



# 面向交通流信号分析的小波阈值去噪方法

郑俊褒, 饶珊珊

(浙江理工大学信息学院, 杭州 310018)

**摘要:** 为了提高交通流信号的去噪效果, 提出了一种自适应逐层调整阈值和改进阈值函数的去噪算法。该算法结合自然对数函数的特性, 使阈值随小波系数分解层数自适应的改变; 加入了指数函数, 构造一种介于硬、软阈值之间变化的新阈值函数, 使去噪信号和原信号之间的误差减小。实验结果表明: 相较于传统硬软阈值去噪, 采用改进算法处理的信号直观效果好, 且信噪比高和均方根误差小, 运行效率高。改进后去噪算法各方面性能都得到了提升, 具有较高的应用价值。

**关键词:** 小波阈值去噪; 交通流信号; 信噪比; 均方根误差

**中图分类号:** TN911.72

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-3851 (2019) 01-0092-06

## Research on wavelet threshold denoising method for traffic flow signals analysis

ZHENG Junbao, RAO Shanshan

(School of Information Science and Technology, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** To improve the denoising effect in traffic flow signals, a denoising algorithm which adaptively adjusts the threshold and improves threshold function layer by layer was proposed. The algorithm combined the property of natural logarithm function and made the threshold change adaptively with the wavelet coefficient decomposition layer. Meanwhile, the exponential function was added to construct a new threshold function between hard and soft thresholds, which reduced the error between denoising signal and original signal. The experimental results showed that compared with the traditional hard and soft threshold denoising, the signal processed with the improved algorithm had better visual effect, with higher signal-to-noise ratio, lower root-mean-square error and higher operation efficiency. All properties of the denoising algorithm improved. Therefore, it owns a better practical application value.

**Key words:** wavelet threshold de-noising; traffic flow signals; signal-to-noise ratio; root-mean-square error

### 0 引言

交通流量数据一般采用格拉布斯统计法处理。在格拉布斯统计法中, 通常认为某一组数据服从高斯分布, 并由此判定大部分正常的的数据分布在合理区间内, 而少部分异常值是处在合理区间外的, 所以将区间外的数据去除可达到去噪效果<sup>[1-2]</sup>。在一些精度要求不高或者数据量较少的情况下, 把对象的

一些参数限定在某个区间内, 即使不做精确处理和 控制, 让略有溢出规定区间的噪声数据存在也不会 对整体数据造成很大影响。但由于交通流信号的有效信号和噪声混叠现象更严重, 用上述方法很难对 信号和噪声进行区分, 无法精确地去除噪声, 影响交 通流数据的后续分析。

近年来, 随着小波理论研究的发展, 小波变换作 为分析工具在图像去噪、图像增强、突变点检测、故

障诊断等领域应用广泛,表现突出<sup>[3-6]</sup>,这为交通流信号分析提供了基于小波变换实现去噪处理的启发。但基于小波变换实现交通流量信号去噪的研究很少,亟需进行与之相关的拓展研究。

在经典小波去噪算法中,各层小波系数所对应的噪声阈值强度一般取固定值。然而在实际交通流信号中,小波系数会随着分解层数的增加逐渐减小,若采用固定阈值容易导致一些有效信号被误判为噪声。现有阈值函数包括硬阈值和软阈值两类。前者在阈值处存在跳变容易产生吉布斯现象;后者虽然没有这一问题,但它会在去噪过程中引入固定的偏差,从而导致信号失真。针对这些不足,学者们提出了一些改进算法。张振凤等<sup>[7]</sup>考虑到各层的小波系数间存在一定关系,用倍数减小的阈值代替固定阈值;周昌顺等<sup>[8]</sup>为使重构信号更加平滑,提出了连续可导阈值函数;殷青松等<sup>[9]</sup>为更好地保存信号的边缘信息,提出了具有指数特性的阈值函数;杨秀芳等<sup>[10]</sup>针对强噪声干扰下的信号去噪处理,对小波变换算法进行了优化;Cui 等<sup>[11]</sup>和 zhao 等<sup>[12]</sup>提出了一种可调阈值的算法,提升了小波去噪算法的性能;Lin 等<sup>[13]</sup>和 Deng 等<sup>[14]</sup>提出模极大值法,使得小波去噪算法适用于含有较多奇异点的信号。

为进一步改善小波阈值去噪算法的性能,本文针对交通流信号本身的特点,在借鉴现有研究的基础上提出了一种自适应阈值选取规则及具有指数特性的阈值函数算法。首先根据小波变换各尺度上信号和噪声的特性,自适应地逐层调整阈值;然后构造了一种指数型的阈值函数,并通过调节参数优化估计合适的阈值;最后通过仿真实验对该算法的性能进行了验证和评估。

## 1 小波阈值去噪方法

### 1.1 离散小波分解与重构

离散小波变化可以表示为:

$$D[W_f(j, k)] = 2^{-\frac{j}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \bar{\varphi}(2^{-j}t - k) dt \quad (1)$$

其中:  $\varphi(2^{-j}t - k)$  为小波基,表示任意逼近函数;  $j$  和  $k$  为离散化的伸缩因子和平移因子;  $\bar{\varphi}$  为  $\varphi$  的共轭。对于一个长度为  $N$  的一维离散交通流信号  $f(n)$ ,其小波变换系数为:

$$W_f(j, k) = 2^{-\frac{j}{2}} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \varphi(2^{-j}n - k) \quad (2)$$

对  $f(n)$  做小波分解后,得到小波系数  $\omega_{j,k}$ 。小波系数包括近似系数  $u_{j,k}$  和细节系数  $v_{j,k}$ ,表示为:

$$\omega_{j,k} = u_{j,k} + v_{j,k} \quad (3)$$

小波变换的逆运算即小波重构公式为:

$$f(n) = \frac{1}{c} \sum_{j,k} u_{j,k} V_{j,k} \quad (4)$$

其中,  $V_{j,k}$  为经过阈值函数量化处理后的细节系数。

### 1.2 去噪原理

交通流信号在采集的过程中,由于外界环境及设备的影响,收集到的信号不可避免地夹杂着一些噪声,因此一个含有噪声的交通流信号可以表达为:

$$s(t) = f(t) + \delta e(t) \quad (5)$$

其中:  $f(t)$  为有效信号,  $e(t)$  为白噪声,  $\delta$  为噪声强度。有效信号和噪声经过小波变换后表现出的特性有所不同,有效信号的小波系数大多集中于低频部分,而噪声的小波系数则经常处在高频部分。且随着分解层数的增加,有效信号小波系数的幅度相对稳定,变化较小,而噪声的小波系数以一定比例不断减小。小波阈值去噪法是通过设置一个合适的阈值  $\lambda$ , 比较  $\lambda$  和小波系数的大小。若小波系数的绝对值大于阈值,认为它是有效信号,保留系数;反之则认为它是噪声,将系数置为零。

### 1.3 常见小波阈值函数

硬阈值和软阈值是最常见的小波阈值函数,其定义分别为:a) 硬阈值函数。若小波系数的绝对值大于等于给定阈值,予以保留;相反则将其置为零。表达式为:

$$\bar{\omega}_{j,k} = \begin{cases} \omega_{j,k}, & |\omega_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |\omega_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (6)$$

式中  $\bar{\omega}_{j,k}$  为阈值函数处理后的小波系数。b) 软阈值函数。若小波系数的绝对值大于等于给定阈值,减去阈值后予以保留;相反则置为零。表达式为:

$$\bar{\omega}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(\omega_{j,k})(|\omega_{j,k}| - \lambda), & |\omega_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |\omega_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (7)$$

硬、软阈值量化处理函数如图 1 所示,其中:虚线表示硬阈值函数曲线,实线表示软阈值函数曲线。从图 1 可以看出,用硬阈值函数处理的预估小波系数存在不连续的现象,在  $\pm\lambda$  处出现间断点,利用这些小波系数重构的信号会产生震荡,从而导致信号失真;软阈值函数处理的预估小波系数连续性较好,但是当  $|\omega_{j,k}| > \lambda$  时,小波系数和实际系数之间存在固定偏差,降低重构信号的准确性,同时软阈值也会出现导数不连续的情况,从而导致去噪的效果不好。

## 2 改进的小波阈值去噪法

### 2.1 逐层变化的阈值

阈值的选择是小波去噪法中最重要的一步,决定了最终的去噪效果。阈值法包括通用阈值、启发

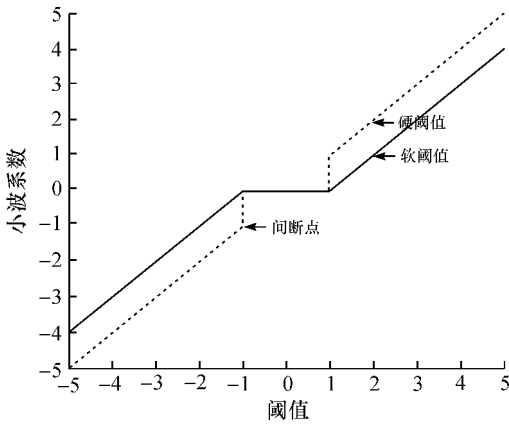


图 1 软阈值函数的量化处理曲线

式阈值和极值阈值等。比较常用的是 Donoho<sup>[15]</sup> 提出的通用阈值法,表达式为:

$$\lambda = \delta \sqrt{2 \ln N} \tag{8}$$

其中: $N$  为对应各层小波系数的长度。

在实际的交通流量信号中,噪声是一个未知的变量,采用通用阈值法会造成“过度扼杀”的问题,随着分解层数的增加,其有效信号丢失严重。为解决固定标准差造成的问题,要求阈值能根据有效信号和噪声小波系数的特点,随着分解层数的增加自适应地改变。本文参考文献[7—10],利用自然对数函数增长速度逐渐减慢的特性模拟交通流信号中噪声强度的衰减,给出了一种自适应变化的阈值:

$$\lambda = \frac{\delta \sqrt{2 \ln N}}{\ln(e + j - 1)} \tag{9}$$

从式(9)可知:当 $j = 1$ 时, $\ln(e + j - 1) = 1$ ,阈值等于通用阈值;当 $j = 2$ 时, $\lambda = \frac{\delta \sqrt{2 \ln N}}{\sqrt{\ln(e + 1)}}$ ,其值小于

通用阈值;随着分解层数的增加,阈值 $\lambda$ 会自适应地逐层减小,与噪声小波系数逐层减小的特性相符,因此能够更有效地区分有效信号和噪声,同时更大程度地保留有效信号,使得去噪效果更加理想。

### 2.2 改进的小波阈值函数

针对硬阈值对信号尖峰处的处理有着不连续的特点和软阈值存在恒定偏差的缺陷,本文在参考文献[7—15]算法的基础上,改进了小波阈值函数,在该函数中加入了指数量型的修正系数,利用指数函数各个位置收敛速度不一致的特性,使小波系数在阈值附近导数极大,小波系数连续,且偏差逐渐减小。改进的小波阈值函数定义如下:

$$\omega_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(\omega_{j,k}) \left[ |\omega_{j,k}| - \frac{\lambda^2}{e^{\left(\frac{|\omega_{j,k}| - \lambda}{\alpha \lambda}\right)^2}} \right], & |\omega_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |\omega_{j,k}| < \lambda \end{cases} \tag{10}$$

其中, $\alpha \in (0,1)$  为调节因子。当小波系数 $\omega_{j,k}$  向 $\lambda$  靠近,即 $|\omega_{j,k}| \rightarrow \lambda$  时, $\omega_{j,k} \rightarrow \text{sign}(\omega_{j,k}) (|\omega_{j,k}| - \lambda^2)$ ,函数的收敛速度加快,间断点消失,表现出软阈值的特性,从而避免硬阈值函数导致信号重构出现震荡的问题。而当小波系数 $\omega_{j,k}$  远离 $\lambda$ ,即 $|\omega_{j,k}| \rightarrow +\infty$  时, $\lim_{|\omega_{j,k}| \rightarrow +\infty} \left[ \text{sign}(\omega_{j,k}) \left( |\omega_{j,k}| - \frac{\lambda^2}{e^{\left(\frac{|\omega_{j,k}| - \lambda}{\alpha \lambda}\right)^2}} \right) \right] = |\omega_{j,k}|$ ,函数收敛速度减慢,逐渐趋于以 $|\omega_{j,k}|$  为渐近线的直线,表现出硬阈值函数的特点,这样就解决了软阈值函数存在固定偏差的问题。不同阈值函数的量化处理曲线如图 2 所示。

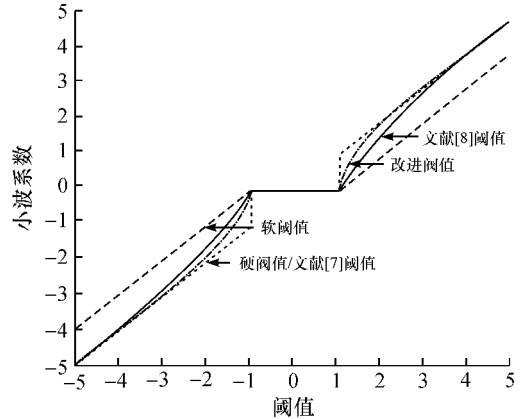


图 2 不同阈值函数的量化处理曲线

从图 2 可以看出,改进阈值函数介于硬阈值与软阈值之间,其处理后的信号更加平滑,同时更大程度保留信号的边缘特征,去噪效果更好;同时对比于文献[7]只改进阈值选取规则和文献[8]改进的阈值函数,本文改进算法收敛速度更快,精度更高。

### 3 实验仿真与结果

为了验证本文改进小波阈值算法对交通流量信号去噪的可行性和有效性,在 64 位,2GB RAM, Windows 7 操作系统上,采用 MATLAB R2014a 平台进行仿真实验,并与传统软、硬阈值去噪函数和文献[7—8]的算法对比分析,通过实验结果和指标进行综合评价。

原始信号选取为 PeMS 系统采集的 2017 年 6 月 19 日至 20 日,US101-N, District 6,间隔 5 min 收集一次的总共 350 个交通流数据。

交通流信号具有数字信号的特征,小波基函数中 db 小波和 haar 小波常用于处理数字信号,考虑到 haar 小波在时域上不连续,其作为基本小波基性能不是很好,所以本文选用具有良好正则性的 db9 函数作为小波基。在实际应用中,分解层数越多其重构信号失真越严重,一般选取 3~5 层之间,所以本文选用 3 层分解层数。去噪处理的具体步骤为:首先对交通流信号 $s(i)$ 做离散小波变换,得到近似系数、细节系数

和小波系数;然后根据阈值公式求出各层阈值,使用阈值函数对各层细节系数做阈值量化处理;最后根据小波分解的第三层的近似系数和经过阈值函数量化处理过的三层细节系数,重构信号<sup>[16-19]</sup>。经过对比可知,本文改进阈值函数在 $\alpha$ 取0.3时去噪效果最好。

根据本文算法计算得到的阈值参数见表 1,其中第一行为交通流信号做离散变化后细节系数的长度,第二行为本文改进阈值确定法得到的各层阈值,用于与小波系数对比。

本文分别采用传统阈值、文献[7-8]和本文提出的改进阈值算法进行仿真实验,结果见图 3。从

表 1 阈值参数

层数	第一层	第二层	第三层
长度	183	100	58
阈值	3.2278	2.6483	2.2879

图 3 可以看出:硬阈值去噪后的信号含有一些震荡点,部分噪声未被滤除,光滑程度较差;软阈值去噪后的信号较前者平滑,但是在奇异点变化缓慢,且与原信号存在固定偏差;文献[7-8]与本文改进阈值算法克服了以上两种缺点,去噪后的信号震荡点减少,信号更加平滑,并且保留了交通流信号的边缘特征,去噪效果更好。

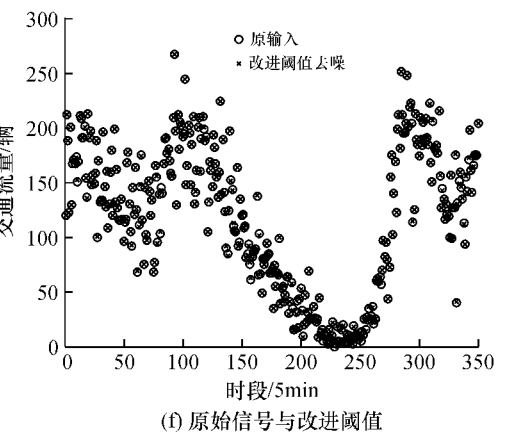
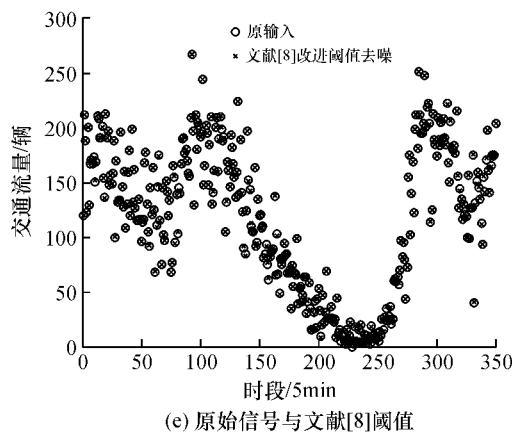
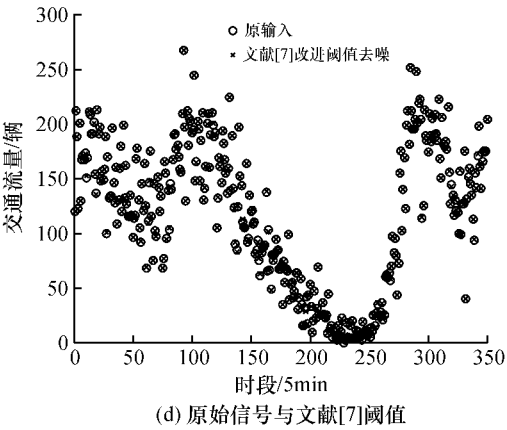
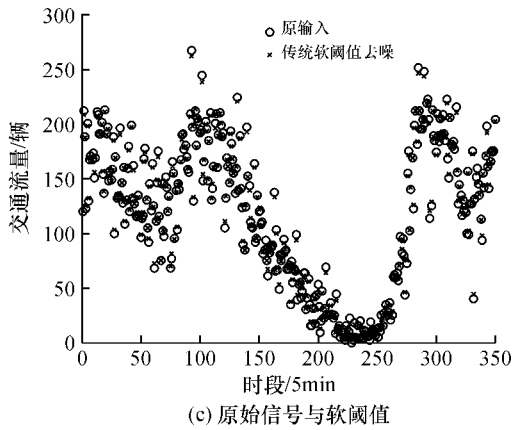
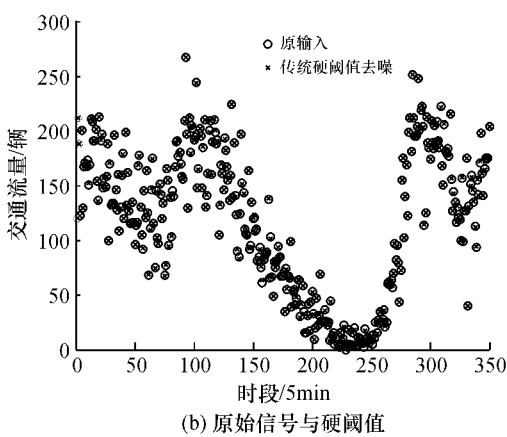
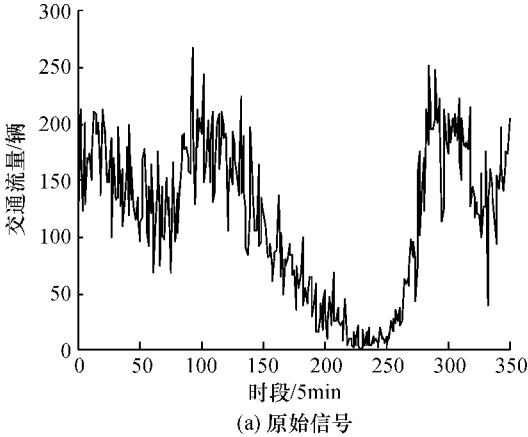


图 3 原信号和不同阈值算法处理后的去噪信号

为了客观评价不同去噪算法的效果,本文采用信噪比  $SNR$  和均方根误差  $RMSE$  两个性能评价指标对去噪性能进行对比,定义为:

$$SNR = 10\log \left[ \frac{\sum_{i=1}^n s^2(i)}{\sum_{i=1}^n (s(i) - s_{\delta}(i))^2} \right] \quad (11)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s(i) - s_{\delta}(i))^2} \quad (12)$$

其中: $s(i)$  为原始信号, $s_{\delta}(i)$  为去噪后的信号, $\sum_{i=1}^n s^2(i)$  表示原始信号的功率, $\sum_{i=1}^n (s(i) - s_{\delta}(i))^2$  表示噪声的功率,信噪比越大,均方根误差越小,表示去噪效果越好。

表 2 归纳了不同阈值函数的去噪效果。可以看出,相比于传统的硬、软阈值函数,本文改进算法得到的  $SNR$  上升了 1.65% 和 2.75%, $RMSE$  下降了 5.11% 和 8.97%;对比文献[7-8] 算法去噪后的信噪比提升了 0.86% 和 0.44%,均方根误差下降了 2.71% 和 2.36%。数据表明,本文改进小波阈值去噪算法集合了硬软阈值的优点,消除了两者的固有缺点,同时选用逐层变化的阈值,明显提高了信号去噪的质量。

表 2 硬软阈值与改进阈值函数去噪效果

阈值函数	$SNR/dB$	$RMSE$
硬阈值	68.9960	0.0567
软阈值	68.2442	0.0591
文献[7]	69.5242	0.0553
文献[8]	69.8186	0.0551
改进阈值	70.1232	0.0538

考虑到交通流信号的实时性,本文通过去噪算法的运行时间对比各个阈值函数的复杂度。数据为运行多次取平均值得到,由表 3 可知,改进阈值相比传统阈值提高了 8.98% 和 8.53%,相比文献[7-8] 也提高了和 4.09% 和 3.35% 的运行速度,算法复杂度降低,从而验证了本文算法的有效性和优越性。

表 3 不同阈值函数的运行时间

阈值函数	运行时间/s
硬阈值	0.0412
软阈值	0.0410
文献[7]	0.0391
文献[8]	0.0388
改进阈值	0.0375

4 结 论

本文分析了小波阈值去噪算法,针对硬软阈值函数存在震荡点和固定偏差的问题,提出了逐层自适应调整的阈值和加入指数函数的改进阈值函数去噪算法。该算法不仅保留了小波阈值去噪的优点,还有效解决了硬、软阈值函数的缺陷。实验结果表明,该改进阈值的小波去噪算法具有更优良的去噪效果, $SNR$  和  $RMSE$  指标均优于硬、软阈值函数,运行时间最短。因此,本文提出的改进算法不仅有效地抑制噪声,同时保留了细节特征,具有一定的应用价值。

参考文献:

[1] 李红伟,陆键,姜桂艳,等.快速路交通事件检测方法[J].东南大学学报:自然科学版,2013,43(3):649-653.

[2] 向红艳,刘伟,朱顺应.基于偏差分析的交通事件自动检测算法[J].中南公路工程,2007,32(2):142-144.

[3] Chui C K, Lian J A. A study of orthonormal multi-wavelets[J]. Applied Numerical Mathematics, 1996, 20(3):273-298.

[4] 李健,罗晓,罗蔓.基于小波变换的多模态医学图像融合[J].中国医学装备,2017,14(11):22-26.

[5] 赵鸿图,刘云.改进的小波阈值语音去噪算法[J].河南理工大学学报:自然科学版,2014,33(5):647-650.

[6] Cetin A E, Tofighi M. Projection-based wavelet denoising[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2015, 32(5):120-124.

[7] 张振凤,威欢,谭博文.一种改进的小波阈值去噪方法[J].光信号研究,2018,206(2):75-78.

[8] 周昌顺,张欣,文章,等.一种逐层变化的阈值和改进的小波阈值去噪算法[J].通信技术,2018,51(3):563-567.

[9] 殷青松,戴曙光.基于改进的小波阈值图像去噪算法研究[J].软件导刊,2018,17(1):90-91.

[10] 杨秀芳,张伟,杨宇祥.基于提升小波变换的雷达生命信号去噪技术[J].光学学报,2014,34(3):292-297.

[11] Cui H M, Zhao R M, Hou Y L. Improved threshold denoising method based on wavelet transform[C]//International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC). IEEE,2016:1354-1359.

[12] Zhao Q M, Dai W Z. A wavelet denoising method of new adjustable threshold[C]//International Conference on Communication Technology (ICCT). IEEE, 2015: 684-688.

[13] Lin Y T, Cai J L. A new threshold function for signal

denoising based on wavelet transform[C]//International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA).IEEE,2010,1:200-203.

[14] Deng C X, Yang X R, Zhong T Y. The study on improved wavelet threshold method[C]//International Conference on Measurement, Information and Control (ICMIC). IEEE,2013,2:1014-1018.

[15] Denoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41 (3): 613-627.

[16] Chang F X, Hong W, Zhang T, et al. Research on wavelet denoising for pulse signal based on improved wavelet thresholding [C]//First International Conference on Pervasive Computing, Signal Processing and Applications (PCSPA).IEEE,2010:564-567.

[17] 黄庭刚,赵国忱.改进的小波阈值函数在变形预报中的应用[J].测绘与空间地理信息,2018,41(5):213-217.

[18] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9 (9): 1532-1546.

[19] 杜浩藩,丛爽.基于 MATLAB 小波去噪方法的研究[J].计算机仿真,2003,20(7):119-122.

(责任编辑:康 锋)