



基于多属性偏好信息集结的复杂网络重要节点辨识

胡 钢,高 浩,徐 翔

(安徽工业大学管理科学与工程学院,安徽马鞍山 243032)

摘 要: 为了准确辨识复杂网络中的重要节点,避免单一属性指标评价节点重要性出现的偏差,提出了一种基于多属性偏好信息集结的复杂网络重要节点辨识方法。首先根据节点的局部特性、全局特性及空间位置等特性,选取度中心性、介数中心性、紧密度、结构洞、 K -核(K_s)五个属性指标构建多属性复杂网络重要节点辨识模型,对节点属性偏好信息进行分析、集结和融合;然后将网络中所有节点作为评价主体,构建复杂网络多属性决策矩阵,根据熵理论对节点属性赋权,计算其与理想重要节点的贴近度,对节点重要性进行精细化排序。将该模型应用到“风筝网络”和“ARPA网络”中,根据节点重要性辨识结果对网络进行破坏性实验,结果表明,该方法的准确性比已有方法更高。

关键词: 复杂网络;重要节点辨识;多属性决策;偏好信息集结;结构洞;紧密度

中图分类号: TP393

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851(2019)07-0482-07

Identify important nodes in complex network based on aggregation of multi-attribute preference information

HU Gang, GAO Hao, XU Xiang

(School of Management Science & Engineering, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243032, China)

Abstract: A method of identifying important nodes in complex network based on aggregation of multi-attribute preference information was proposed for purpose of facilitating identification of important nodes in complex network accurately and avoiding deviation of node importance evaluation based on single attribute index. Firstly, a multi-attribute model for identifying important nodes in complex network consisting of degree centrality, betweenness centrality, closeness centrality, structural hole and K -core indicators was built based on the local characteristics, global characteristics and spatial location of nodes, for analyzing, aggregating and fusing node attribute preference information. Secondly, a multi-attribute decision matrix for complex network was established with all nodes in the network as evaluation subjects, and the node attributes were weighted in accordance with the entropy theory, to calculate its closeness to the desired important node, and sort the importance of network nodes in a refined way. Finally, the model was applied to the "kite network" and "ARPA network", and destructive experiment of the network was conducted according to the result of node importance identification. The results suggest that the method is superior to the existing methods in respect of accuracy.

Key words: complex network; important node identification; multi-attribute decision making; preference information aggregation; structural hole; closeness

收稿日期:2018-12-07 网络出版日期:2019-02-27

基金项目:国家自然科学基金项目(51368055,61702006)

作者简介:胡 钢(1970-),男,兰州天水人,副教授,博士,主要从事复杂网络、决策分析方面的研究。

0 引言

随着复杂网络研究的深入,如何通过节点的特征研究复杂网络深层次结构,进一步提高网络的稳定性和可靠性,已经成为网络科学中亟待解决的热点课题之一^[1-2]。复杂网络的非同质拓扑结构^[3],使得节点在网络中的重要性存在较大差异,少量但重要的节点受到攻击后,可能会对整个网络的结构和功能造成毁灭性的打击。因此,准确辨识复杂网络中重要节点并深入研究其性质具有重大意义^[4-5]。

目前,已有众多学者对复杂网络重要节点辨识进行了研究,提出了度中心性指标^[6]、介数中心性指标^[7]、紧密度指标^[8]、 K -核(K_s)指标^[9]、结构洞理论^[10]等方法。度中心指标能快速得到节点重要性排序,但该指标只描述节点局部区域的性质,没有考虑节点在网络中的位置、节点之间的间接关联等因素。Chen等^[11]考虑节点的二阶邻居信息,扩展了度中心性指标。张喜平等^[12]给出多阶邻居的定义,提出了基于节点自身和多阶邻居的节点重要性评价方法。阮逸润等^[13]从信息传播的角度,提出了考虑三阶邻居间的有效可达路径及信息传播率的节点影响力评价指标。Yang等^[14]通过计算邻居节点的核数,提出了扩展的核数指标方法。苏晓萍等^[15]在结构洞基础上提出了改进的节点重要度评价方法。

以上关于重要节点辨识方法的研究大多是从某个属性或指标对节点重要性进行分析,而现实中复杂网络内部错综复杂,单一辨识指标或属性的评价存在偏差。因此,综合考虑多指标、多属性辨识重要节点,成为学者研究节点重要性的一个思路。Comin等^[16]为了消除网络拓扑特性对节点重要性评价造成的偏差,将度中心性与介数中心性结合,提出了改进的介数中心性。Hou等^[17]从网络局部特性、全局特性和空间位置特性选取三个中心性指标,利用欧拉距离公式计算节点的重要性。Namtritha等^[18]提出了综合核数(K_s)指标、度指标、节点间距离和多阶邻居影响潜力的 K -shell混合法,深入挖掘节点的位置特性。郭晓成等^[19]通过计算节点与理想节点的余弦相似度,给出了相应的多指标节点重要性辨识方法。付凯等^[20]考虑网络拓扑结构,将节点中心性融合,构建了动态融合的节点重要性排序方法。胡钢等^[21]根据解释结构模型对网络邻接矩阵进行划分、分级,得到节点间的相互关系,确定节点的重要性。

在利用多属性指标评价节点重要性时,上述研

究仅将几种指标结合扩展,没有考虑属性间的相关性影响。针对复杂网络中重要节点辨识问题,本文考虑属性指标间的相关性影响,提出了一种基于多属性偏好信息集结的重要节点辨识方法,以避免单一指标辨识重要节点出现的偏差。本文通过建立多属性偏好信息集结的综合辨识模型,选取节点的度中心性、介数中心性、紧密度中心性、结构洞指标、核数(K_s)指标作为辨识节点重要性的五个属性,并构建属性间相关系数矩阵,应用熵理论及多属性决策,建立集结融合系统模型,并给出重要节点辨识具体步骤及应用。通过多个属性指标对节点进行综合评价,融合节点在网络中的多个属性特征,可以更加准确的辨识网络中的重要节点。

1 复杂网络重要节点辨识指标

假设图 $G=(V, L)$ 为一个抽象的复杂网络, $V=\{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ 是节点集合,节点数为 $|V|=m$; $L=\{l_1, l_2, \dots, l_z\}$ 为边集合,边数为 $|L|=Z$ 。

重要节点辨识方法从不同角度刻画节点的重要性,重要节点辨识指标定义与计算也各有差异。本文从网络的局部特性、全局特性和位置特征等方面,选取五个指标并给出相应定义与公式。

a) 度中心性(Degree centrality, DC)。度中心性为局部特性的重要节点辨识指标,定义为节点 q 的邻居节点数占网络节点总数的比值,计算公式为:

$$DC_q = \frac{k_q}{m} \quad (1)$$

其中 k_q 为节点 q 的连边数。度中心性数值越大,节点的局部影响力越大。

b) 介数中心性(Betweenness centrality, BC)。介数中心性为所有最短路径经过节点的路径数目的比率,表示节点对介质传输的控制能力,属于全局特性的指标。节点 q 的介数中心性计算公式为:

$$BC_q = \sum_{s \neq t, s \neq q, t \neq q} \frac{\alpha(s, t | q)}{\alpha(s, t)} \quad (2)$$

其中: $\alpha(s, t)$ 为介质从节点 s 传输到节点 t 的最短路径数, $\alpha(s, t | q)$ 为介质在 s 与 t 间传输过程经过节点 q 的最短路径数。介数中心性越大,表明介质传输经过节点 q 的频率越高,破坏该节点对网络的破坏更大。

c) 紧密度中心性(Closeness centrality, CC)。紧密度中心性为节点通过传播对其他节点产生影响的能力,由节点到网络中其他所有节点的距离总和的倒数衡量。节点 q 的紧密度中心性计算公式为:

$$CC_q = \frac{m-1}{\sum_{t \neq s} d_{st}} \quad (3)$$

其中 d_{st} 为节点 s 到节点 t 的最短距离。节点紧密度越大,在网络中的传播影响范围越大。

d) 结构洞(Structural holes)。Burt^[10]认为,在网络中如果两个节点或区块间没有直接交互关系,且没有间接冗余关系,阻碍两者间交互的就是结构洞。利用结构洞的网络约束系数可度量网络结构洞特性。节点 q 的网络约束系数 C_q 计算公式为:

$$C_q = \sum_t (P_{st} + \sum_{q \neq s \neq t} P_{sq} P_{qt})^2 \quad (4)$$

其中: q 为节点 s 和节点 t 间的连接点, P_{st} 表示节点 s 为维持与节点 t 的紧密关系所消耗在节点 t 上的投入占其总投入的比例。网络约束系数 C_q 越小,结构洞化程度越大,节点的传播影响力越大。

e) K -核(K_s)指标。根据 K -shell 分解方法可知,传播过程中位于网络核心位置的节点,即使度很小,也具有较大的影响力。具体的分解方法为:首先移除网络中度为 1 的节点及其连边,剩下的网络可能会重新出现度为 1 的节点,再次移除度为 1 的节点,重复这个过程,直到网络中所有节点的度都至少为 2。此时,被移除的节点为第一层,其 K_s 值为 1。以此类推,直到网络中所有节点都被分到各自的层级,节点所在的层数为各自的 K_s 指标值。 K_s 值越大,节点重要性越大。

2 多属性复杂网络重要节点辨识模型

基于多属性偏好信息集结的重要节点辨识的思想是把网络中的节点作为评价方案,多个节点重要性辨识指标作为方案属性,将重要节点辨识转化为一个多属性决策问题。在决策过程中,考虑节点属性间的相关性影响,将属性间相关系数矩阵引入 TOPSIS 方法中,融合各属性偏好信息,计算各节点方案与理想节点方案的贴近度,最终得到节点重要性综合辨识结果。其中,理想节点是指在网络中各指标值都为最优的节点。在构建辨识重要节点模型中,本文利用熵理论对属性赋权,避免了主观赋权的偏差。

2.1 重要节点辨识模型建立

假设复杂网络有 m 个节点,辨识重要节点的属性有 n 个, b_{ij} 表示节点 i 的第 j 个属性值。重要节点辨识体系模型构建分下面几个步骤:

step1 复杂网络节点多属性决策矩阵构建。原始决策矩阵 B 为:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

对原始决策矩阵 B 无量纲处理,得到规范化决策矩阵 $U = (u_{ij})_{m \times n}$:

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{m1} & \cdots & u_{mn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: $u_{ij} = b_{ij} / (\sum_i b_{ij}^2)^{1/2}$ 。

step2 节点属性赋权。利用熵理论计算各属性的权重,计算公式为:

$$\omega_j = \frac{1 - H_j}{n - \sum_{i=1}^n H_j} \quad (7)$$

其中: $H_j = -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m f_{ij} \ln f_{ij}$, 为信息熵; $f_{ij} =$

$\frac{u_{ij}}{\sum_{i=1}^m u_{ij}}$, 为属性的特征比重。权重向量 W 为:

$$W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_j) \quad (8)$$

其中: ω_j 为第 j 个属性的权重。

step3 正理想方案和负理想方案的确定。正理想方案为: $u_j^+ = \max_i(u_{ij})$ (效益型属性), 或 $\min_i(u_{ij})$ (成本型属性); 负理想方案为: $u_j^- = \max_i(u_{ij})$ (效益型属性), 或 $\max_i(u_{ij})$ (成本型属性)。

step4 各方案到正、负理想方案的加权差计算。

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, x_j = \omega_j u_{ij} - \omega_j u_j^+ \quad (9)$$

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T, y_j = \omega_j u_{ij} - \omega_j u_j^- \quad (10)$$

其中: X, Y 分别为第 i 个方案到正理想方案和负理想方案的加权差。

step5 属性相关系数计算。协方差为:

$$\text{cov}(u_\varphi, u_\gamma) = E(u_\varphi - Eu_\varphi)(u_\gamma - Eu_\gamma) \quad (11)$$

相关系数为:

$$\rho(u_\varphi, u_\gamma) = \frac{\text{cov}(u_\varphi, u_\gamma)}{\sqrt{Du_\varphi} \sqrt{Du_\gamma}} \quad (12)$$

其中: u_φ, u_γ 分别为属性 φ, γ 的属性值向量。

step6 基于相关系数矩阵的各方案与正理想方案的距离计算。基于相关系数矩阵的各方案与正理想方案的距离为:

$$d_i^+ = (X^T \sum^{-1} X)^{1/2} \quad (13)$$

基于相关系数矩阵的各方案与负理想方案的距离为:

$$d_i^- = (Y^T \sum^{-1} Y)^{1/2} \quad (14)$$

其中： $i=1,2,\dots,m$ ； $j=1,2,\dots,n$ ； Σ 为规范决策矩阵 U 的相关系数矩阵。

step7 计算与理想方案的贴近度。

$$R_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}, i=1,2,\dots,m \quad (15)$$

其中： R_i 为方案 i 与理想方案的贴近度，值越大，对应的方案越重要。

2.2 基于五指标的重要节点辨识步骤

为了全面辨识网络节点重要性，从局部、全局、空间位置等特征属性，选取度中心性 DC 、介数中心性 BC 、紧密度指标 CC 、结构洞 C 及核数 K_s 指标作为重要节点辨识的属性。其中度中心性指标、核数指标、紧密度指标及介数指标属于效益型指标，指标值越大，节点越重要；结构洞指标属于成本型指标，指标值越小，节点重要性越大。

step1 仿真计算 $DC_q, BC_q, CC_q, C_q, K_{s_q}$ ，构建原始决策矩阵 B ，由式(6)得标准化矩阵 $U = (u_{ij})_{m \times n}$ ，其中 DC, K_s, BC, CC 为效益型指标， C 为成本型指标。

step2 根据式(7)计算五个属性的权重。

step3 确定正理想方案和负理想方案，由式(9)–(10)计算各节点的评价方案到理想化节点方案的加权差。

step4 由式(11)–(12)计算五个属性之间的相关系数并构建相关系数矩阵。

step5 由式(13)–(14)计算基于相关系数矩阵的各方案与理想方案的距离。

step6 由式(15)计算各节点方案与正理想节点方案之间的贴近度 R_q ，根据贴近度 R_q 的大小进行排序，排序越靠前，则节点重要性越大。

3 实验及结果分析

3.1 “风筝网络”重要节点辨识实验

对“风筝网络”(图1)进行仿真实验。计算每个节点的属性值，结果如表1所示。由图1和表1可知，节点7的度值最大。虽然节点3只有三个邻居节点，但其介数值最大，其处于网络中介质传输的关键位置。节点4和5处于网络结构中对称的位置，二者同时具有最小的结构洞和最大的紧密度特性。

基于表1中节点的属性值，构建节点重要性初始决策矩阵 $B = (b_{ij})_{m \times n}$ 。通过对矩阵 B 标准化后得到规范化矩阵 U 为：

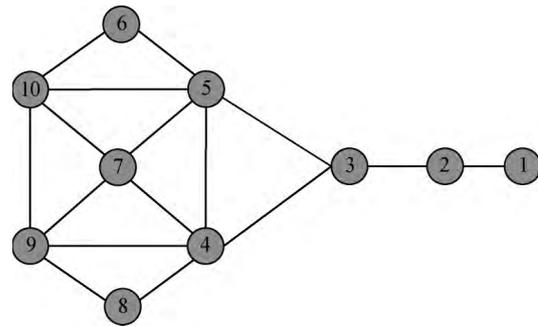


图1 “风筝网络”拓扑图

表1 “风筝网络”中各节点的属性值

节点	DC	BC	CC	C	K_s
1	0.1111	0	0.3448	1.2500	1
2	0.2222	16.00	0.4762	0.5556	1
3	0.3333	28.00	0.6667	0.4944	2
4	0.5556	16.67	0.7143	0.4701	3
5	0.5556	16.67	0.7143	0.4701	3
6	0.3333	0	0.5556	0.7059	3
7	0.6667	7.33	0.6667	0.4746	4
8	0.3333	0	0.5556	0.7059	3
9	0.4444	1.67	0.5885	0.5783	3
10	0.4444	1.67	0.5882	0.5783	3

$$U = \begin{bmatrix} 0.0816 & 0.0000 & 0.1826 & 0.5841 & 0.1147 \\ 0.1633 & 0.3933 & 0.2522 & 0.2596 & 0.1147 \\ 0.2449 & 0.6883 & 0.3531 & 0.2310 & 0.2294 \\ 0.4083 & 0.4098 & 0.3783 & 0.2197 & 0.3441 \\ 0.4083 & 0.4098 & 0.3783 & 0.2197 & 0.3441 \\ 0.2449 & 0.0000 & 0.2943 & 0.3509 & 0.3441 \\ 0.4899 & 0.1802 & 0.3531 & 0.2218 & 0.4588 \\ 0.2449 & 0.0000 & 0.2943 & 0.3509 & 0.3441 \\ 0.3266 & 0.0410 & 0.3116 & 0.2702 & 0.3441 \\ 0.3266 & 0.0410 & 0.3116 & 0.2702 & 0.3441 \end{bmatrix}$$

各属性的权重为： $\{0.0987, 0.7353, 0.0211, 0.0627, 0.0822\}$ ；正理想评价方案 u^+ 为： $\{0.4899, 0.6883, 0.3783, 0.2197, 0.4588\}$ ；负理想评价方案 u^- 为： $\{0.0816, 0, 0.1826, 0.5841, 0.1147\}$ 。

利用 SPSS 软件计算属性之间相关系数构建相关系数矩阵：

$$\begin{bmatrix} 1.000 & -0.022 & 0.783 & -0.570 & 0.801 \\ -0.022 & 1.000 & 0.450 & -0.703 & -0.498 \\ 0.783 & 0.450 & 1.000 & -0.667 & 0.509 \\ -0.570 & -0.703 & -0.667 & 1.000 & 0.010 \\ 0.801 & -0.498 & 0.509 & 0.010 & 1.000 \end{bmatrix}$$

计算各方案与正理想解方案和负理想解方案的加权差。根据式(13)–(14)计算基于相关系数矩阵的各方案与正理想方案和负理想方案的距离，得到

每个方案到正理想方案的贴近度 R_i , 结果见表 2。

表 2 “风筝网络”的节点重要性评价结果

节点	d_i^+	d_i^-	R_i
1	4.3316	0.0000	0.0000
2	0.9383	1.9124	0.6709
3	0.0111	3.6710	0.9970
4	0.7105	2.3588	0.7685
5	0.7105	2.3588	0.7685
6	4.2121	1.2014	0.2219
7	2.1690	2.1293	0.4954
8	4.2121	1.2014	0.2219
9	3.6997	1.9162	0.3412
10	3.6997	1.9162	0.3412

由表 2 得到节点重要性贴近度 R_i 排序: $R_3 > (R_4=R_5) > R_2 > R_7 > (R_9=R_{10}) > (R_6=R_8) > R_1$ 。从相关系数矩阵可以看到,度中心性与核数指标的相关系数为 0.801,二者具有较大的相关性。而介数中心性与结构洞指标相关系数为 -0.703,表明二者在实际应用中存在较大的负相关性影响,即介数指标越大,结构洞指标越小。度中心性、接近中心性与结构洞有类似的关系。无直接连接的两个个体或群体之间,结构洞指标越大,两者之间的阻碍就越大,节点就不会有较好的介数指标。因此,在综合多属性指标评价节点重要性时,有必要考虑属性间的相关性影响。

对“风筝网络”节点重要性排序进行分析,从图 1 可以看出:节点 3 占据网络最关键的传输位置,节点 3 的移除大大降低网络的连通性,其重要性最大;节点 4 与节点 5 位于网络中对称的位置,其重要性相同,移除其中任意一个会使网络的平均交互距离变大,重要程度低于节点 3;节点 2 具有较大的介数中心性,移除节点 2 会使节点 1 成为孤立节点,说明节点 2 虽然是关键的桥梁节点,但相比移除节点 4 和 5,其对网络的破坏程度较小;节点 7 连边数最大,但节点 7 的移除仅会使网络的连通冗余度降低,并未对整个网络的连通性产生较大影响;节点 9 和节点 10,节点 6 和节点 8,在网络中分别位于对称的位置,破坏这些节点不会对网络的通信产生影响,其在网络中的重要性更低。

3.2 “ARPA 网络”重要节点辨识破坏性分析

为了进一步验证本文方法的有效性,对研究网络节点重要性最常用的美国“ARPA 网络”^[22]干线拓扑结构进行分析,如图 2 所示,该网络有 21 个节点,网络平均度在 2~3 之间。

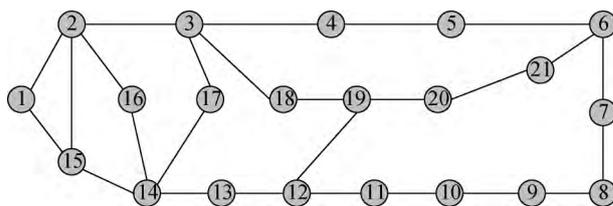


图 2 美国“ARPA 网络”拓扑图

本文方法及文献[23]、文献[24]和文献[25]得到的节点重要性排序结果见表 3,不同相关文献从不同角度对节点进行重要性辨识,得到的节点重要性排序结果稍有不同。其中,文献[23]是结合改进的主成分分析法和 TOPSIS 方法综合评价节点的重要性;文献[24]与文献[25]借助社会网络的分析方法,利用重要度贡献矩阵识别复杂网络中重要节点。本文利用多属性偏好信息集结方法综合辨识节点重要性,考虑了节点属性间的相关性影响。

表 3 “ARPA 网络”节点重要性排序结果

重要性序号	重要性排序结果			
	本文	文献[23]	文献[24]	文献[25]
1	3	3	2	3
2	12	14	3	12
3	19	2	15	19
4	6	15	14	6
5	4	12	17	4
6	14	19	16	5
7	13	16	18	11
8	5	17	19	14
9	11	6	13	13
10	2	1	12	18
11	18	13	4	10
12	10	18	1	7
13	7	4	6	2
14	20	5	20	20
15	21	11	5	21
16	9	20	11	17
17	8	7	21	8
18	17	10	7	9
19	15	21	10	15
20	16	9	8	16
21	1	8	9	1

根据上述四种节点重要性辨识方法得到节点重要性排序,按照节点重要性从大到小删除“ARPA 网络”中前 30% 的节点,得到网络拓扑子图(如图 3—图 6)。通过删除节点后的网络拓扑子图,可以看到本文使原网络分解为 4 个孤立点和 3 个孤立社区,网络遭到了严重的破坏,表明本文方法能够有效地辨识“ARPA 网络”中的重要节点;根据文献[23]

最终得到 6 个社区,其中一个社区包含较多的节点;根据文献[24]和文献[25]网络分别被破坏为 2 个社区和 4 个社区。

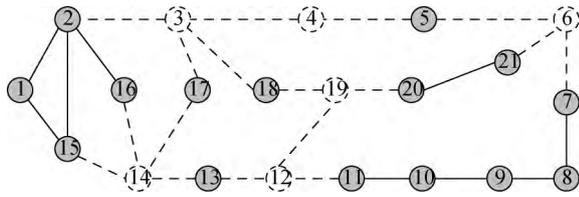


图 3 本文方法删除前 30% 节点的拓扑图

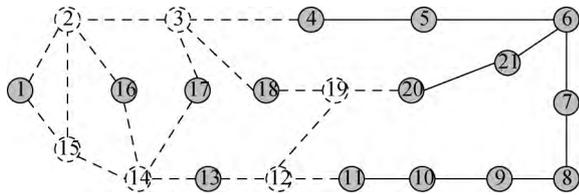


图 4 文献[23]删除前 30% 节点的拓扑图

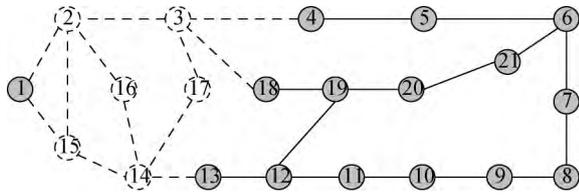


图 5 文献[24]删除前 30% 节点的拓扑图

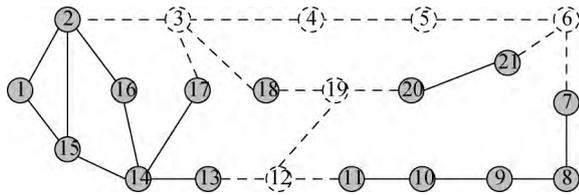


图 6 文献[25]删除前 30% 节点的拓扑图

为了再次验证本文方法的可靠性,对“ARPA 网络”进行连锁故障分析,进一步得到网络的鲁棒性变化情况,其通过故障前后网络最大连通子图的节点数之比 Q 进行衡量,计算公式为:

$$Q = \frac{\psi_{\max}}{\psi} \tag{15}$$

其中,ψ_{max}表示网络遭到攻击后最大连通子图中的节点数目。通过不断删除网络中的节点,根据网络的鲁棒性变化判断重要节点辨识方法的准确性。Q 值越小,表明网络被破坏的越严重,对应的辨识方法越准确。本文及文献[23-25]对应的连锁故障分析结果如图 7 所示。

从 Q 值的下降趋势可以看出,随着节点的不断删除,本文方法对应的 Q 值曲线下下降较快,对网络的破坏性较大。虽然本文对应的 Q 值变化趋势与文献[25]整体相差不大,但也可以看到节点 6、7 被

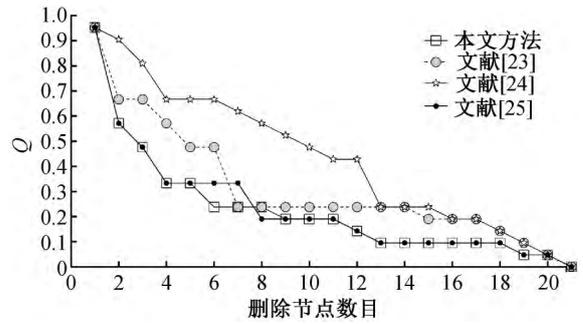


图 7 删除节点对 Q 值的影响

删除时,本文方法对应的 Q 值最小;相比于文献[23]、[24],本文对应的 Q 值曲线基本位于所有曲线下,因此本文提出的重要节点辨识方法有较好的适用性。通过“风筝网络”和“ARPA 网络”实验结果分析可知,本文提出的重要节点辨识方法得到了较好的排序结果,有效地划分了网络中各个节点的重要性,同时通过与其他文献对比删除节点对网络的破坏性情况,进一步表明了本文方法的有效性和准确性。

4 结 论

本文根据网络多属性偏好信息集结与融合,考虑节点在网络中的拓扑特性,建立了节点重要性综合辨识模型,为重要节点辨识提供了新方法。通过对节点度中心性、介数中心性、紧密度中心性、结构洞以及核数指标进行偏好信息集结、融合与关联性分析,根据所得结果与相关文献结果进行破坏性实验对比分析,结果表明本文方法更加有效、准确。如何对复杂网络多属性偏好信息集结与信息融合理论进行创新研究,并构建网络节点随机一致性辨识方法,进一步探索动态时序网络的演化规律将成为下一阶段的研究重点。

参考文献:

- [1] Holme P, Kim B J, Yoon C N, et al. Attack vulnerability of complex networks [J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2002, 65 (5):056109.
- [2] 刘建国,任卓明,郭强,等. 复杂网络中节点重要性排序的研究进展[J]. 物理学报,2013,62(17):178901.
- [3] Barabási A L, Bonabeau E. Scale-free networks[J]. Scientific American, 2003, 288(5):60-69.
- [4] Ma Q, Ma J. Identifying and ranking influential spreaders in complex networks with consideration of spreading probability [J]. Physica A: Statistical

- Mechanics and its Applications, 2017, 465:312-330.
- [5] Liu Y, Tang M, Do Y, et al. Accurate ranking of influential spreaders in networks based on dynamically asymmetric link weights[J]. Physical Review E, 2017, 96(2):022323.
- [6] Albert R, Jeong H, Barabasi A L. The diameter of the world wide web [J]. Nature, 1999, 401(6):130-131.
- [7] Freeman L C. A set of measures of centrality based on betweenness[J]. Sociometry, 1977, 40(1):35-41.
- [8] Borgatti S P, Everett M G. A Graph - theoretic perspective on centrality [J]. Social Networks, 2006, 28(4):466-484.
- [9] Kitsak M, Gallosl K, Havlin S, et al. Identification of influential spreaders in complex networks [J]. Nature Physics, 2010, 6(11):888-893.
- [10] Burt R S. Structureal Holes and Good Ideas [J]. American Journal of Sociology, 2004, 110(2):349-399.
- [11] Chen D, Linyuan Lü, Shang M S, et al. Identifying influential nodes in complex networks[J]. Fuel and Energy Abstracts, 2012, 391(4):1777-1787.
- [12] 张喜平,李永树,刘刚,等. 节点重要度贡献的复杂网络节点重要度评估方法[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2014,11(3):26-32.
- [13] 阮逸润,老松杨,王竣德,等. 一种改进的基于信息传播率的复杂网络影响力评估算法[J]. 物理学报, 2017, 66(20):208901.
- [14] Yang F, Zhang R, Yang Z, et al. Identifying the most influential spreaders in complex networks by an Extended Local K - Shell Sum [J]. International Journal of Modern Physics C, 2017, 28(1):1-17.
- [15] 苏晓萍,宋玉蓉. 利用邻域“结构洞”寻找社会网络中最具影响力节点[J]. 物理学报, 2015, 64(2):5-15.
- [16] Comin C H, Costa L D F. Identifying the starting point of a spreading process in complex networks [J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2011, 84(2):056105.
- [17] Hou B, Yao Y, Liao D. Identifying all-around nodes for spreading dynamics in complex networks [J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2012, 391(15):4012-4017.
- [18] Namtirtha A, Dutta A, Dutta B. Identifying influential spreaders in complex networks based on kshell hybrid method[J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2018, 499:310-324.
- [19] 郭晓成,马润年,王刚. 复杂网络中节点重要性综合评价方法研究[J]. 计算机仿真, 2017, 34(7):264-268.
- [20] 付凯,夏靖波,赵小欢. 动态融合复杂网络节点重要度评估方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(10):112-119.
- [21] 胡钢,徐翔,过秀成. 基于解释结构模型的复杂网络节点重要性计算[J]. 浙江大学学报(工学版), 2018, 52(10):1989-1997.
- [22] Page L B, Perry J E. Reliability polynomials and link importance in networks [J]. Reliability IEEE Transactions on, 1994, 43(1):51-58.
- [23] 秦李,杨子龙,黄曙光. 复杂网络的节点重要性综合评价[J]. 计算机科学, 2015, 42(2):60-64.
- [24] 周璇,张凤鸣,李克武,等. 利用重要度评价矩阵确定复杂网络关键节点 [J]. 物理学报, 2012, 61(5):050201.
- [25] 赵毅寰,王祖林,郑晶,等. 利用重要性贡献矩阵确定通信网中最重要节点[J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35(9):1076-1079.

(责任编辑:康 锋)