



含裂纹齿轮传动系统动力学特性研究

崔守凡, 高云, 张振涛, 尉朋, 周迅

(浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018)

摘要: 为研究齿根裂纹扩展导致的啮合刚度变化对齿轮箱振动的影响, 基于含裂纹齿轮系统动力学模型分析了齿轮传动系统的动力学特性。首先建立了渐开线直齿轮两级传动系统的集中参数模型; 然后根据该模型, 利用数值方法模拟了齿根裂纹的扩展过程, 进而采用能量法求解不同裂纹尺寸的齿轮时变啮合刚度; 最后将刚度激励作为齿轮系统的激励, 代入传动系统集中参数模型, 得到传动系统的动力学响应。结果表明: 在含裂纹齿轮啮合过程中, 齿轮速度级振动时域信号产生周期性冲击变化, 而加速度级振动时域信号产生更剧烈的振动冲击; 系统负载和转速主要影响动力学响应的幅值、周期和相位; 不同故障形式导致齿轮的动力学响应的频率发生变化, 主要体现在峰值、频带分布上。该研究结果有助于了解齿轮萌生疲劳裂纹并扩展时齿轮传动系统的动力学特性, 为齿轮系统健康状况检测提供理论依据。

关键词: 渐开线齿轮; 刚度; 齿根裂纹; 动力学响应; 频域变换

中图分类号: TH132

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851(2020)05-0640-07

Research on dynamic characteristics of gear transmission system with crack

CUI Shoufan, GAO Yun, ZHANG Zhentao, WEI Peng, ZHOU Xun

(Faculty of Mechanical Engineering & Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In order to learn the influence of the meshing stiffness caused by the crack growth in gear root on gearbox vibration, the dynamic characteristics of cracked gear system were analyzed based on the dynamic model of the cracked gear system. First, a two-stage transmission system of involute spur gear based on the lumped parameter was established. Then, according to the model, the propagation law of crack was simulated by numerical method, and the time-varying meshing stiffness of gears with different length of crack was solved by energy method. Finally, the stiffness excitation was taken as the excitation of the gear system and substituted into the lumped parameter model of the transmission system to obtain the dynamic response of the transmission system. The calculation results show that the vibration signal in time domain of gear speed level produces periodic shock change, while the vibration signal in time domain of gear acceleration level produces more violent shock during the meshing process of gear teeth with crack. The load and speed of the system mainly affect the amplitude, period and phase. The frequency of gear dynamic response is changed by different faults, which is mainly reflected in peak value and frequency band distribution. The results of this study are helpful to understand the dynamic characteristics of the gear transmission system during the initiation and propagation of the fatigue crack of the gear, and provide a theoretical basis for the detection of the health status of the gear system.

Key words: involute gear; stiffness; crack; dynamic response; frequency domain transformation

收稿日期: 2020-02-29 网络出版日期: 2020-05-08

基金项目: 国家国际科技合作专项(2015DFA71400)

作者简介: 崔守凡(1994-), 女, 江苏连云港人, 硕士研究生, 主要从事机械工程方面的研究。

通信作者: 周迅, E-mail: zhouxun@zstu.edu.cn

0 引言

随着机械行业的全面发展,机械设备对传动系统的要求越来越高。齿轮传动系统具有传递可靠、结构紧凑、承载能力强等优点,因此广泛应用于车辆、机床、航空运输等各种机械设备中。齿轮传动系统中最容易发生的故障是齿根疲劳裂纹扩展导致的轮齿断裂^[1]。齿根疲劳裂纹的萌生和扩展会改变传动系统的动力学特性,并体现为箱体表面振动以及轴系的扭振等可监测信号的异常。若能利用针对性的算法对这些信号异常进行识别,则可以了解内部齿轮的疲劳裂纹状态,从而实现对齿轮健康状况的监测。为建立这种针对性的识别算法,有必要通过理论模型研究疲劳裂纹的扩展行为与振动信号之间的随变规律。

传动系统动力学特性的理论分析,历来受研究人员所重视。钱露露等^[2]将有限元模型计算结果与实验结果对比,验证了单级齿轮传动系统固有频率的一致性,为齿轮系统稳定性分析提供依据。范俊等^[3]通过接触有限元法模拟了齿轮副的连续啮合过程,定量分析了共振状态下齿轮的动力学响应。马锐等^[4]建立了参数化动力学模型,通过幅频曲线等分析含裂纹齿轮信号振动特征,并根据奇异性理论揭示了裂纹和传动误差引起的不同分岔模式。Wang等^[5]综述了时变啮合刚度、齿侧啮合间隙等因素对齿轮系统非线性动力学的影响。Parey等^[6]对含缺陷的齿轮系统开展研究,分析了各种含故障的齿轮传动系统的动态特性。Howard等^[7]建立了考虑齿面摩擦的齿轮传动系统十六自由度运动方程,通过数值方法分析了含裂纹齿轮系统的振动响

应。Jia等^[8]建立了三轴两对26自由度齿轮动力学模型,对比了时变啮合刚度和载荷比对齿轮局部齿面剥落损伤和裂纹故障的影响。林腾蛟等^[9]建立了故障斜齿轮耦合动力学模型,研究了振动响应的冲击现象,并分析了齿轮故障对齿轮系统频域响应的影响。齿轮传动系统各类建模分析方法的特点、应用场合均不同,应根据含裂纹故障的两级齿轮传动系统的特点确定合适的研究方法。

本文建立了两级传动系统动力学模型,并将基于悬臂梁原理的时变啮合刚度计算以及疲劳裂纹扩展仿真分析嵌入其中,计算得到了齿根裂纹疲劳扩展导致的时变啮合刚度变化规律,以及含裂纹故障的齿轮系统动力学响应的异常变化规律,为齿轮传动系统的故障诊断及实时监测提供理论支持。

1 齿轮传动系统建模

本文采用集中参数法来建立齿轮传动系统的动力学模型。该方法计算量小,便于与前后处理过程形成迭代,适于研究动力学响应的时变特性,符合本文的研究目标。集中参数法是将系统简化为集中参数,将传动系统视为由一系列弹簧、阻尼、质量块相互连接而成。因裂纹扩展导致的时变啮合刚度则换算为激励施加于系统。

齿轮传动系统模型如图1所示。将齿轮沿啮合线方向竖直排列, $G_i (i=1, 2, 3, 4)$ 分别为齿轮的理论旋转中心, x 轴垂直于齿轮啮合线, y 轴平行于齿轮啮合线方向, z 轴与传动轴方向平行。齿轮编号1、2、3、4分别表示第一级主、从动齿轮、第二级主、从动齿轮。

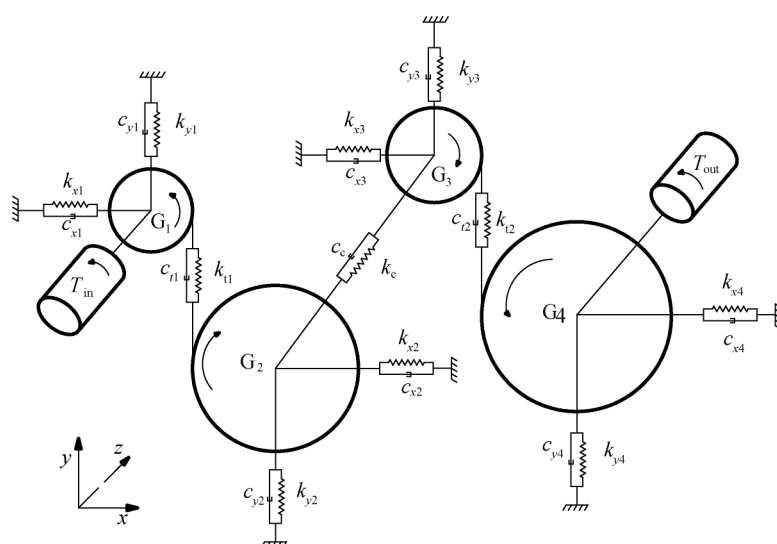


图1 齿轮传动系统模型

齿轮系统动力学微分方程可以用式(1)表示:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{S}}_x + \mathbf{C}_x\dot{\mathbf{S}}_x + \mathbf{K}_x\mathbf{S}_x = 0 \\ \mathbf{M}\ddot{\mathbf{S}}_y + \mathbf{C}_y\dot{\mathbf{S}}_y + \mathbf{K}_y\mathbf{S}_y = \mathbf{C}_t\dot{\xi} + \mathbf{K}_t\xi \\ \mathbf{I}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}_\theta\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{K}_\theta\boldsymbol{\theta} = \mathbf{R}_i\mathbf{C}_t\dot{\xi}_\theta + \mathbf{R}_i\mathbf{K}_t\xi_\theta \\ I_{in}\ddot{\theta}_{in} + c_{in}(\dot{\theta}_{in} - \dot{\theta}_1) + k_{in}(\theta_{in} - \theta_1) = T_{in} \\ I_{out}\ddot{\theta}_{out} + c_{out}(\dot{\theta}_{out} - \dot{\theta}_4) + k_{out}(\theta_{out} - \theta_4) = T_{out} \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{M} = \text{diag}(m_1, m_2, m_3, m_4)$; $\mathbf{C}_x = \text{diag}(c_{x1}, c_{x2}, c_{x3}, c_{x4})$; $\mathbf{K}_x = \text{diag}(k_{x1}, k_{x2}, k_{x3}, k_{x4})$; $\mathbf{S}_x = [s_{x1} \ s_{x2} \ s_{x3} \ s_{x4}]$; $\mathbf{C}_y = \text{diag}(c_{y1}, c_{y2},$

$c_{y3}, c_{y4})$; $\mathbf{K}_y = \text{diag}(k_{y1}, k_{y2}, k_{y3}, k_{y4})$; $\mathbf{S}_y = [s_{y1} \ s_{y2} \ s_{y3} \ s_{y4}]$; $\mathbf{C}_t^T = [c_{t1} \ c_{t1} \ c_{t2} \ c_{t2}]$; $\mathbf{K}_t^T = [k_{t1} \ k_{t1} \ k_{t2} \ k_{t2}]$; $\xi = [\xi_{y1} \ \xi_{y2} \ \xi_{y3} \ \xi_{y4}]$; $\mathbf{I} = \text{diag}(I_1, I_2, I_3, I_4)$; $\mathbf{C}_\theta = \text{diag}(c_{in}, c_c, c_c, c_{out})$; $\mathbf{K}_\theta = \text{diag}(k_{in}, k_c, k_c, k_{out})$; $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]$; $\xi_\theta = [\xi_{\theta1} \ \xi_{\theta2} \ \xi_{\theta3} \ \xi_{\theta4}]$; $\xi_{\theta i} = R_e \theta_{e-Ri} \theta_i + y_i - y_e$; s_{xi}, s_{yi} 分别为齿轮沿 x, y 方向上的平移自由度; θ_i 为齿轮的扭转自由度; $\xi_{yi}, \xi_{\theta i}$ 分别为齿轮啮合线上线性位移、扭转角位移; R_i 为齿轮基圆半径; k_{ti}, c_{ti} 分别为齿轮时变啮合刚度、阻尼; 下标为 e 的变量表示与之啮合的齿轮。参数的含义见表 1。

表 1 齿轮系统参数含义

参数	符号	数值
输入扭矩/(N·m)	T_{in}	11.9
输出扭矩/(N·m)	T_{out}	48.8
电机轴、输出轴扭转刚度/(N·m·rad ⁻¹)	k_{in}, k_{out}	4.4×10^4
电机轴、输出轴扭转阻尼/(N·m·rad ⁻¹)	c_{in}, c_{out}	5.0×10^5
轴承支撑刚度/(N·m ⁻¹)	$k_{x1}, k_{x2}, k_{x3}, k_{x4}$	6.6×10^7
轴承支撑刚度/(N·m ⁻¹)	$k_{y1}, k_{y2}, k_{y3}, k_{y4}$	6.6×10^7
轴承阻尼/(N·s·m ⁻¹)	$c_{x1}, c_{x2}, c_{x3}, c_{x4}$	1.8×10^5
轴承阻尼/(N·s·m ⁻¹)	$c_{y1}, c_{y2}, c_{y3}, c_{y4}$	1.8×10^5

2 齿轮系统参数计算

2.1 健康齿轮时变啮合刚度计算

本文采用势能法求解齿轮时变啮合刚度^[10]。将每个轮齿看作是一个从基圆上伸出的变截面悬臂梁来模拟单个轮齿在齿面啮合作用下产生形变的情况, 齿轮啮合受力过程如图 2 所示。

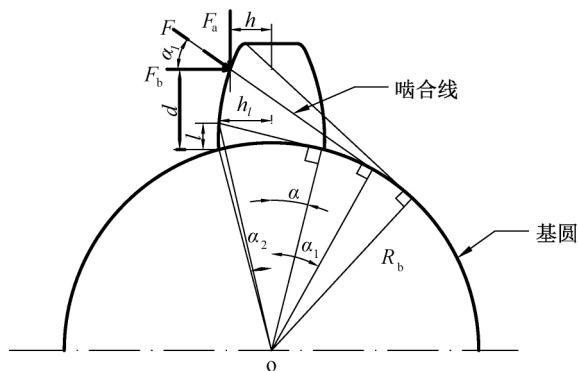


图 2 齿轮啮合过程受力图

当轮齿啮合时, 轮齿的变形能主要由轮齿的弯曲势能 U_b 、剪切势能 U_s 、径向压缩势能 U_a 、赫兹接触势能 U_h 组成^[11]。齿轮啮合势能 U 、啮合力 F 和啮合刚度 k 之间的关系可以用式(2)表示为:

$$U = \frac{F^2}{2k} \quad (2)$$

齿轮系统的总啮合刚度可视为弯曲刚度 k_b 、剪切刚度 k_s 、径向压缩刚度 k_a 以及赫兹接触刚度 k_h 的串联。齿轮啮合作用线在啮合过程中不断改变, 但是始终垂直啮合齿廓。齿轮啮合力 F 可以分解为两个正交力 F_a, F_b 。因此, 齿轮的弯曲刚度、剪切刚度、径向压缩刚度可用式(3)~(5)分别表示为:

$$\frac{1}{k_b} = \frac{2U_b}{F^2} = \frac{2}{F^2} \int_0^d \frac{[F_b(d-l) - F_a h]^2}{2EI_l} dl \quad (3)$$

$$\frac{1}{k_s} = \frac{2U_s}{F^2} = \frac{2}{F^2} \int_0^d \frac{1}{2GA_l} dl \quad (4)$$

$$\frac{1}{k_a} = \frac{2U_a}{F^2} = \frac{2}{F^2} \int_0^d \frac{F_a^2}{2EA_l} dl \quad (5)$$

其中: I_l 为距离齿根 l 处的齿轮部分的转动惯量; A_l 为有效截面惯性矩; E, G, L, ν 分别表示为杨氏模量、剪切模量、齿宽、泊松比。 I_l, A_l, G 可用式(6)~(8)分别表示为:

$$I_l = \frac{1}{12} (2h_l)^3 L = \frac{2}{3} h_l^3 L \quad (6)$$

$$A_l = 2h_l L \quad (7)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (8)$$

一对啮合齿的赫兹接触刚度沿作用线为常数^[12], 与接触位置无关, 可用式(9)表示为:

$$k_h = \frac{\pi EL}{4(1-\nu^2)} \quad (9)$$

齿轮的每个齿在啮合过程中,分为单对齿啮合和双对齿啮合过程。齿轮的总啮合刚度由每对参与啮合齿的时变啮合刚度并联,可用式(10)表示为:

$$k_t = k_{t,1} + k_{t,2} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\frac{1}{k_{h,i}} + \frac{1}{k_{b1,i}} + \frac{1}{k_{s1,i}} + \frac{1}{k_{a1,i}} + \frac{1}{k_{b2,i}} + \frac{1}{k_{s2,i}} + \frac{1}{k_{a2,i}}} \quad (10)$$

表2 齿轮参数

齿轮	齿数/个	模数/mm	齿宽/mm	压力角/(°)	弹性模量/GPa	泊松比	质量/kg	转动惯量/(kg·m ²)
齿轮1	23	5	20	20	206.8	0.3	0.997	1.835×10 ⁻³
齿轮2	45	5	20	20	206.8	0.3	5.378	1.936×10 ⁻²
齿轮3	25	5	20	20	206.8	0.3	1.105	1.584×10 ⁻³
齿轮4	47	5	20	20	206.8	0.3	5.499	2.262×10 ⁻²

变啮合刚度。齿轮的时变啮合刚度呈周期性变化,在齿轮双对齿参与啮合时,齿轮刚度逐渐增大;当齿轮即将退出双对齿啮合,刚度逐渐减小;当齿轮进入单对齿啮合时,时变刚度骤降后随着啮合稳定,刚度逐渐增加。

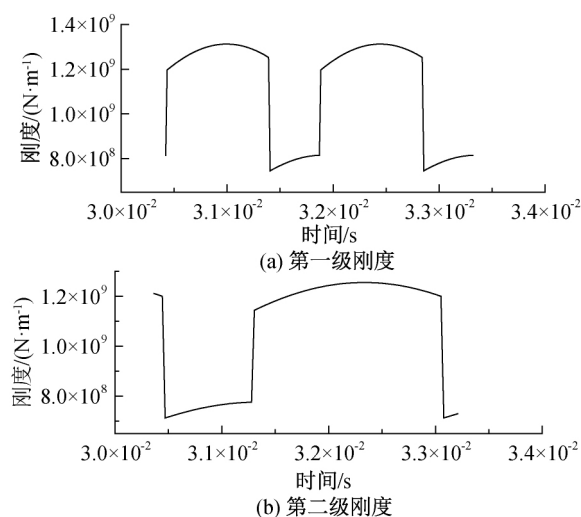


图3 齿轮传动系统刚度

ISO6336-1: 2006 《Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gears》标准中给出了齿轮副的单齿最大啮合刚度和平均啮合刚度的计算方法,将势能法计算的啮合刚度与ISO标准计算的结果比较见表3。从表3中可以看出,本文势能法与该标准计算的刚度比较吻合,验证了势能法计算刚度的准确性。

2.2 含裂纹齿轮时变啮合刚度计算

高云^[13]采用有限元方法对齿轮进行应力分析,确定了齿根处最大主应力的位置,并将其作为疲劳裂纹的起裂点,然后对齿根裂纹在实际工作中的扩

其中: $i=1$ 时为第一对齿啮合, $i=2$ 时为第二对齿啮合。

为了研究刚度在角位移情况下的变化,将线位移换算为角位移,推导得齿轮时变啮合刚度随啮合角度的变化关系,将表2齿轮参数代入式(3)~(10)中求解得两级齿轮系统时变啮合刚度。

图3给出了输入轴转速为30 Hz、负载为48.8 N·m时 $3.0 \times 10^{-2} \sim 3.4 \times 10^{-2}$ s内齿轮系统的时

表3 啮合刚度计算结果

计算方法	单齿最大啮合刚度/ (10 ⁸ N·m ⁻¹)	平均啮合刚度/ (10 ⁸ N·m ⁻¹)
ISO标准	7.9546	1.0515
势能法	8.1409	1.0667
相对误差/%	2.34	1.45

展轨迹进行了模拟分析。为了解含裂纹齿轮的时变啮合刚度及其随裂纹扩展的变化规律,本文将啮合刚度的计算分析嵌入到裂纹扩展的模拟分析过程,从而计算求解齿轮的时变啮合刚度随齿根疲劳裂纹扩展的变化规律。

在第一级主动齿轮齿根最大主应力位置预设不同长度的裂纹,再对该模型进行计算。结果表明:同健康齿轮刚度计算相比,赫兹刚度以及轴向压缩刚度未发生明显变化。但齿根截面的惯性矩随着裂纹扩展而变化显著,齿轮的弯曲刚度和扭转刚度也会同步变化。图4为两个啮合周期内含不同长度裂纹的齿轮系统在输入轴转速为30 Hz、负载为48.8 N·m工况下的时变啮合刚度。在 $3.0 \times 10^{-2} \sim 3.4 \times 10^{-2}$ s内,含裂纹齿经历了三个啮合阶段。含裂纹齿啮合刚度整体趋势与健康齿轮啮合刚度相似,但随着裂纹长度的增加,含裂纹齿啮合刚度整体呈减小趋势。在啮合过程中,随着含裂纹齿承担载荷越来越多,刚度变化幅度增大;含裂纹齿承担全部载荷时,含裂纹齿啮合刚度均减小;随着裂纹齿啮出,含裂纹齿承担载荷减少,刚度变化幅度减小。

3 齿轮系统动力学特性分析

3.1 不同工况系统动力学响应

根据齿轮系统动力学方程特性,无法得到解析

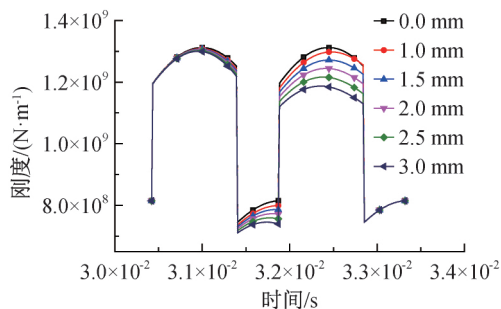


图4 含不同长度齿根裂纹齿轮时变啮合刚度

解,故采用数值方法对其求解。作为对比算例,首先计算健康齿轮系统在载荷和转速变化情况下的动态响应,以了解载荷和转速对齿轮系统的影响。

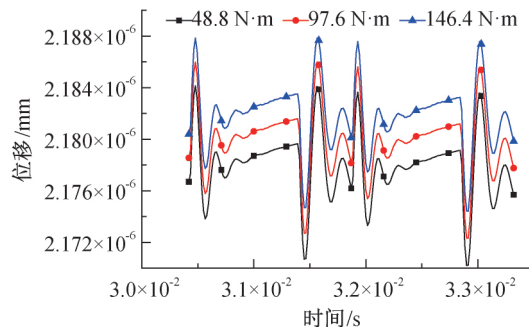
当齿轮系统工作于不同工况时,齿轮系统动力学特性也会随之变化,选取第一级主动齿轮的动力学响应进行研究。根据结果知,不同工况导致瞬时位移变化幅度最大,速度变化幅度次之,加速度响应变化较小,故选取位移响应进行论述。

图5(a)~(b)是输入轴转速固定为30 Hz、载荷分别为48.8、97.6、146.4 N·m时齿轮1的横向振动位移时域图;图5(c)~(d)为载荷固定在48.8 N·m、输入轴转速分别为30、60、90 Hz时齿轮1的扭转振动位移时域图。健康状态下齿轮系统的位移时域响应信号呈周期性振荡衰减,不同工况下时域特性也大体相似。从图5(a)~(b)可以看出随着载荷的增大,齿轮的振动幅值也明显增大;图5(c)~(d)中转速变化时,振动幅值的变化趋势相对较小,主要体现在振动周期的变化,并且随着转速减小,相位存在滞后现象。

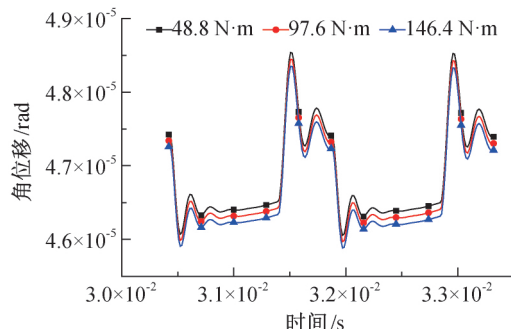
3.2 含裂纹齿轮系统动力学响应

为探究齿根疲劳裂纹扩展导致的时变啮合刚度与齿轮传动系统动力学响应之间的随变关系,本节给出齿轮传动系统含不同长度裂纹时的动力学响应。将含裂纹齿轮的时变啮合刚度作为故障齿轮系统的动态激励求解故障齿轮的动力学响应。考虑到加速度测量在机械设备检测中广泛使用,故选取健康齿轮和含裂纹齿轮的加速度响应信号进行对比分析。

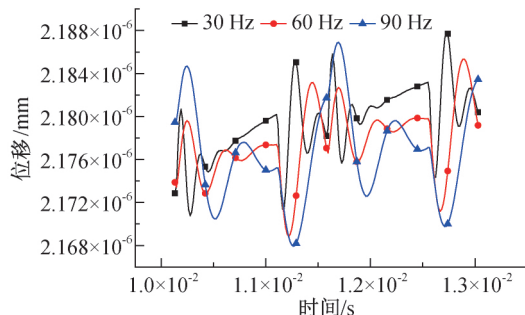
图6选取齿轮系统在输入轴转速为30 Hz、负载为48.8 N·m的工况下含裂纹齿的动力学响应。由于裂纹的存在,齿轮的动力学响应均出现了异常特征。图6(a)中,加速度响应随着裂纹长度增加,振动幅值增大,当裂纹齿进入双对齿啮合时,振动幅值变化最大,振动冲击也最为激烈。由图6(b)可得,含裂纹齿角加速度信号随着裂纹长度增加,振动幅值逐渐减小,在单、双对齿交替啮合时冲击较大,并逐渐趋于平缓,且在相位上也表现为滞后。



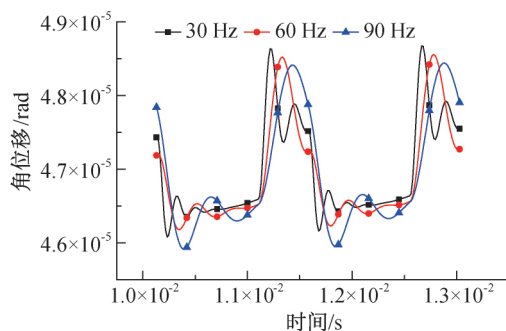
(a) 变载荷工况横向位移



(b) 变载荷工况扭转位移



(c) 变转速工况横向位移



(d) 变转速工况扭转位移

图5 齿轮1不同工况位移曲线

图7为齿轮横向振动加速度和扭转振动角加速度增幅的均方根值与不同裂纹长度之间的随变关系图。随着裂纹长度的增加,齿轮的动力学响应增幅变化越来越剧烈,振动愈发激烈,并且扭转振动响应增幅变化更加明显。同时异常振动响应的剧烈变化,刺激裂纹扩展加快,从而使循环次数减小,这与齿根疲劳裂纹扩展趋势吻合。

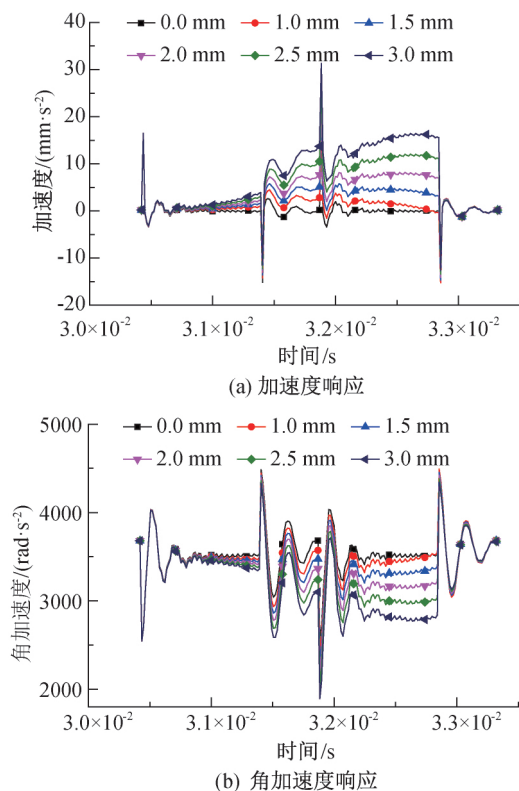


图6 含不同长度裂纹齿轮加速度级动力学响应曲线

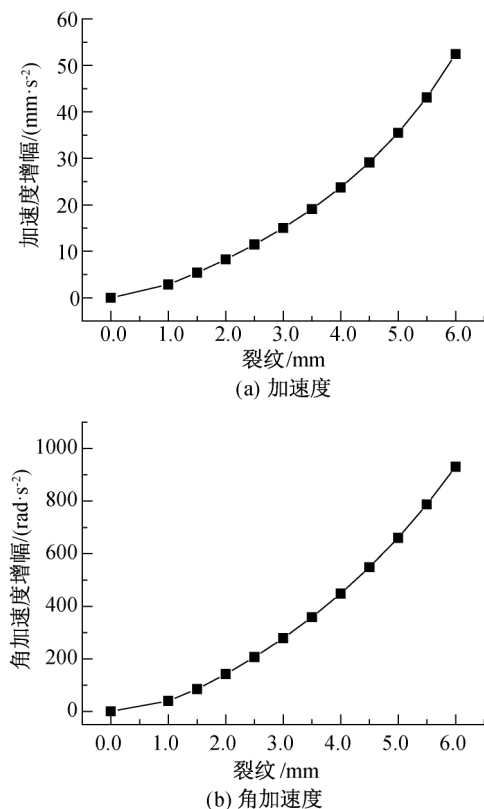


图7 加速度增幅与裂纹长度的随变曲线

3.3 不同故障形式频域分析

将齿轮系统动力学响应信号转换到频域上能够得到信号的频率信息,进而获取齿轮故障对振动响

应的影响。为了对比不同故障类型的动力学响应,分析疲劳裂纹对动力学响应频率成分的影响,将齿轮预设点蚀、磨损故障,求解其对应时变啮合刚度激励下的动力学响应。

图8为健康齿轮啮合时振动信号的频域图,频率成分主要有第一级齿轮啮合频率 f_{m1} 及其谐波,并且包括第二级齿轮啮合频率 f_{m2} 及其边频带。图9为含裂纹齿轮啮合时振动信号的频域图,当齿轮含有3.0 mm裂纹故障时,啮合时会产生冲击振动,并且表现为周期性的冲击振动;齿轮振动信号以啮合频率及其谐波为载波频率,齿轮所在轴转频及其倍频为调制频率,调制峰群集中在啮合频率附近即低频区域,且边频带幅值增大。

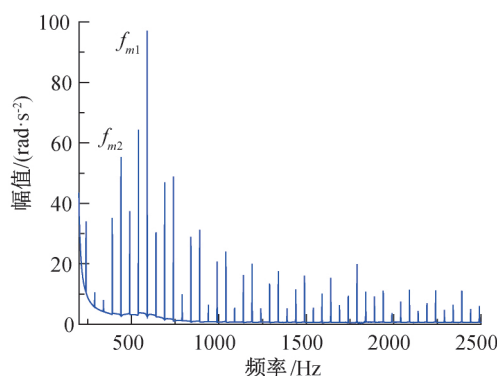


图8 健康齿轮频域图

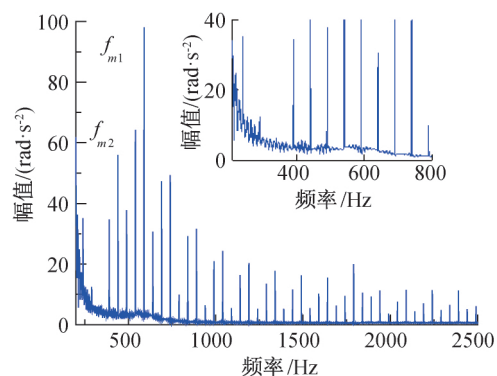


图9 含裂纹齿轮频域图

图10为含点蚀、磨损故障的齿轮啮合时振动信号的频谱图。当齿轮含有15%微点蚀故障^[14],即齿面点蚀微元边长 $10\mu\text{m}$,坑深 $20\mu\text{m}$ 的点蚀坑呈随机均匀分布时,异常振动频率较高,边频成分非常复杂,主要在中高频区域的频率附近出现明显调制峰群,同时伴随振动信号幅值增大。当齿轮含有均匀磨损故障时,振动信号中一般不会出现冲击振动信号。磨损初期,频谱特征无明显差别,但随着磨损程度逐渐加深时,齿轮振动信号的啮合频率及其谐波幅值会显著增加,磨损越严重,幅值增幅越大。

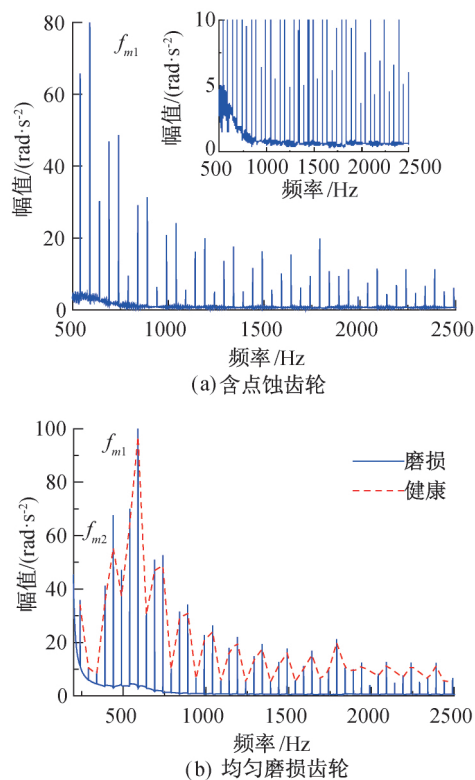


图10 含其它故障齿轮频域图

通过分析异常信号特征的周期性、调制频带的分布性、峰值幅度的变化,可判断齿轮传动系统是否出现故障及故障类型。因此,分析齿轮系统振动信号的频率成分,对具有故障的齿轮系统信号进行细化分析,有助于提取典型故障特征,为齿轮系统健康状况监测提供支持。

4 结 论

本文基于两级渐开线直齿圆柱齿轮系统,将齿根疲劳裂纹扩展、时变啮合刚度计算及传动系统动力学响应联系起来,对齿轮系统进行动力学分析。探究随裂纹扩展时齿轮系统的动力学特性,并得出以下结论:

a) 裂纹的存在使得齿轮系统时变啮合刚度整体逐渐减小,并且由于含裂纹齿承担载荷越多、裂纹长度越长,刚度变化幅度越大。

b) 载荷的变化主要影响齿轮振动信号的幅值,而转速主要导致齿轮系统振动信号周期性变化。

c) 含裂纹齿的振动响应信号随着裂纹的增加,加速度响应幅值增大,角加速度响应幅值减小,并伴随着时域信号振动幅值相位滞后。

d) 齿根疲劳裂纹使得齿轮动力学响应频率成分增多,主要表现为裂纹导致的异常频率特征,并集中

在含裂纹齿轮啮合频率处;裂纹、点蚀、磨损三种不同故障导致动力学响应的频率峰值、频带发生变化。

参考文献:

- [1] 金晓航,孙毅,单继宏,等. 风力发电机组故障诊断与预测技术研究综述[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(5): 1041-1052.
- [2] 钱露露,唐进元,陈思雨,等. 单级齿轮传动系统有限元结点动力学模型及高速动态性能分析[J]. 机械工程学报, 2016, 52(17): 155-161.
- [3] 范俊,王建军,张涛,等. 基于接触有限元的齿轮副扭转共振分析[J]. 航空动力学报, 2017, 32(1): 162-167.
- [4] 马锐,陈予恕. 含裂纹故障齿轮系统的非线性动力学研究[J]. 机械工程学报, 2011, 47(21): 84-90.
- [5] Wang J J, Li R F, Peng X H. Survey of nonlinear vibration of gear transmission systems [J]. Applied Mechanics Reviews, 2003, 56(3): 309-329.
- [6] Parey A, Tandon N. Spur gear dynamic models including defects: a review[J]. The Shock and Vibration Digest, 2003, 35(6): 465-478.
- [7] Howard I, Jia S X, Wang J D. The dynamic modelling of a spur gear in mesh including friction and a crack[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, 15(5): 831-853.
- [8] Jia S X, Howard I. Comparison of localised spalling and crack damage from dynamic modelling of spur gear vibrations [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 20(2): 332-349.
- [9] 林腾蛟,郭松龄,赵子瑞,等. 裂纹故障对斜齿轮时变啮合刚度及振动响应的影响分析[J]. 振动与冲击, 2019, 38(16): 29-36.
- [10] Wan Z G, Cao H R, Zi Y Y, et al. An improved time-varying mesh stiffness algorithm and dynamic modeling of gear-rotor system with tooth root crack [J]. Engineering Failure Analysis, 2014, 42: 157-177.
- [11] Tian X H. Dynamic Simulation for System Response of Gearbox Including Localized Gear Faults[D]. Edmonton, Alberta: University of Alberta, 2004: 22-30.
- [12] 崔玲丽,张飞斌,康晨晖,等. 故障齿轮啮合刚度综合计算方法[J]. 北京工业大学学报, 2013, 39(3): 353-358.
- [13] 高云. 齿根裂纹扩展数值仿真与齿轮副时变啮合刚度的计算[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2018: 19-24.
- [14] 冯松,毛军红,谢友柏. 齿面磨损对齿轮啮合刚度影响的计算与分析[J]. 机械工程学报, 2015, 51(15): 27-32.

(责任编辑:康 锋)