浙江理工大学学报，2020，43(3)：394-400
Journal of Zhejiang Sci-Tech University
DOI：10.3969/j.issn.1673－3851(n).2020.03.016

基于改进期权定价模型的共享经济项目评估

王豫姝，骆　桦，林加云
（浙江理工大学理学院，杭州 310018）

摘　要：为评估共享经济项目能否创造正收益，应用实物期权法和改进的传统期权定价模型，对不同特征的共享经济项目进行数理分析。首先运用实物期权法建立了风险投资价值评估模型，考虑了期权收益以改进传统净现值法评估的缺陷，分析共享单车各阶段的投资与收益情况，结果发现共享单车仍难获得正收益；然后对另一类共享经济项目提出了一种连续支付分期付款的美式期权模型，在一定边界条件下求出相应偏微分方程的数值解，分析共享租房等共享经济项目，得出项目收益可为正的结论，解决了用 Black-Scholes 模型难以定价的实际问题。通过上述模型对共享经济项目进行评估，可明确在考虑风险情况下的项目收益，有助于投资方做出合理决策，相应的参数分析和敏感性分析保证了结论的可靠性。

关键词：期权定价模型；实物期权；数值解；共享经济项目；价值评估
中图分类号：F830.9　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1673-3851 (2020) 05-0394-07

Shared economic project assessment based on the improved option pricing models

WANG Yushu，*LUO Hua*，*LIN Jiayun*
(School of Science，Zhejiang Sci-Tech University，Hangzhou 310018，China)

Abstract：In order to evaluate whether shared economic projects can create positive income，real option method and improved traditional option pricing model are applied to make mathematical analysis of shared economic projects with different characteristics. Firstly，real option method is used to establish the value evaluation model of venture capital，and the option income is considered to improve the defects of the traditional NPV method. The study analyzes the investment and income of shared bikes in each stage and finds that it is still difficult for shared bikes to obtain positive income. Then，a model of American continuous-installment options is put forward for another kind of shared economic project. Under certain boundary conditions，the numerical solution of the corresponding partial differential equation is obtained，and shared economic projects such as shared house renting are analyzed. The conclusion is drawn that the project income can be positive. This model，in some sense，solves the practical problem that it is hard to price with Black-Scholes model. The above models can be used to evaluate the shared economic projects，which can calculate the project income under the consideration of risk and help the investors make a reasonable decision. The corresponding parameter analysis and sensitivity analysis can ensure the reliability of the conclusion.

Key words：option pricing model；real option；numerical solution；shared economic projects；value evaluation

---

收稿日期：2019－05－14　　**网络出版日期**：2019－12－03
基金项目：国家自然科学基金项目(11501511)
作者简介：王豫姝(1995－　)，女，内蒙古包头人，硕士研究生，主要从事金融数学期权定价方面的研究。

通信作者：骆　桦，E-mail：luohuahill@163.com

0 引 言

期权是一种合约，该合约赋予持有人某种权利，即在某一特定日以预先商定的价格买入或出售某种资产的权利。期权可以分为金融期权与实物期权两类[1]。Black 和 Scholes 于 1973 年提出了著名的期权定价模型[2]，为包括股票、期货、商品等在内的新兴衍生金融品的定价机制奠定了基础，Scholes 还因此获得了 1997 年的诺贝尔奖。Myers 等[3]在 1977 年提出的实物期权就是投资者在未来以一定价格取得或出售一项实物资产或投资计划的权利。在当前的移动互联网浪潮中，共享经济作为一种颠覆性的商业模式开始改写经济格局。随着越来越多"新产业、新模式"的出现，共享经济项目能否走上正轨并实现资本增值是投资者必须考虑的问题；大量资金不断涌入创投市场，创业者也需要明确项目本身能否赢得更多轮的投资。基于以上两点，对共享经济事件进行数理分析显得尤为必要，从实物期权角度是否可以更好地评估该类项目的价值值得研究。

共享经济项目的投资通常采用分期方式，投资者在每期投资后有权选择是否继续投资，若不看好项目未来发展而中途停止投资，投资者可获得一定残值。项目的投资回报通常在投资之后的若干年内才会取得，如此长的周期将使得投资具有很大的风险。因此作为一种风险投资项目，有必要对其进行评估。国内外学者目前多用实物期权方法评估风险投资项目价值，如：Yao 等[4]建立了一个适用于中国典型 CTL-CCS 项目的顺序投资实物期权决策模型，并针对当前问题给出合理建议；Zhu[5]提出了一个基于实物期权理论的核电投资评估模型，从企业的角度对核电站价值进行了评估；郑瑶[6]认为，可以应用实物期权法评估基于风险投资背景的创业板企业价值；陈会英等[7]运用实物期权理论对植物品种权进行定价；周艳丽等[8]运用新提出的美式期权定价模型，对高新技术企业项目投资的专利权价值进行案例研究。然而，目前从期权角度评价共享经济事件的研究尚未见报道。受国内外研究的启发，笔者认为针对共享单车项目是否值得投资这一问题，可以采用实物期权法进行分析。共享经济事件中一方针对未来是否投资某一项目或资产有完全决策权，与期权持有者拥有未来是否按照约定行使权力类似。鉴于这一原因，因此可以通过期权模型对共享经济事件给出更理性的评估。针对具有分期特性的共享经济项目，可以考虑引入连续支付的美式期权模型加以分析。

随着一众单车平台遭遇押金危机、步入消亡，共享单车的发展前景令人担忧，但也存在一些表现不凡的其他领域的共享项目。笔者试图从数理角度探究项目前景差异巨大的原因，并对上述事实作出解释。本文通过分析具体的共享经济项目的特性，分别提出实物期权风险投资价值评估模型和改进后的美式期权定价模型，对不同项目进行价格行为和项目成败分析，期望通过对模型解的分析来判断项目方最终盈亏，筛选能步入正轨、实现资本增值的优秀项目，为创业者和投资者提供决策依据。

1 实物期权风险投资价值评估模型

某投资者借鉴一线城市的共享单车模式，在福建莆田投放了 667 辆单车，总计投资约 100 万。投资者试图通过获取业务营收或未来以更高价格出售所拥有的实物资产实现盈利。但事实是，短短几天 500 多辆单车不翼而飞，丢失率高达 76.50%，项目营收仅 1000 元左右[9]。在未来市场存在不确定风险的情况下，如何判断共享单车项目是否值得投资是投资者必须考虑的。通常可用净现值法对项目进行评估，但共享单车项目初期净现值 $NPV<0$，根据净现值法应该放弃投资。若考虑其未来成长机会及风险性价值，投资者对项目的投入可看作未来是否继续开拓市场的一项期权投资，其价值受未来的不确定性的影响。实物期权赋予了投资者未来以一定价格出售或获得一项实物资产或投资计划的权利，这与共享单车投资者投资出发点相同。因此，本文通过建立实物期权法的项目价值评估模型对共享单车项目进行分析。目前对实物期权的定价应用最广泛的是 Black-Scholes 模型和二叉树模型[10]。考虑到投资决策的灵活性，且计算过程中前者所需数据信息少，模型参数主观性较弱，因此本文采用基于 Black-Scholes 定价模型的偏微分方程法对共享单车项目进行分析。

目前市场最大的几家共享单车公司 A、B 和 C，平均融资约人民币 105 亿；这几家公司分别拥有活跃单车用户 4810 万、2937 万和 2526 万；投放单车数分别为 710 万、600 万和 350 万辆；日均活跃量分别为 840 万、726 万和 618 万次（以上数据根据网络数据整理）。故本文以 Z 公司为研究对象，假定 Z 公司共享单车项目单车投放量为 500 万，日均活跃量为 800 万，注册用户为 3000 万；保守估计单车损耗率为 15.00%，若每辆单车年维修费为 42 元，平

均年运营维护费占总价值的 2.80%;假定年丢失率为 5.00%,每年需弥补丢失的单车数以达到当年预期投放量;有关部门规定单车一般投放使用 3 年应更新或报废,故从第 4 年开始按批次报废。之后的讨论仅围绕收取押金的共享单车模式展开。

基于上述事实和假定,现假设 Z 公司共享单车项目投资分为两个阶段,每阶段持续 3 年,初始投资 $I(0)=30$ 亿人民币,第二期投资 $I(T)=70$ 亿人民币,其中 T 表示获得第二期投资的时间;为分析简单起见,假设单车的押金 3 年后赎回,第二期的投资覆盖第一期的赎回押金;设短期无风险利率 r 为 3.75%(参照目前市场存款利率),在期权有效期内保持不变;社会平均风险报酬率一般为 12.00%,参照信息技术行业的系统风险,记 β 为 1.75,根据 β 系数法计算该项目的风险报酬率 k 近似为 15.00%;假设用户月均消费为 10 元,乘以日均活跃用户量即可得月租金收入。

若投资期内预计年净现金流为 $M(t),t=1,2,3$,第二期项目的决策需在 $t=3$ 年末确定,将是否继续坚守市场这一选择权看作欧式期权,相应期权标的物即为该期之后项目的净现值。该净现值折算到 $t=1$ 时的价格为期权标的资产的现值 S;期权执行价 X 为该期投资的现值折算到 $t=1$ 时的价格;期权到期日为当期 $T=3$。考虑共享单车初期通过不断收取新客户的押金获得正向现金流,验证了共享经济的可行性,各大资本纷纷入资助力、扩大经营,所以第二期 Z 公司有望获得大笔投资。若行使该期权则需第 T 年末投资 $I(T)=70$ 亿,新增投资带来的年净现金流为 $M(t),t=T+1,\cdots,6$。公司具体收入支出情况可见表 1。

表 1 共享单车项目投入及分配现金流 亿元

投入及支出	年度(年末)						
	初始	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年	第 6 年
投资投入	30.00	—	—	70.00	—	—	—
租金收入	—	2.40	4.80	7.20	14.40	14.40	14.40
押金收入	—	10.00	10.00	10.00	10.00	0	0
利息收入	—	0.38	0.75	1.13	1.13	0.75	0.38
车费支出	—	30.00	17.25	18.00	48.75	18.75	18.75
车辆维护费支出	—	0.84	1.26	1.68	2.10	2.10	2.10
员工薪资支出	—	0.19	0.29	0.38	0.48	0.48	0.48
当期现金流	—	11.74	−3.25	−1.74	34.20	−16.18	−16.56

从期权角度而言,项目价值应包括 NPV 和灵活性价值 FV 两部分,后者可通过期权溢酬 P 加以表示。不考虑追加投资,初始投资产生的价值即为初始投资收益现值 $\sum_{t=1}^{3}M(t)\ (1+k)^{-t}$ 与 $I(0)$ 的差。由 Black-Scholes 期权定价模型可得该项目的 FV,计算方式如式(1):

$$\begin{cases}FV=P=S\mathrm{N}(d_1)-X\mathrm{e}^{-rT}\mathrm{N}(d_2)\\ d_1=\dfrac{\ln\dfrac{S}{X\mathrm{e}^{-rT}}+\left(r+\dfrac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\\ d_2=d_1-\sigma\sqrt{T}\end{cases}\tag{1}$$

其中:σ 是项目现金流的标准差,一般采用公司历史股价的波动率作为该项目的风险,但因该类公司并未上市,此处将具备共享单车概念的股票波动率作为该项目的 σ,取值 35.00%;S 为第二轮投资产生的价值;X 为第二轮投资的现值。$S=\sum_{t=3}^{t=6}M(t)\ (1+k)^{-t}=5.92$,$X\mathrm{e}^{-rT}=I(T)\ (1+r)^{-T}=46.03$,具体净现值的计算过程可见表 2。

根据表 2 提供的数据可知:项目第一期 $NPV=-23.39$ 亿元,可作为第二期投资选择权的成本。将有关数据代入式(1)得该选择权的期权价值:

$$FV=S\mathrm{N}(d_1)-X\mathrm{e}^{-rT}\mathrm{N}(d_2)=$$
$$5.92\times\mathrm{N}(-2.54)-46.03\times\mathrm{N}(-3.09)=$$
$$8.93\times10^{-4},$$

进一步求得考虑期权的项目净现值为 $NPV+FV=-23.39$ 亿元,价值仍小于 0,表明该项目在考虑未来发展前景的情况下无法获得收益。

下面针对该实物期权模型中一些不确定参数进行进一步分析,具体包括该项目的风险报酬率 k、项目现金流的标准差 σ、单车平均年丢失率和损坏维修率。有关共享单车项目价值在不同参数设置下的具体情况可见表 3。

从表 3 中可以看出,项目价值对 k 和 σ 的变动并不敏感,而单车的丢失率与损坏率却对项目价值的影响较大,尤其是丢失率,若能降低则会提升两期项目的净现值,考虑期权的项目价值能显著提升

表 2　共享单车项目两期计划净现值

期数	数据项	年度(年末)						
		初始	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年	第 6 年
第一期	税后现金流/亿元	—	11.74	−3.25	−1.74	—	—	—
	折现系数	—	0.87	0.76	0.66	—	—	—
	现金流现值/亿元	—	10.21	−2.45	−1.14	—	—	—
	现金流现值合计/亿元	6.61	—	—	—	—	—	—
	投资现值/亿元	30.00	—	—	—	—	—	—
	净现值/亿元	−23.39	—	—	—	—	—	—
第二期	税后现金流/亿元	—	—	—	—	34.20	−16.18	−16.56
	折现系数	—	—	—	—	0.87	0.76	0.66
	现金流现值/亿元	—	—	—	—	29.73	−12.23	−10.89
	现金流现值合计/亿元	5.92	—	—	6.62	—	—	—
	投资现值/亿元	46.03	—	—	70.00	—	—	—
	净现值/亿元	−40.10	—	—	—	—	—	—

表 3　共享单车项目价值

参数设置	项目价值/亿元			考虑期权的价值变动率
	NPV	*FV*	考虑期权	
初始参数	−23.39	8.93×10^{-4}	−23.39	—
$k=10\%$	−23.32	7.31×10^{-5}	−23.32	-3.07×10^{-3}
$k=20\%$	−23.48	4.82×10^{-3}	−23.47	3.60×10^{-3}
$k=25\%$	−23.57	1.65×10^{-2}	−23.56	7.31×10^{-3}
$\sigma=25\%$	−23.39	1.50×10^{-6}	−23.39	3.81×10^{-5}
$\sigma=30\%$	−23.39	7.55×10^{-5}	−23.39	3.49×10^{-5}
$\sigma=40\%$	−23.39	4.79×10^{-3}	−23.38	-1.67×10^{-4}
丢失率 2%	−21.18	3.15×10^{-2}	−21.15	-9.56×10^{-2}
丢失率 8%	−25.59	1.76×10^{-9}	−25.59	9.43×10^{-2}
损坏率 10%	−22.46	3.75×10^{-3}	−22.46	-3.99×10^{-2}
损坏率 20%	−24.32	1.21×10^{-4}	−24.32	3.98×10^{-2}

9.56%；反之若丢失率提升至 8.00%，项目价值则会降低 9.43%；若如上文提及的极端案例一般，丢失率高达 76.50%的话，期权当前价格为负，项目第一期就将亏损巨大。现实情况也确实如此，大量新车投放到市场或被损坏，或被个人占为己有，或因乱停乱放被集中拖放到共享单车“坟场”处理。据不完全统计，生命周期超过 3 年的共享单车不足四分之一[11]，这对公司持续运营而言是个棘手问题，随之而来的会是资本市场的撤资减持。如不能解决高丢失率的问题，那么实现进一步扩大投放会更加困难。在这种模式下，租赁公司必将走向破产，众多投资者对共享单车的投资也将以失败告终。

目前共享经济概念的商业模式除了共享单车之外还有很多，譬如共享汽车、共享租房、共享衣橱等，其中不乏能盈利的项目，而这类项目的共同点是可通过分期支付期权费以享有未来以较低价格回购的权利，因此都可看作分期付款期权。在共享汽车和共享衣橱方面，用户每次需向租赁公司支付租金和期权金，且期权金是分期支付的。而共享租房方面，是住房租赁公司向原房东支付租金和期权金，每次支付时，期权持有者可选择支付期权金以继续持有该期权，或不支付期权金终止该期权，故该期权可看作分期付款美式看涨期权。笔者认为，在 T 年内用户支付租金及期权金的频率相对密集，可近似看作连续支付、连续行权。下面将利用连续支付美式分期付款期权对这一类共享经济项目进行分析。

2　连续支付分期付款美式期权模型

当代汽车行业提出新的租售模式，这种共享租车要求用户初次使用需向租赁公司支付押金，之后每次使用需要向其支付租金，用户可支付大于租金的一笔费用，以拥有 T 年内以约定价格购买汽车的权利，并享有一定的折价优惠，即行权时支付的租金可折价抵扣部分购买费用。而互联网时代的房屋租赁公司以市场价向大量房东收集房源，除约定长租 5～6 年以外，还有预先每月向房东支付一笔额外费用，T 年内当房东有意出售房屋时，租赁公司有权优先折价购买该房屋的新模式。此外，租赁公司可根据项目评估值进行整体转让，故可假设其拥有这批房屋的产权。已知一般的连续支付分期付款期权[12]满足：

$$-\frac{\partial y}{\partial t}-\frac{\sigma^2}{2}x^2\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-rx\frac{\partial y}{\partial x}+ry+\lambda=0 \quad (2)$$

其中：x 是市场价格；y 是期权价格；λ 是单位时间支付的期权金。从期权出售人的角度而言，T 年内以约定价格优先购买的权利并不涉及红利支付，但包含租金收入，对式(2)进行改进以适应新场景，给

出定理 1。

定理 1 设单位时间支付的总金额包括租金 η 和 λ，连续支付的分期付款美式看涨期权价格 $y(x,t,\lambda)$ 满足如下偏微分方程：

$$-\frac{\partial y}{\partial t}-\frac{\sigma^2}{2}x^2\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-(r+\eta)x\frac{\partial y}{\partial x}+(r+\eta)y+\lambda=0 \tag{3}$$

证明 已知 $\mathrm{d}x_t=\mu x_t\mathrm{d}t+\sigma x_t\mathrm{d}B_t$，其中 $\mu=r+\eta$；σ 为标准差；B_t 为标准布朗运动，则：

$$\mathrm{d}x_t=(r+\eta)x_t\mathrm{d}t+\sigma x_t\mathrm{d}B_t.$$

且 $y_t=y(x,t,\lambda)$ 由原生资产价格 x_t、时间 t 和分期付款率 λ 决定，对 y_t 使用伊藤引理[13]可得：

$$\mathrm{d}y_t=\left(\frac{\partial y_t}{\partial t}+\frac{\sigma^2(t)}{2}x_t{}^2\frac{\partial^2 y_t}{\partial x_t{}^2}+\mu x_t\frac{\partial y_t}{\partial x_t}-\lambda\right)\mathrm{d}t+\sigma x_t\frac{\partial y_t}{\partial x_t}\mathrm{d}B_t \tag{4}$$

构造资产组合 $\Pi_t=y_t-\delta x_t$，其中 $-\delta$ 为标的资产的份数，该资产组合在 $[t,t+\mathrm{d}t]$ 内的变化为：

$$\mathrm{d}\Pi_t=\mathrm{d}y_t-\delta\mathrm{d}x_t \tag{5}$$

将式(4)代入式(5)，得：

$$\mathrm{d}\Pi_t=\left[\frac{\partial y_t}{\partial t}+\frac{\sigma^2(t)}{2}x_t{}^2\frac{\partial^2 y_t}{\partial x_t{}^2}+\mu x_t\left(\frac{\partial y_t}{\partial x_t}-\delta\right)-\lambda\right]\mathrm{d}t+\sigma x_t\left(\frac{\partial y_t}{\partial x_t}-\delta\right)\mathrm{d}B_t.$$

令 $\delta=\frac{\partial y_t}{\partial x_t}$，则上式中 $\mathrm{d}B_t$ 的系数为 0。又因该组合是无风险无套利的，故有：

$$\frac{\partial y_t}{\partial t}+\frac{\sigma^2(t)}{2}x_t{}^2\frac{\partial^2 y_t}{\partial x_t{}^2}-\lambda=(r+\eta)\left(y_t-x_t\frac{\partial y_t}{\partial x_t}\right).$$

因此该期权价格满足形如式(3)的定价方程。

为求上述美式期权定价微分方程的解，可转为求解对应线性互补问题：

$$Ly(x,t)+\lambda\geqslant 0,\quad (x,t)\in(0,+\infty)\times[0,T) \tag{6}$$

$$y(x,t)-G(x,t)\geqslant 0,\quad (x,t)\in(0,+\infty)\times[0,T) \tag{7}$$

$$(Ly(x,t)+\lambda)(y(x,t)-G(x,t))\geqslant 0,\quad (x,t)\in(0,+\infty)\times[0,T) \tag{8}$$

$$y(x,T)=G(x,T),\quad x\in(0,+\infty) \tag{9}$$

$$y(0,t)=0,\quad t\in[0,T) \tag{10}$$

其中：$Ly(x,t)\equiv-\frac{\partial y}{\partial t}-\frac{\sigma^2}{2}x^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-\mu x\frac{\partial y}{\partial x}+\mu y$；对行权价进行线性拟合，即可得到任意时间内的行权价格 $E(t)$；由于行权时享有租金部分抵扣的优惠，已付租金的折价率 $\alpha=$抵扣费用/已付租金，看涨期权到期日的价值则由原本的 $(x(t)-E(t))^+$ 变为 $(x(t)-E(t)+\alpha\eta t)^+$，即式(7)—(9)中的 $G(x,t)=\max\{x-(E(t)-\alpha\eta t),0\}$。

此外，虽然式(6)—(10)定义的线性互补问题没有解析解，但若原生资产不断增值，譬如房产，即 $y(t)>E(t)$，其期权价值始终大于零，则租赁公司盈利；若原生资产存在折旧、贬值，譬如汽车或服饰(几乎不存在丢失现象)，租金率足够高的情况下公司同样获利。

3 美式分期付款的数值计算与实例分析

3.1 数值计算策略

本文采用有限差分策略[14]对上述线性互补问题进行求解，先将无穷定义域截断成有限区间，一般由无穷截断引起的误差可忽略。进一步构造等距网格，将空间定义域 $[0,X]$、时间定义域 $[0,T]$ 分别等分为 M 和 N 个区间，记空间步长 $h=x_{i+1}-x_i$ 和时间步长 $\tau=t_{i+1}-t_i$，分别满足 $h=\frac{X}{M},\tau=\frac{T}{N}$。再对微分算子采用隐式迎风格式进行差分离散，可得：

$$L^{M,N}y_i^j\equiv-\frac{y_i^{j+1}-y_i^j}{\tau}-\frac{\sigma^2}{2}x_i^2\frac{y_{i+1}^j-2y_i^j+y_{i-1}^j}{h^2}-\mu x_i\frac{y_{i+1}^j-y_i^j}{h}+\mu y_i^j.$$

连续线性互补问题的有限差分策略即为：

$$L^{M,N}y_i^j+\lambda\geqslant 0,i\in[1,M),j\in[0,N),$$
$$y_i^j-G_i^j\geqslant 0,i\in[1,M),j\in[0,N),$$
$$(L^{M,N}y_i^j+\lambda)(y_i^j-G_i^j),i\in[1,M),j\in[0,N),$$
$$y_i^N=G_i^N,i\in[1,M)],$$
$$y_0^j=0,y_M^j=X-(E^j-\alpha\eta t_j),j\in[0,N).$$

通过迭代投影法计算该离散线性互补问题，可得到对应的期权价值。从期权角度而言，共享汽车和共享租房都是看涨期权，具备盈利的可能。两者的不同在于，房产在未来具有增值的可能，而汽车却会不断贬值，所以在拟合行权价格时，斜率分别为正为负。明确这一点，下面分别对共享汽车和共享租房这两种共享经济行为进行求解分析。

3.2 共享汽车实例分析

共享汽车很好地满足了当代年轻人对品质追求的前提下节省开支的需求，目前市场上用于共享租赁的新能源汽车成本大约在 18.00 万元左右，租赁一年的价格为 1.50 万左右，规定共享汽车的使用年限不得超过六年，为便于计算，将成本平摊到 6 年，单价 3.00 万元/辆/年。因为车辆的价值与其成新

率有直接关系，随着使用年限的增长，会有一定的折旧，相应期权价值也会降低。共享汽车的报价信息见表 4。

表 4　共享汽车报价信息

参数名称	报价 1	报价 2	报价 3
单价/(万元·年$^{-1}$)	1.47	1.54	1.62
一年行权价/万元	2.84	2.99	3.16
两年行权价/万元	2.55	2.70	2.85
三年行权价/万元	2.42	2.54	2.68

表 4 只给出每年年末的行权价，实际三年内任意时间的行权价格 E_1（万元/年）可通过线性拟合求得：

$$E_1(t)=\begin{cases}3.00, & t\leqslant 1\\ -0.30t+3.30, & 1<t\leqslant 2,\\ -0.15t+3.00, & 2<t\leqslant 3\end{cases}$$

考虑市场实际情况，参数取值如下：

$$X=6, T=3, \sigma=0.30, r=0.02,$$
$$\alpha=0.70, \eta=1.50, M=N=128.$$

取 $\lambda=0$，即每月不用分期支付期权金，该期权则为一般美式看涨期权，汽车期权价值如图 1 所示，通过线性插值可计算出初始时刻（$t=0$）单价 3.00 万元/辆/年对应的汽车期权价值为 3.36 万元。当 $\lambda=1.2$ 时，每月需要分期支付期权金 1000 元，对应汽车期权价值如图 2 所示，初始时刻单价 3.00 万元/年/辆对应的汽车期权价值为 1448 元。作为汽车租赁公司，截止到期日售出该期权获得 3.60 万元的期权费，若客户满意该车，在已付 4.50 万元租金的情况下，只需再付 8.91 万元即可购入折旧三年的新能源车。对于汽车公司而言，折旧后价值 12.06 万的汽车仍可为其带来额外的 4500 元收益；若用户放弃购车权利，则公司收益全额期权费。故对公司而言，只需设定合理的租金、折价率以及期权费，就能获得收益并在一定程度上解决库存积压的问题。

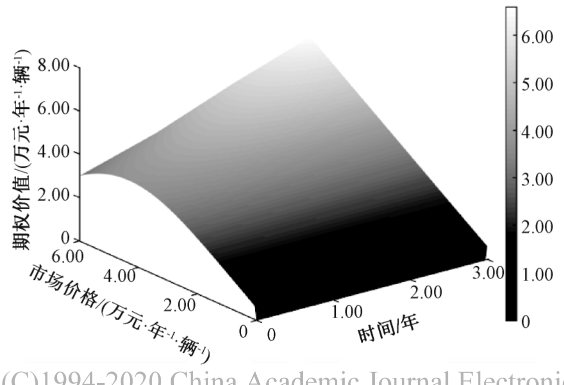

图 1　$\lambda=0$ 时对应汽车的期权价值

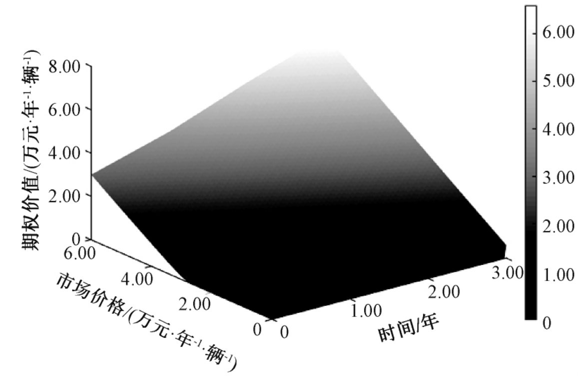

图 2　$\lambda=1.2$ 时对应汽车的期权价值

图 1 和图 2 表明在确定市场价格的情况下，时间越接近到期日，对应汽车的期权价值越高。此外，同一时间同一市场价格的情况下，对比支付和不支付期权费，支付额外期权费意味着成本增加，后者对应的看涨期权价值更高。

初始条件扰动与差分方程右端项扰动会对数值解产生影响，为确保该方法现实意义下可行，需讨论该方法的稳定性。鉴于线性互补问题不存在解析解，本文将把 $M=N=512$ 时的近似解看作解析解，当 $x=3, t=0$ 时，该有限差分策略在不同网格划分下的计算结果及误差可见表 5。随着时间步长从 64 增加到 256，解的误差并未增加，这表明该策略求得的解是非振荡的，该有限差分策略在无穷定义域下稳定。

表 5　不同网格划分下 $y(3,0,0)$ 的数值解及误差

M	N	数值解/(万元·年$^{-1}$)	误差/(万元·年$^{-1}$)
64	64	3.36399	−0.00333
128	64	3.36482	−0.00415
128	128	3.35835	0.00158
128	256	3.35954	0.00113
256	256	3.35992	0.00074

本文是在假定汽车使用期为六年且购买价为 18.00 万元的前提下研究共享汽车的租赁情况，但存在价格更低且使用期较短的实际情况，故文中模型不适用于上述情况，需另行讨论。

3.3　共享租房实例分析

考虑市场实际情况，杭州市目前共享租房信息可见表 6。

表 6　杭州市 2019 年共享租房报价信息

参数名称	报价 1	报价 2	报价 3	报价 4	报价 5	报价 6
单价/(元·月$^{-1}$)	1730	1600	1650	1980	1690	1960
面积/m^2	12	9	10	13	11	15

当前市场销售价格约为 2.20 万元/平方米，根据报价信息可知，杭州市住房平均租金约为 0.18 万

元/年/平方米。三年内任意时间的行权价格 E_2(万元/年)可通过线性拟合求得(受限于篇幅,相关数据不在此罗列):

$$E_2(t)=\begin{cases}2.20, & t\leqslant 1\\ 0.22t+1.98, & 1<t\leqslant 2,\\ 0.11t+2.20, & 2<t\leqslant 3\end{cases}$$

其他参数取值为:$X=6,T=3,\sigma=0.35,r=0.02,\alpha=0.50,\eta=0.18,M=N=128$.

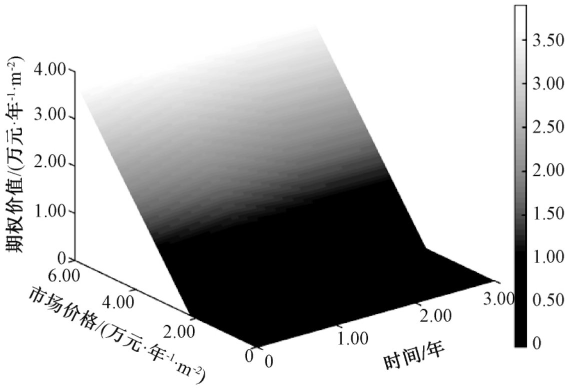

图 3　$\lambda=2.4$ 时对应房屋的期权价值

取 $\lambda=0$,即不用每月分期支付期权金,该期权为一般美式看涨期权,对应初始时刻的期权价值为 6622 元。在 $\lambda=2.4$,即每月额外收取 2000 元期权费的情况下,对应的房屋期权价值如图 3 所示。单价 2.20 万元/平方米对应的房屋期权价值,在每月支付期权费 2000 元的情况下为 29 元,即对于每平方米的租赁房屋,租赁公司从原房东处买入价值 29 元的美式看涨期权。如果未来楼市情况正如房屋租赁公司所预判的,市场价格继续抬升,该期权价值必定大幅增长。对新型房屋租赁公司而言,不仅能作为中间商赚取房租差价,又能拥有具有增值潜力的看涨期权,新型共享租房无疑是一个可盈利的模式。在此基础上,企业需着重提升与该模式相应的核心竞争力,譬如形成一套合理的定价方案,以实现付出最低的期权费获得最优的收益,在定价领域形成自己的技术壁垒,以期在行业内保持领先优势。从 3.2 和 3.3 节分别对共享汽车和共享租房的数值计算中可发现只要租金率足够高,就可获得收益这一事实。

4　结　语

本文通过对实物期权法的应用和传统期权定价模型的改进,在一定程度上解释了一些共享经济事件。因丢失率过高等原因,共享单车项目无法获取正向现金流。相反,对于标的资产不易灭失的项目,只要保证运营时间尽可能长,即可获得稳定收益。而美式分期付款期权的数值计算表明,行权价一定的前提下,若项目的标的资产随时间变化而增值,则对应期权的价值随之增加,项目可盈利。这也是目前以数据驱动为核心,彻底改造传统住房租赁模式的行业能迅速崛起的真正原因之一。另外,本文也通过数值计算估计了该类期权的价值,对于企业定价该类合约有一定帮助。

参考文献:

[1] 夏健明,陈元志. 实物期权理论评述[J]. 上海金融学院学报,2005(1):4-13.

[2] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973, 81(3): 637-654.

[3] Myers S C, Turnbull S M. Capital budgeting and the capital asset pricing model: good news and bad news[J]. The Journal of Finance, 1977, 32(2): 321-333.

[4] Yao X, Fan Y, Xu Y, et al. Is it worth to invest?: An evaluation of CTL-CCS project in China based on real options[J]. Energy, 2019, 182: 920-931.

[5] Zhu L. A simulation based real options approach for the investment evaluation of nuclear power[J]. Computers & Industrial Engineering, 2012, 63(3): 585-593.

[6] 郑瑶. 风险投资背景的创业板上市企业价值评估[J]. 时代金融,2018(30):126.

[7] 陈会英,高晓航,周衍平. 基于实物期权的植物品种权价值评估研究[J]. 科技管理研究,2018,38(19):154-158.

[8] 周艳丽,吴洋,葛翔宇. 一类高新技术企业专利权价值的实物期权评估方法:基于跳扩散过程和随机波动率的美式期权的建模与模拟[J]. 中国管理科学,2016,24(6):19-28.

[9] 陈康,景丽丽. 共享单车乱象原因分析及对策研究[J]. 经贸实践,2017(3):131.

[10] 郑征,朱武祥. 运用复合实物期权方法研究初创企业的估值[J]. 投资研究,2017,36(4):118-135.

[11] 蒋逸秋,朱利蓉,庞鹤群. 共享单车企业倒闭潮引发的思考[J]. 中国商论,2018(4):145-147.

[12] Ciurlia P, Roko I. Valuation of American continuous-installment options [J]. Computational Economics, 2005, 25(1/2): 143-165.

[13] Itô K. Stochastic integral [J]. Proceedings of the Imperial Academy, 1944, 20(8): 519-524.

[14] Cen Z D, Le A B. A robust finite difference scheme for pricing American put options with singularity-separating method[J]. Numerical Algorithms, 2010, 53(4): 497-510.

(责任编辑:康　锋)