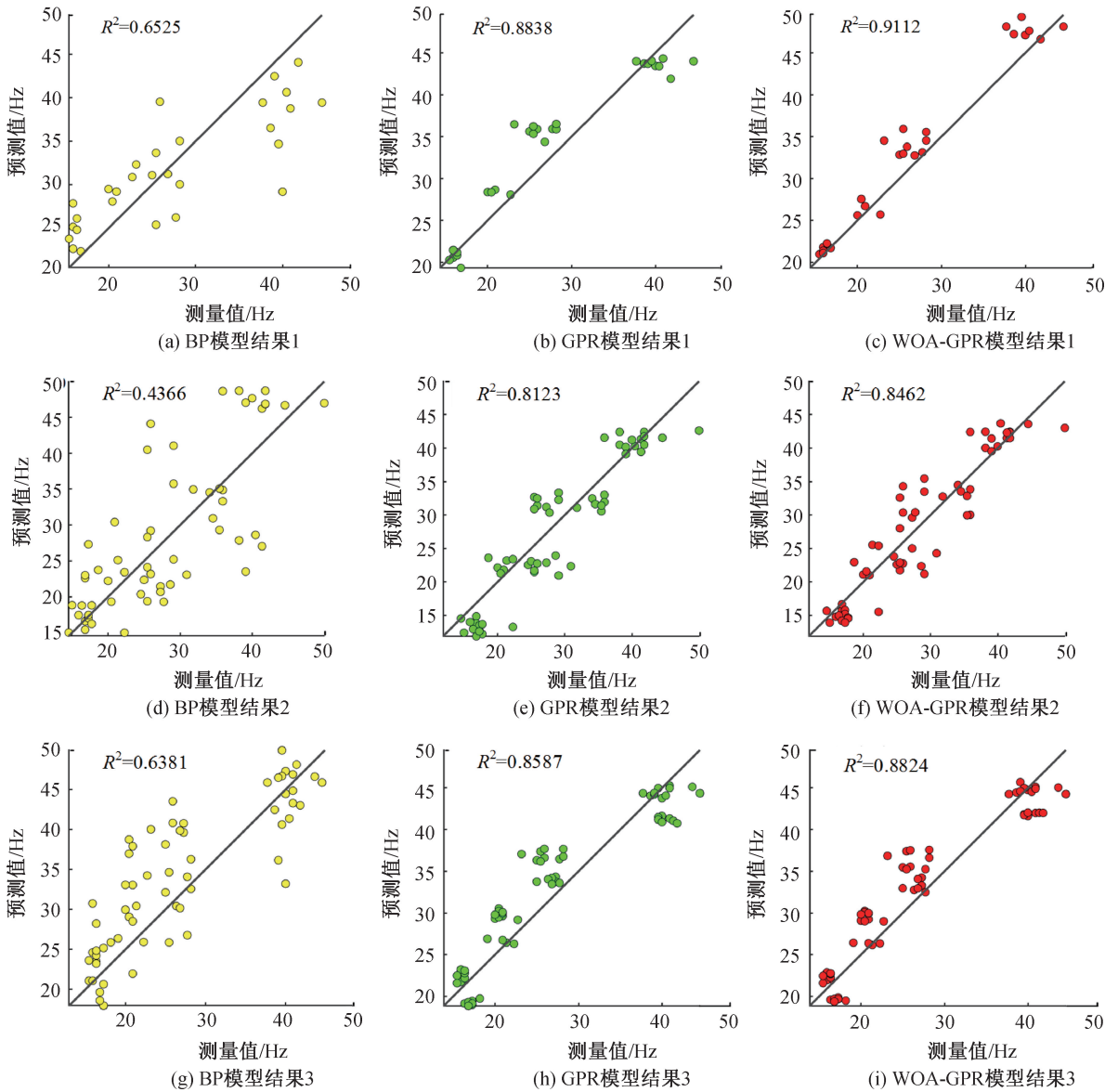


图 10 3 种模型预测结果与试验测量结果散点图

对图 10(a)—(i) 中各模型 3 次预测结果的 R^2 求平均值, 结果发现: BP 模型的 R^2 平均值为 0.5757, 模型预测效果并不理想; 传统 GPR 模型的 R^2 平均值为 0.8516, 相较于 BP 模型提升了 47.92%, 具有良好的预测效果; WOA-GPR 模型 R^2 平均值为 0.8800, 结果 1 的 R^2 达到 0.9112。WOA-GPR 模型的 R^2 平均值相较于 BP 模型提升了 52.86%, 较传统 GPR 模型提升 2.91%, 表现出较优的预测性能。需要指出的是, BP 模型的训练结果并不稳定, 本文在上述参数配置情况下经过多轮测试发现, 其 R^2 在 0.3 至 0.7 之间浮动。GPR 模型与 WOA-GPR 模型的 R^2 值则较为稳定 ($R^2 \geq 0.8$)。

图 11 展示了 3 种模型的 3 次预测结果的

MSE、MAE、RMSE 和 MAPE 值, 从图中可以看出: 在 3 次预测结果中, WOA-GPR 模型在 MSE、MAE、RMSE 和 MAPE 值上均取得最小值, 传统 GPR 模型稍大, BP 模型最大。

3 次预测结果的 R^2 、MSE、MAE、RMSE 和 MAPE 等指标平均值见表 2。由表 2 可知, WOA-GPR 模型在各项预测性能指标上均优于 BP 模型和传统 GPR 模型。在 MSE 上, 相较于 BP 模型和传统 GPR 模型分别降低了 50.23% 和 18.66%; 在 MAE 上, 分别降低了 51.26% 和 18.25%; 在 RMSE 上, 分别降低了 54.54% 和 13.56%; 在 MAPE 上, 分别降低了 57.69% 和 15.38%。综上所述, WOA-GPR 模型在误差控制方面有明显优势。

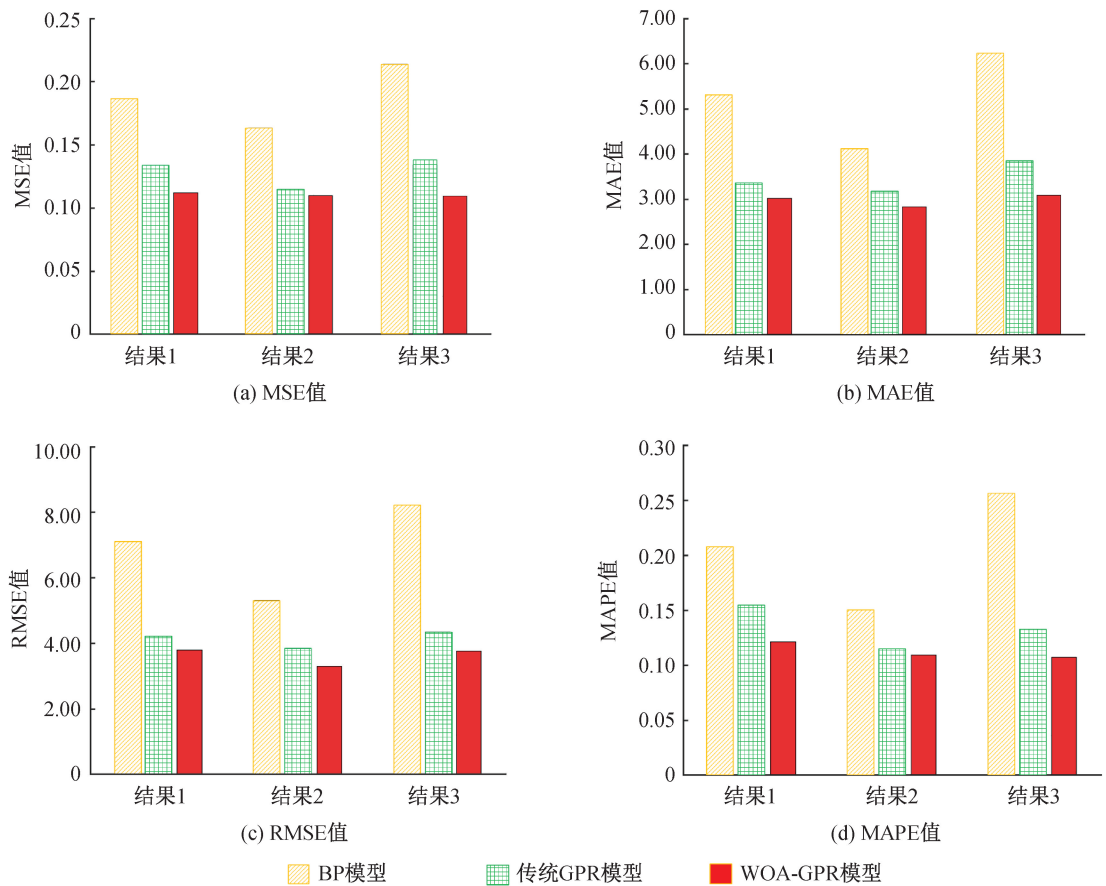


图 11 3 种模型 3 次预测的性能指标值

表 2 3 种模型预测性能指标平均值

模型	R^2	MSE	MAE	RMSE	MAPE
BP 模型	0.5757	0.219	6.34	8.27	0.26
传统 GPR 模型	0.8516	0.134	3.78	4.35	0.13
WOA-GPR 模型	0.8800	0.109	3.09	3.76	0.11

5 结 论

本文以史陶比尔 TX90 工业机器人为研究对象,建立机器人铣削加工系统动力学模型,构建 WOA-GPR 模型,提出了一种基于 WOA-GPR 模型的模态参数预测方法,实现了位姿依赖模态参数的有效预测。多组预测结果与性能指标分析表明,WOA-GPR 模型在预测精度与稳定性方面均优于传统 GPR 模型和 BP 模型。在预测精度方面,WOA-GPR 模型的 R^2 最高达 0.9112,较传统 GPR 模型提升了 2.91%,较 BP 模型提升了 52.86%;在稳定性方面,WOA-GPR 模型在 MSE、MAE、RMSE 和 MAPE 指标上较传统 GPR 模型降低了约 15%,较 BP 模型降低了约 50%。

WOA-GPR 模型在提升传统 GPR 模型预测性能的同时,算法复杂程度也相应增加,对上位机的计

算能力提出了更高的要求,在实时应用场景中可能存在一定的计算负担。此外,本文重点研究了 50 Hz 以下的低频模态,尚未对 50 Hz 以上的高频模态开展系统分析,后续可进一步拓展模型适用频段,开展高频模态的预测研究与验证工作。

参考文献:

- [1] Chen Y H, Dong F H. Robot machining: recent development and future research issues [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 66 (9/10/11/12): 1489-1497.
- [2] Ji W, Wang L H. Industrial robotic machining: a review [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 103 (1/2/3/4): 1239-1255.
- [3] Pan Z X, Zhang H, Zhu Z Q, et al. Chatter analysis of robotic machining process [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2006, 173 (3): 301-309.
- [4] Mejri S, Gagnol V, Le T P, et al. Dynamic characterization of machining robot and stability analysis [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 82 (1/2/3/4): 351-359.
- [5] Cen L J, Melkote S N. CCT-based mode coupling chatter avoidance in robotic milling [J]. Journal of Manufacturing

- Processes, 2017, 29: 50-61.
- [6] Zheng J Q, Ren P F, Du X, et al. Milling stability analysis: a novel approach based on a multi-point and multi-mode lumped parameter dynamic model [J]. Journal of Manufacturing Processes, 2025, 156(Part A): 406-422.
- [7] Wan M, Shen C J, Qu X, et al. Chatter stability of the robotic milling process involving the influences of low frequency vibrations in three directions[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2025, 224: 112014.
- [8] 彭宇, 杨晓京, 廖昭洋. 机器人加工模态预测与姿态优化方法研究[J/OL]. 机床与液压, 2025: 1-9. (2025-10-30)[2025-12-24]. <https://link.cnki.net/urlid/44.1259.TH.20251029.1823.142>.
- [9] 荆登峰, 周利东. 考虑模态参数的机器人铣削颤振稳定性研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2025(11): 144-151.
- [10] 籍永建, 韩启超, 徐小康. 包含机器人-主轴系统耦合效应的铣削颤振稳定性分析[J]. 振动与冲击, 2025, 44(6): 13-27.
- [11] 李艳, 刘正矛. 柔性关节机械手模态分析的数值解析方法研究[J]. 机械设计与制造, 2024(8): 318-325.
- [12] 何成刚, 汪晓鑫, 李自立, 等. 基于解析模态分析和输入整形的机器人末端振动实时抑制方法[J]. 机电工程, 2025, 42(2): 327-338.
- [13] 李法贵, 王若奇, 孙玉文. 基于深度神经网络的机器人加工系统模态特性预测[J]. 航空制造技术, 2023, 66(3): 85-92.
- [14] 董作峰, 秦冬冬. 面向机器人铣削过程的颤振稳定性控制研究[J]. 机械设计与制造, 2025(11): 92-99.
- [15] 万敏, 李战赢, 申传璟, 等. 基于高斯过程回归的铣削机器人模态参数预测[J]. 航空工程进展, 2024, 15(6): 174-188.
- [16] Lei Y, Hou T Y, Ding Y. Prediction of the posture-dependent tool tip dynamics in robotic milling based on multi-task Gaussian process regressions [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2023, 81: 102508.
- [17] 许德刚, 王再庆, 郭奕欣, 等. 鲸鱼优化算法研究综述[J]. 计算机应用研究, 2023, 40(2): 328-336.
- [18] 赵晶, 祝锡晶, 孟小玲, 等. 改进鲸鱼优化算法在机械臂时间最优轨迹规划的应用[J]. 机械科学与技术, 2023, 42(3): 388-395.

(责任编辑: 康 锋)