

基于分布式自适应方法的多智能体系统的包容控制

郑梦娜,高金凤

(浙江理工大学机械与自动控制学院,杭州 310018)

摘 要: 研究一般线性多智能体系统在有向固定拓扑结构下的包容控制问题,提出一种新的完全分布式的自适应控制协议。利用矩阵理论将原系统转换成误差系统,再利用 Lyapunov 方法分析误差系统的稳定性问题,得到了多智能体系统包容控制问题可解的充分条件。该协议的参数设计不依赖任何全局信息,仅利用自身和邻居智能体的相对状态信息,有效地驱使所有跟随者的状态渐近收敛到领导者相应状态所形成的凸包内。仿真实例验证了理论结果的有效性。

关键词: 多智能体系统;有向拓扑;分布式控制;包容控制;自适应控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851 (2018) 07-0447-06

0 引 言

近年来,由于多智能体系统在编队控制^[1]、传感器网络^[2]等方面得到广泛应用,其协同控制问题已经引起越来越多的关注。一致性是多智能体系统协同控制的前提和基础。许多学者已经研究了在固定拓扑、切换拓扑等约束条件下,以单积分、双积分或高阶动力学方程为模型的多智能体系统的一致性问题^[3-5]。

多智能体系统的一致性问题主要分为无领导者一致性问题^[6-7]、只有一个领导者的领导-跟随一致性问题^[8-9]和有多个领导者的包容控制问题。包容控制,就是要求所有跟随者的状态收敛到领导者所形成的凸包内。Li 等^[10]研究了连续和离散多智能体系统,基于相对输出信息,提出了分布式观测器类型的包容控制协议,从而使得跟随者最终收敛到领导者所形成的凸包中。Wang 等^[11]针对一般线性多智能体系统的包容控制问题,在系统状态信息不可得的情况下,设计了基于输出反馈的控制协议。Liu 等^[12]研究了有限网络资源下一阶和二阶多智能体系统的包容控制问题,提出了一种事件触发协议,在达到包容控制目标的同时,通过减少通信次数以节

约网络资源。Hu 等^[13]针对非线性多智能体系统,对有向拓扑网络下的系统包容控制问题进行了分析。Zheng 等^[14]研究了一阶和二阶异构多智能体系统,分别提出了线性控制协议和非线性控制协议,得到了包容控制的必要充分条件。

在以上研究^[10-14]中,控制器的参数设计需要知道全局信息,例如通信拓扑的 Laplacian 矩阵的最小非零特征值。因此,这些控制器不能以完全分布式的方式实现。为了克服这种局限性,分布式自适应控制方法被应用于解决多智能体系统的一致性问题。Xie 等^[15]研究了单积分多智能体系统的一致性问题,分别设计了基于边的和基于节点的两种自适应一致性协议,系统利用局部信息即可达到一致性。Li 等^[16]将这两种协议用于解决一般线性多智能体系统在固定拓扑结构下的一致性问题,随后又提出了切换拓扑网络下的自适应一致性协议。Li 等^[17]针对线性和 Lischitz 非线性两种情况,分别提出了分布式自适应协议和 Lischitz 分布式自适应协议。然而,这些文献^[15-17]都是针对无领导者或一个领导者的情况。

本文研究了多个领导者情况下多智能体系统的包容控制问题。在有向固定网络下,基于邻居智能

体的相对状态,采用分布式自适应方法给出了系统的包容控制协议;利用矩阵理论和 Lyapunov 方法分析系统在该协议下达到包容控制的充分条件。该协议给每个智能体分配了一个时变耦合权重使得参数设计不依赖于任何的全局信息,在反馈控制下控制器以完全分布式的方式使跟随者的状态渐近收敛到领导者所形成的凸包内。

1 预备知识及问题描述

1.1 图论

多智能体之间的交互拓扑结构通常用一个有向图 $G = (V, E)$ 表示,其中 $V = \{1, \dots, N\}$ 表示节点集合, $E \subseteq V \times V$ 表示边集合^[18]。一条从节点 i 到节点 j 的有向边表示为 $(i, j) \in E$, 节点 i 称为父节点, 节点 j 称为子节点。当 $(i, j) \in E$ 时, 则节点 i 是节点 j 的邻节点, 用 $N_i = \{j \in V \mid (j, i) \in E\}$ 表示节点 i 的邻居集。邻接矩阵 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 定义为: $a_{ii} = 0, a_{ij} = 1 \Leftrightarrow (j, i) \in E$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。图 G 的 Laplacian 矩阵 $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 定义为: $l_{ii} = \sum_{j \neq i} a_{ij}$, 且 $l_{ij} = -a_{ij}, i \neq j$ 。容易验证 0 是 L 的一个特征值, 其对应的特征向量是 $\mathbf{1}_N = (1, \dots, 1)^T$ 。有向图中的一条路径是指从节点 i 到节点 k 有序边序列 $(i, i+1), (i+1, i+2), \dots, (k-1, k) \in E$ 。若有有向图 G 中存在一个根节点(没有父节点)可以到达其他所有节点, 则称图 G 含有一棵有向生成树。

1.2 问题描述

考虑如下的线性多智能体系统:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i + \mathbf{B}\mathbf{u}_i, i = 1, \dots, N \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n$ 和 $\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^p$ 分别为智能体 i 的状态和控制输入。 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 为维数适当的常数矩阵。

本文考虑多个领导者的情况。假设有 $M (M < N)$ 个跟随者和 $N - M$ 个领导者。不失一般性, 假设跟随者智能体为 $1, \dots, M$, 领导者智能体为 $M+1, \dots, N$ 。领导者集和跟随者集分别定义为 $\bar{R} = \{M+1, \dots, N\}$ 和 $F = \{1, \dots, M\}$ 。

对于每个领导者, 假设其控制输入 $\mathbf{u}_i = 0$, 则领导者的动力学方程为:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i, i \in \bar{R} \quad (2)$$

由于领导者没有邻居, 图 G 的 Laplacian 矩阵可以分解为:

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \\ 0_{(N-M) \times M} & 0_{(N-M) \times (N-M)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: $L_1 \in \mathbf{R}^{M \times M}, L_2 \in \mathbf{R}^{M \times (N-M)}$ 。

假设 1 至少有一个领导者智能体是全局可达的。

引理 1^[19] 在假设 1 下, L_1 的所有特征值的实部均为正, $-L_1^{-1}L_2$ 的每个元素非负, 且 $-L_1^{-1}L_2$ 的每行元素的和都等于 1。而且, 存在一个对角矩阵 $\Xi = \text{diag}\{q_1, \dots, q_M\} (q_i > 0, i = 1, \dots, M)$ 使得 $\Xi L_1 + L_1^T \Xi$ 是正定矩阵。

引理 2^[20] (Yong's Inequality) 若 a, b, p 和 q 均是非负实数, 且 p 和 q 满足 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, 则有 $ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$ 。

定义 1 X 是实向量空间中的一个集合, X 的凸包 $\text{Co}(X)$ 定义为 $\text{Co}(X) = \left\{ \sum_{i=1}^k a_i \mathbf{x}_i \mid \mathbf{x}_i \in X, a_i \in \mathbf{R}, a_i \geq 0, \sum_{i=1}^k a_i = 1, k = 1, 2, \dots \right\}$ 。

定义 2^[21] 对于任意的初始条件 $\mathbf{x}_i(0), i \in F$, 如果存在控制协议 \mathbf{u}_i 使得所有跟随者的状态渐近收敛到由领导者状态构成的凸包内, 则称系统(1)解决了包容控制问题。

2 主要结果

定义相对状态信息

$$\mathbf{z}_i = \sum_{j \in F \cup \bar{R}} a_{ij} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j), i \in F.$$

本文设计的分布式控制协议为:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i = c_i \rho_i (\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i) \mathbf{K} \mathbf{z}_i \\ \dot{\mathbf{c}}_i = \mathbf{z}_i^T \mathbf{\Gamma} \mathbf{z}_i, i \in F \end{cases} \quad (4)$$

其中: $c_i(t)$ 为智能体 i 的时变耦合权重, 且 $c_i(0) > 1$, $\mathbf{\Gamma} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{p \times n}$ 为需要设计的反馈增益, $\rho_i(s)$ 是满足 $\rho_i(s) \geq 1, s > 0$ 条件的单调递增函数。 $\mathbf{P} > 0$ 是下列线性矩阵不等式(LMI)的解:

$$\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T - 2\mathbf{B}\mathbf{B}^T < 0 \quad (5)$$

下面给出控制协议(4)解决系统包容控制问题的充分条件。

定理 1 假设 (\mathbf{A}, \mathbf{B}) 能控, 有向通信拓扑 G 满足假设 1。在式(4)中, 令 $\mathbf{K} = -\mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1}, \mathbf{\Gamma} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1}$ 和 $\rho_i(\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i) = (1 + \mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i)^\gamma, \gamma$ 是一个大于 1 的任意常数, 则在分布式自适应协议(4)的作用下, 系统(1)可解决包容控制问题, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_f(t) - \tilde{\omega}(t)) = 0,$$

其中:

$$\tilde{\omega}(t) = (-L_1^{-1}L_2 \otimes e^{\mathbf{A}t}) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{M+1}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_N(0) \end{bmatrix}.$$

而且,当 $t \rightarrow \infty$ 时,有 $\rho_i(\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i) \rightarrow 1, c_i(t)$ 会收敛到某个稳定值。

证明 将式(2)代入到入式(1)中,可得

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i + c_i \rho_i(\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i) \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{z}_i, i \in F \\ \dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i, i \in \bar{R} \end{cases} \quad (6)$$

记 $\mathbf{x}_f = [\mathbf{x}_1^T, \dots, \mathbf{x}_M^T]^T, \mathbf{x}_l = [\mathbf{x}_{M+1}^T, \dots, \mathbf{x}_N^T]^T$, 式(6)可以写成下列紧凑的形式

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_f = (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A})\mathbf{x}_f + (\mathbf{c}\mathbf{p} \otimes \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{z}, i \in F \\ \dot{\mathbf{x}}_l = (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A})\mathbf{x}_l, i \in \bar{R} \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{c} = \text{diag}(c_1, \dots, c_M), \mathbf{p} = \text{diag}(\rho_1(\mathbf{z}_1^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_1), \dots, \rho_M(\mathbf{z}_M^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_M))$ 。

由 \mathbf{z} 的定义可知

$$\mathbf{z} = (\mathbf{L}_1 \otimes \mathbf{I}_{2n})\mathbf{x}_f + (\mathbf{L}_2 \otimes \mathbf{I}_{2n})\mathbf{x}_l \quad (8)$$

其中: $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1^T, \dots, \mathbf{z}_M^T]^T$ 。

对式(8)求导得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= (\mathbf{L}_1 \otimes \mathbf{I}_{2n})\dot{\mathbf{x}}_f + (\mathbf{L}_2 \otimes \mathbf{I}_{2n})\dot{\mathbf{x}}_l \\ &= (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A} + \mathbf{L}_1 \mathbf{c}\mathbf{p} \otimes \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{z} \end{aligned} \quad (9)$$

且

$$\dot{\mathbf{c}} = \mathbf{z}^T (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{F})\mathbf{z} \quad (10)$$

构造如下的 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V(t) &= \sum_{i=1}^M c_i q_i \int_0^{\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i} \rho_i(s) ds + \\ &\quad \frac{(\gamma-1)\lambda_0}{8\gamma} \sum_{i=1}^M (c_i - \alpha)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\lambda_0 = \lambda_{\min}(\mathbf{E}\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_1^T \mathbf{E})$ 。

对式(11)进行求导,得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2 \sum_{i=1}^M c_i q_i \rho_i(\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i) \mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \dot{\mathbf{z}}_i + \\ &\quad \sum_{i=1}^M \dot{c}_i q_i \int_0^{\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i} \rho_i(s) ds + \\ &\quad \frac{(\gamma-1)\lambda_0}{4\gamma} \sum_{i=1}^M (c_i - \alpha) \dot{c}_i \end{aligned} \quad (12)$$

为了简便,将 $\rho_i(\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i)$ 简写为 ρ_i , 运用式(10)得

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^M c_i q_i \rho_i \mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \dot{\mathbf{z}}_i &= \mathbf{z}^T \left[\mathbf{c}\mathbf{p}\mathbf{E} \otimes (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1}) - \right. \\ &\quad \left. \mathbf{c}\mathbf{p}(\mathbf{E}\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_1^T \mathbf{E})\mathbf{c}\mathbf{p} \otimes \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1} \right] \mathbf{z} \leq \\ &\quad \mathbf{z}^T \left[\mathbf{c}\mathbf{p}\mathbf{E} \otimes (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1}) - \right. \\ &\quad \left. \lambda_0 \mathbf{c}^2 \mathbf{p}^2 \otimes \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1} \right] \mathbf{z} \end{aligned} \quad (13)$$

因为 $\rho_i(s) = (1+s)^\gamma$ 且 $\gamma > 1$, 可知 $\rho_i(s)$ 是单调递增且满足 $\rho_i(s) \geq 1, \forall s > 0$ 。根据积分中值定理及引理 2 可得

$$\sum_{i=1}^M \dot{c}_i q_i \int_0^{\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i} \rho_i(s) ds \leq \sum_{i=1}^M \dot{c}_i q_i \rho_i \mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i \leq$$

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^M \left[\frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{q_i^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}}{\lambda_0^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \rho_i^{\frac{2\gamma}{\gamma+1}} (\mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i)^{\frac{2\gamma}{\gamma+1}} \lambda_0 \right] \dot{c}_i \leq \\ &\sum_{i=1}^M \left[\frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{q_i^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}}{\lambda_0^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \rho_i^{\frac{2\gamma}{\gamma+1}} (1 + \mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i)^{\frac{2\gamma}{\gamma+1}} \lambda_0 \right] \dot{c}_i = \\ &\sum_{i=1}^M \left[\frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{q_i^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}}{\lambda_0^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \rho_i^2 \lambda_0 \right] \mathbf{z}_i^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{z}_i \end{aligned} \quad (14)$$

将式(13)–(14)代入式(12),有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^M \mathbf{z}_i^T \left[c_i \rho_i q_i (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1}) - \right. \\ &\quad \left. \lambda_0 \left(c_i^2 \rho_i^2 - \frac{\gamma+1}{2\gamma} \rho_i^2 - \frac{(\gamma-1)c_i}{4\gamma} \right) \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1} - \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{(\gamma-1)\lambda_0 \alpha}{4\gamma} - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{q_i^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}}{\lambda_0^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \right) \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1} \right] \mathbf{z}_i \end{aligned} \quad (15)$$

因为 $\rho_i(s) \geq 1$ 且 $c_i(s) \geq 1, \forall s > 0$, 则有

$$\begin{aligned} c_i^2 \rho_i^2 - \frac{(\gamma+1)\rho_i^2}{2\gamma} - \frac{(\gamma-1)c_i}{4\gamma} &\geq c_i^2 \rho_i^2 - \frac{\gamma+1}{2\gamma} c_i^2 \rho_i^2 - \\ &\quad \frac{\gamma-1}{4\gamma} c_i^2 \rho_i^2 = \frac{\gamma-1}{4\gamma} c_i^2 \rho_i^2 \end{aligned} \quad (16)$$

选取

$$\alpha > \frac{4\gamma\bar{\alpha}}{\gamma-1} + 2 \max_{i=1, \dots, M} \left(\frac{q_i}{\lambda_0} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad (17)$$

即

$$\frac{(\gamma-1)\lambda_0 \alpha}{4\gamma} - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{q_i^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}}{\lambda_0^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} > \bar{\alpha} \lambda_0 \quad (18)$$

其中: $\bar{\alpha} > 0$ 。

于是有

$$\frac{\gamma-1}{4\gamma} c_i^2 \rho_i^2 \lambda_0 + \bar{\alpha} \lambda_0 \geq c_i \rho_i \lambda_0 \sqrt{\frac{(\gamma-1)\bar{\alpha}}{\gamma}} \quad (19)$$

将式(16)–(19)代入式(15)中,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^M \mathbf{z}_i^T \left[c_i \rho_i q_i (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1}) - \right. \\ &\quad \left. c_i \rho_i \lambda_0 \sqrt{\frac{(\gamma-1)\bar{\alpha}}{\gamma}} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{B}^T \mathbf{P}^{-1} \right] \mathbf{z}_i. \end{aligned}$$

令 $\hat{\mathbf{z}}_i = \sqrt{c_i \rho_i q_i} \mathbf{z}_i$, 选取足够大的 $\bar{\alpha}$ 使得

$\min_{i=1, \dots, M} (\lambda_0 / q_i) \sqrt{((\gamma-1)\bar{\alpha} / \gamma)} > 2$, 可以得到

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^M \hat{\mathbf{z}}_i^T \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - 2\mathbf{B}\mathbf{B}^T) \mathbf{P}^{-1} \hat{\mathbf{z}}_i < 0 \quad (20)$$

因为 $\dot{V}(t) < 0$, 且 $V(t)$ 有界, 则 $c_i(t)$ 也有界。由式(10)可知 $c_i(t)$ 是单调递增的, 所以 $c_i(t)$ 会收敛到某个有限数值。若 $V(t) = 0$, 则表明 $\hat{\mathbf{z}}_i(t) = 0$ 和 $\mathbf{z}_i(t) = 0$ 。因此, 根据 LaSalle's 不变原理, 由式(20)可得 $\mathbf{z}_i \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ 。

在假设1下,由引理1可知, L_1 的特征值均有正实部。从式(8)可得, $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0$ 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_f(t) - (L_1^{-1} L_2 \otimes I_{2n}) x_l(t)) = 0$ 。因为 $x_i(t) = e^{At} x_i(0), i \in \bar{R}$, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_f(t) - \tilde{\omega}(t)) = 0$ 。其中:

$$\tilde{\omega}(t) = (-L_1^{-1} L_2 \otimes e^{At}) \begin{bmatrix} x_{M+1}(0) \\ \vdots \\ x_N(0) \end{bmatrix}.$$

证毕。

3 仿真实验

本节用一个仿真示例来验证理论结果的有效性。在这个例子中,假设多智能体系统包含3个领导者和4个跟随者,其系统矩阵为:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

通信拓扑如图1所示。其中节点5,6,7表示领导者,其他节点均表示跟随者。

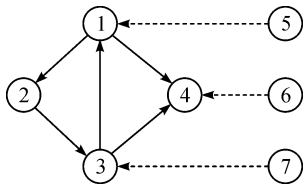


图1 通信拓扑

显然,假设1满足。相应地,式(3)中,

$$L_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

利用 Matlab 的 LMI 工具箱解 LMI(5) 得到反馈增益矩阵

$$K = [-0.3127 \quad -1.4330].$$

令 $\gamma = 3/2, c_i(t)$ 和 $\rho_i(z_i^T P^{-1} z_i)$ 的变化分别如图2和图3所示。从图2中可以看出, $c_i(t) \geq 1, i = 1, \dots, 4$ 且渐近趋于某个定值,图3表明 $\rho_i(z_i^T P^{-1} z_i), i = 1, \dots, 4$ 渐近趋于1。

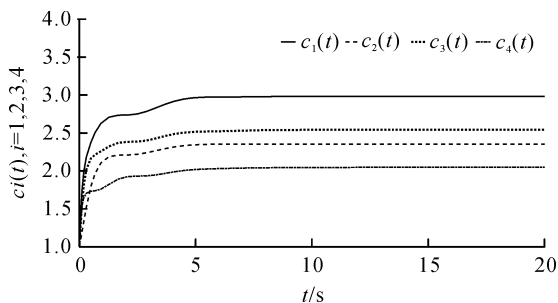


图2 耦合权重轨迹

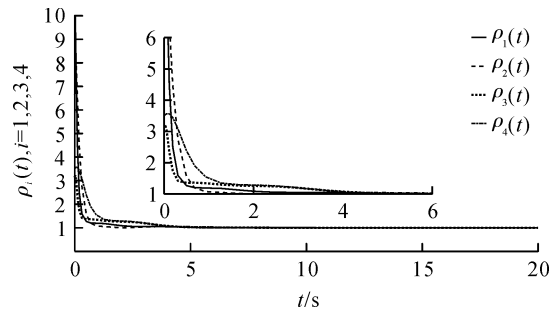


图3 函数 $\rho_i(t)$ 轨迹

智能体的状态轨迹如图4和图5所示。显然,所有跟随者智能体的状态均渐近收敛到领导者智能体状态构成的凸包内。

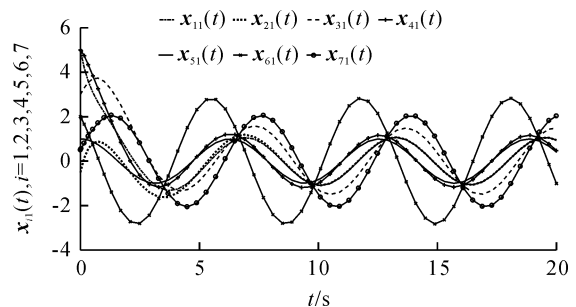


图4 所有智能体的状态 x_{i1} 轨迹

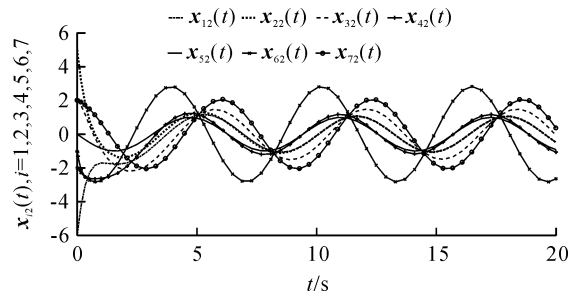


图5 所有智能体的状态 x_{i2} 轨迹

相对状态信息 z 的轨迹如图6和图7所示。从图中可以看出, z 渐近趋于0,说明在控制器(4)的作用下,系统(1)可解包容控制问题。

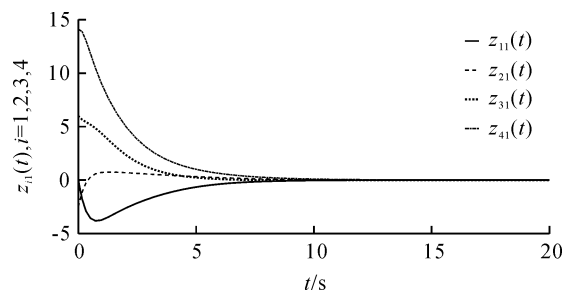
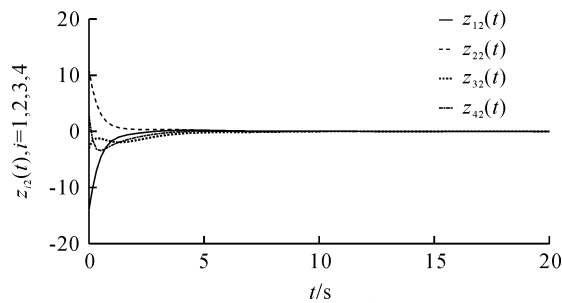


图6 包含误差 z_{i1} 轨迹

4 结论

本文研究了一般线性多智能体系统在有向拓扑结构下的包容控制问题,给出了一种基于分布式自适应

图7 包含误差 z_{i2} 轨迹

应方法的包容控制协议。假设每个跟随者智能体只与其邻居智能体进行信息通讯,并且至少存在一个领导者智能体是全局可达的,通过 Lyapunov 方法分析并证明了在该控制协议下所有跟随者智能体的状态都能收敛到由领导者状态所形成的凸包内。后期准备研究事件触发机制下多智能体系统的包容控制问题。

参考文献:

- [1] Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1465-1476.
- [2] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [3] Liu K, Ji Z, Xie G, et al. Consensus for heterogeneous multi-agent systems under fixed and switching topologies[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(9): 3670-3683.
- [4] Xu X, Liu L, Feng G. Consensus of single integrator multi-agent systems with directed topology and unknown inertias and control gains under a directed graph[J]. Control Theory & Technology, 2016, 14(1): 21-27.
- [5] Chen K, Wang J, Zhang Y, et al. Consensus of second-order nonlinear multi-agent systems under state-controlled switching topology[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81(4): 1-8.
- [6] Yu W W, Chen G R, Cao M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems[J]. Automatica, 2010, 46(6): 1089-1095.
- [7] Li S, Du H, Lin X. Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics[J]. Automatica, 2013, 47(8): 1706-1712.
- [8] Wen G G, Peng Z X, Rahmani A, et al. Distributed leader-following consensus for second-order multi-agent systems with nonlinear inherent dynamics[J]. International Journal of Systems Science, 2014, 45(9): 1892-1901.
- [9] Ni W, Cheng D. Leader-following consensus of multi-agent systems under fixed and switching topologies[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(3/4): 209-217.
- [10] Li Z, Ren W, Liu X, et al. Distributed containment control of multi-agent systems with general linear dynamics in the presence of multiple leaders[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2013, 23(5): 534-547.
- [11] Wang D, Wang Z, Wang W, et al. Event-triggered based containment control of multi-agent systems with general linear dynamics [C]// IEEE International Conference on Information and Automation. IEEE, 2015: 1064-1069.
- [12] Liu K, Ji Z, Xie G, et al. Event-based broadcasting containment control for multi-agent systems under directed topology[J]. International Journal of Control, 2016, 89(11): 2360-2370.
- [13] Hu J, Yu J, Cao J. Distributed Containment Control for Nonlinear Multi-agent Systems with Time-delayed Protocol[M]. John Wiley & Sons, Inc, 2016: 747-756.
- [14] Zheng Y, Wang L. Containment control of heterogeneous multi-agent systems [J]. International Journal of Control, 2014, 87(1): 1-8.
- [15] Xie D, Xu S, Zhang B, et al. Consensus for multi-agent systems with distributed adaptive control and an event-triggered communication strategy[J]. IET Control Theory & Applications, 2016, 10(13): 1547-1555.
- [16] Li Z K, Ren W, Liu X D, et al. Distributed consensus of linear multi-agent systems with adaptive dynamic protocols[J]. Automatica, 2013, 49(7): 1986-1995.
- [17] Li Z, Ren W, Liu X, et al. Consensus of multi-agent systems with general linear and Lipschitz nonlinear dynamics using distributed adaptive protocols [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(7): 1786-1791.
- [18] Chris G, Royle G F. Algebraic Graph Theory[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1975: 10-15.
- [19] Meng Z, Ren W, You Z. Distributed finite-time attitude containment control for multiple rigid bodies[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2092-2099.
- [20] Hardy G H, Littlewood J E, Pólya G. Inequalities[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1952: 20-22.
- [21] Ji M, Ferrari-Trecate G, Egerstedt M, et al. Containment control in mobile networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(8): 1972-1975.

Containment control of multi-agent system based on distributed adaptive method

ZHENG Mengna, GAO Jinfeng

(Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: The containment control problem for general linear multi-agent systems under directed fixed topologies was studied, and a novel totally distributed adaptive control protocol was proposed. By using matrix theory, the original system was changed into the error system. Then, Lyapunov technique was used to analyze the stability of error system, and the sufficient conditions guaranteeing containment control of multi-agent systems were gained. The parameter design of this protocol was independent of any global information. It only utilized relative state information of itself and neighboring agents to effectively drive the states of all followers to asymptotically converge to the convex hull formed by corresponding states of the leaders. The simulation example verifies the effectiveness of the theoretical result.

Key words: multi-agent system; directed topologies; distributed control; containment control; adaptive control

(责任编辑: 康 锋)