

# 改进 Asaoka 法反演固结系数方法的研究

程志鹏,马海龙

(浙江理工大学岩土工程研究所,杭州 310018)

**摘要:**针对地基处理中塑料排水板堆载预压情况,结合竖井固结理论,对 Asaoka 法中斜率与固结系数的关系式进行修正,得到了同时考虑竖向和水平向固结的反演公式。采用大型堆载预压工程实测沉降数据,对改进的 Asaoka 法中的固结系数进行反演计算,结果表明:考虑水平向固结系数的影响以及井阻和涂抹效应情况时,改进方法的固结系数比 Asaoka 法固结系数小,沉降计算值与实测值较接近,误差在 5% 以内。

**关键词:** Asaoka 法;固结系数;堆载预压;固结理论;沉降预测

**中图分类号:** TU447

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-3851(2018)05-0367-05

## 0 引言

塑料排水板堆载预压是处理地基较常用的方法<sup>[1]</sup>,但在塑料排水板堆载预压工程中,地基土固结沉降的有效预测尤为重要。在实际堆载预压过程中,按固结理论计算地基的固结变形时间往往较实测的固结时间要长<sup>[2]</sup>,其中室内试验得到的固结系数与现场得到的固结系数的差异是影响固结速率的主要因素<sup>[3-4]</sup>,因此固结系数对软土地基沉降的准确预测影响显著。

固结系数的确定方法较多,如:张仪萍等<sup>[5]</sup>从一维固结理论出发,利用主固结沉降与其速率的关系,提出了固结系数的推算方法,该方法避免不受次固结影响,但只针对一维固结理论,没考虑到水平向固结,不能反映真实的固结情况;李涛等<sup>[6]</sup>推导出试样剩余沉降(最终沉降与沉降的差值)对数与时间呈线性关系,并根据线性方程的系数得出试样的固结系数;邓永锋等<sup>[7]</sup>根据太沙基一维固结理论推导了沉降量与固结系数的关系式。当前关于固结系数的研究主要集中在一维固结理论,仅考虑竖向固结的影响而没有考虑水平向的影响,从而导致固结系数较实测值偏大。

反演算法是一种常用的沉降预测方法,它以现场实测沉降数据为基础反演计算地基土的固结系数<sup>[8]</sup>,其中 Asaoka 反演算法应用最广泛。本文基于竖向排水体饱和土地基固结理论,对 Asaoka 法的固结系数反演计算式进行改进,考虑水平向固结影响,利用改进的固结系数反演式对地基土的沉降进行预测。依据改进的 Asaoka 法,对浙江某围涂工程地基土的固结系数进行反演计算,利用所得固结系数计算最终沉降,并将计算的最终沉降与实测最终沉降进行了对比。

## 1 Asaoka 法原理

Asaoka<sup>[9]</sup>根据 Mikasa<sup>[10]</sup>一维固结常微分方程  $\dot{\epsilon} = C_v \epsilon_{zz}$  进行求解,然后对  $\epsilon(t, z)$  进行积分。对于任意边界条件软土地基的沉降表达式为:

$$S(t) = \int_0^H \epsilon(t, z) dz \quad (1)$$

其中: $\epsilon$  为垂直应变; $C_v$  为地基土的竖向固结系数; $z$  为土层深度; $t$  为时间。

对式(1)进行积分化简得:

$$S + c_1 \dot{S} + c_2 \ddot{S} + \dots + c_n S^{(n+1)} = C \quad (2)$$

其中: $S$  为沉降; $c_1, c_2, \dots, c_n$  为未知常数; $C$  为未知

常数。

将式(2)简化成差分形式得：

$$S_j = \beta_0 + \sum_{s=1}^n \beta_s S_{j-s} \quad (3)$$

其中： $S_j$  为  $j$  时刻的沉降； $\beta_0$  和  $\beta_s$  为未知参数。

为了便于计算，取一阶近似方程：

$$S + c_1 \dot{S} = C \quad (4)$$

$$S_j = \beta_0 + \beta_1 S_{j-1} \quad (5)$$

令初始时刻  $t=0$  时的沉降为  $S_0$ ，当  $t \rightarrow \infty$  时的沉降为  $S_\infty$ ，当  $S_j = S_{j-1}$  时，可得：

$$S_\infty = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} \quad (6)$$

解得式(4)得通解为：

$$S_t = S_\infty - (S_\infty - S_0) \exp\left(-\frac{t}{c_1}\right) \quad (7)$$

由式(7)可得：

$$\ln \beta_1 = -\frac{\Delta t}{c_1} = \begin{cases} -\frac{6C_v}{H^2} \Delta t, & \text{当土层为双面排水时} \\ -\frac{2C_v}{H^2} \Delta t, & \text{当土层为单面排水时} \end{cases} \quad (8)$$

其中： $\beta_1$  为 Asaoka 法沉降预测公式中的斜率； $\Delta t$  为时间间隔； $H$  为最大排水距离，当土层为单面排水时， $H$  为土层厚度，双面排水时  $H$  为土层厚度的一半。

由此得出 Asaoka 法的计算方法和 Asaoka 法沉降预测公式中斜率  $\beta_1$  与地基土竖向固结系数  $C_v$  的对应关系。

## 2 对 Asaoka 法的改进

由式(8)反演计算可得到一般软土地基的固结系数，但是对于有塑料排水板堆载预压情况下的软土地基，其固结速率较没有塑料排水板堆载预压的快，因此原反演公式不适用于竖井地基固结。

地基处理中常采用砂井或塑料排水板加速地基的排水固结。固结由两种排水作用引起：a) 沿垂直方向的渗流；b) 水平方向的轴对称渗流。将这两种渗流方式用极坐标表示，则可得到砂井地基排水固结方程<sup>[11]</sup>：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + C_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (9)$$

其中： $C_h$  为地基土的水平向固结系数； $u$  为土体的孔隙水压力； $r$  为离开砂井轴线的水平距离，随研究点的位置而改变，如图 1 所示。图 1 中： $r_w$  为砂井半径； $r_e$  为影响区半径； $d_e$  为砂井排水范围的直径； $k_h$  为水平向渗透系数； $k_v$  为竖向渗透系数。

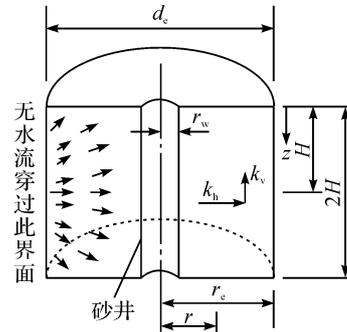


图 1 砂井影响范围内的渗流

用分离变量方法解式(9)，令

$$\frac{u}{u_0} = \frac{u_z u_r}{u_0 u_0} \quad (10)$$

其中： $u_0$  为起始超静孔隙水压力。

式(9)分解为：

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} = C_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (12)$$

式(11)为一维固结方程，可解得：

$$u = \frac{4p}{\pi} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m} \sin\left(\frac{m\pi z}{2H}\right) \exp\left(-\frac{m^2 \pi^2}{4} T_v\right) \quad (13)$$

其中： $p$  为荷载在土层中引起的附加应力； $T_v$  为时间因数， $T_v = \frac{C_v \cdot t}{H^2}$ 。

取第一项：

$$u = \frac{4p}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{2H}\right) \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} T_v\right) \quad (14)$$

将式(14)进行积分得竖向固结度：

$$U_z = 1 - \frac{\int_0^H u dz}{\int_0^H \sigma dz} = 1 - \frac{8e\left(-\frac{\pi^2}{4} T_v\right)}{\pi^2} \quad (15)$$

边界条件和初始条件：

a)  $r=r_w$  时， $u_r = u_w$ ， $u_w$  为砂井内超静水压；

b)  $r=r_e$  时， $\frac{\partial u_r}{\partial r} = 0$ ；

c)  $z=0$  时， $u_w = 0$ ；

d)  $z=H$  时， $\frac{\partial u_w}{\partial z} = 0$ ；

e)  $t=0$  时， $r_w \leq r \leq r_e$ ， $u = u_0 = p_0$ ；

f) 在  $r=r_s$  处 ( $r_s$  为涂抹区外缘半径)，孔压是连续的；

g) 砂井和土体间的流量符合下面连续条件：

由式(12)解得：

$$u_w = u_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{D}{F_a + D} \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} e^{-\beta_m t} \quad (16)$$

$$u_r = \begin{cases} u_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{F_a + D} \left[ \frac{k_h}{k_s} \left( \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2r_e^2} \right) + D \right] \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} e^{-\beta_r t}, (r_w \leq r \leq r_s) \\ u_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{F_a + D} \left[ \left( \ln \frac{r}{r_s} - \frac{r^2 - r_s^2}{2r_e^2} \right) + \frac{k_h}{k_s} \left( \ln s - \frac{s^2 - 1}{2n^2} \right) \right] \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} e^{-\beta_r t}, (r_s \leq r \leq r_e) \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $s = \frac{r_s}{r_w}$ ;  $\beta_r = \frac{8C_v}{(F_a + J + \pi G)d_e^2}$ ;  $G$  为井阻因子,

$$\frac{S - S_{t_1}}{S} = \frac{64}{\pi^4} e^{-\left(\frac{\pi^2}{4} T_{v1} + \beta_r t_1\right)} \quad (23)$$

$G = \frac{k_h}{k_s} \left( \frac{H}{d_w} \right)^2$ ,  $k_s$  为涂抹区渗透系数;  $M = \frac{2m+1}{2} \pi$ ,

$$\frac{S - S_{t_2}}{S} = \frac{64}{\pi^4} e^{-\left(\frac{\pi^2}{4} T_{v2} + \beta_r t_2\right)} \quad (24)$$

$m = 0, 1, 2, \dots$ ;  $D = \frac{8G(n^2 - 1)}{M^2 n^2}$ ;  $J$  为涂抹因子, 当不

将式(23)和式(24)相除, 并且由  $T_v = \frac{C_v t}{H^2}$ , 得到:

大于 0.4 时  $\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = \frac{2k_s}{r_w k_w} \frac{\partial u_r}{\partial r} \frac{\partial u_w}{\partial z^2} = \frac{2k_s}{r_w k_w} \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_w}$ , 固

$$\frac{S - S_{t_1}}{S - S_{t_2}} = e^{-\left(\frac{\pi^2 C_v}{4H^2} + \beta_r\right)(t_1 - t_2)} = e^{\left(\frac{\pi^2 C_v}{4H^2} + \beta_r\right)\Delta t} \quad (25)$$

结度可按无涂抹影响计,  $J = \ln(s) \left( \frac{k_h}{k_s} - 1 \right)$ ;  $F_a =$

令  $k_1 = e^{-\left(\frac{\pi^2 C_v}{4H^2} + \beta_r\right)\Delta t}$ ,  $k_0 = (1 - k_1)S$ , 式(25)可转化成

$\left( \ln \frac{n}{s} + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right) \frac{n^2}{n^2 - 1} + \frac{s^2}{n^2 - 1} \left( 1 - \frac{k_h}{k_s} \right) \left( \frac{s^2}{4n^2} \right) +$

$$S_{t_2} = k_1 S_{t_1} + k_0 \quad (26)$$

$\frac{k_h}{k_s} \frac{1}{n^2 - 1} \left( 1 - \frac{1}{4n^2} \right)$ , 井径比  $n = \frac{r_e}{r_w}$ 。

式(26)为根据 Asaoka 法并结合竖向排水体饱和和土地基固结理论推演得到的固结系数反演计算公式。

由式(17)可得出考虑涂抹和井阻效应的砂井径向固结度为:

### 3 固结系数的反演计算

$$U_r = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_r t} \quad (18)$$

由于平均孔压也符合式(10), 因此:

#### 3.1 工程案例

$$\frac{\bar{u}}{u_0} = \frac{\bar{u}_z \bar{u}_r}{u_0 u_0} \quad (19)$$

而平均固结度与平均孔压的关系为:

为验证改进固结系数反演公式的准确性, 以舟山某围涂工程的沉降监测数据为研究对象进行验证计算。

$$1 - U = \frac{\bar{u}}{u_0} \quad (20)$$

其中:  $U$  为土的总固结度。由式(20)可推得:

该工程一期陆域总面积约 672 万  $m^2$ , 共分为 11 个区域, 分区分期施工。地基加固采用塑料排水板堆载预压方案, 堆土高度约 3.0 m。塑料排水板呈正方形布置, 间距为 1.1 m, 塑料排水板插板深 17~30 m, 其中 CJ1 # -16、CJ1 # -23、CJ1 # -51 (CJ1 # 表示地块一上的测点) 三个测点所在区插板深度为 18.7 m。根据岩土勘察报告显示, 地块一勘探深度范围内的地基土层大致分为 5 层, 土层分布特征如表 1 所示, 土层物理力学指标如表 2 所示。

$$1 - U = (1 - U_z)(1 - U_r) \quad (21)$$

将式(15)和式(18)带入式(21), 得到:

$$U = \frac{S_t}{S} = 1 - \frac{64}{\pi^4} e^{-\left(\frac{\pi^2}{4} T_v + \beta_r t\right)} \quad (22)$$

式(22)进行变形得到:

表 1 土层分布特征

土层编号	土名	土层厚度/m	土层特征
①	灰色淤泥质粉质黏土	14.0~25.0	土质较均匀, 夹少量薄层或团块状粉砂, 呈饱和, 流塑, 局部呈软塑状
②	灰色粉质黏土	4.0~10.0	土质较均匀, 切面光滑, 局部夹少量粉砂, 呈饱和, 软塑—可塑偏软
③	灰黄—灰色粉质黏土	1.0~18.8	土质较均匀, 切面粗糙, 局部切面光滑, 为黏土, 局部灰绿色, 呈饱和, 可塑偏硬—硬塑, 局部可塑
④	灰色粉质黏土	3.0~25.0	土质较均匀, 切面光滑, 夹少量腐植物, 呈饱和, 可塑偏软—可塑, 局部为可塑偏硬
⑤	灰色粉质黏土	3.0~13.0	土质较均匀, 切面稍光滑, 局部切面粗糙, 夹少量粉土或粉砂薄层, 局部为灰黄、蓝灰色, 呈饱和, 可塑偏硬—硬塑

表2 土层物理力学指标

土层编号	土名	含水率 $\omega/\%$	容重 $\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	孔隙比 $e$	塑性指数 $I_p$	液性指数 $I_L$	压缩系数 $a_{e0.1-0.2}/\text{MPa}^{-1}$
①	灰色淤泥质粉质黏土	46.4	17.2	1.280	14.8	1.41	0.94
②	灰色粉质黏土	37.6	17.7	1.115	13.2	0.98	0.63
③	灰黄—灰色粉质黏土	27.6	19.2	0.786	13.9	0.35	0.25
④	灰色粉质黏土	33.8	18.5	0.932	14.3	0.76	0.36
⑤	灰色粉质黏土	26.9	18.8	0.809	13.6	0.66	0.26

为避免沉降监测中各因素对沉降监测值的影响,较分散的选取了地块一的三个测点沉降值,并对沉降数据进行等时距处理,得到时间与沉降关系如表3所示。由于塑料排水板没有打穿透水层,所以只讨论单面排水情况。

表3 各测点在不同时间的沉降量

测点编号	沉降量/mm					
	4月 1日	5月 1日	5月 31日	6月 30日	7月 30日	8月 29日
CJ1#-16	7	411	612	823	934	996
CJ1#-23	31	426	655	824	917	983
CJ1#-51	5	543	771	925	1019	1083

表4是通过Asaoka法的图解形式获得的各监测点对应的斜率 $\beta_1$ ,以及通过竖井固结理论得到的轴对称径向排水应力固结参数 $\beta_r$ 。塑料排水板堆载预压过程中,排水板中向外排水会受到一定的阻力,且在排水过程中,周围土体因受到一定扰动而在排水板周围产生涂抹层,使得土的渗透性下降。径向排水应力固结参数同时考虑了井阻和涂抹效应,在一定程度上降低了土的渗透系数,更加符合实际。

表4 各测点对应深度及相关固结系数反演参数

测点编号	$H/\text{m}$	$\beta_1$	$\beta_r$
CJ1#-16	18.7	0.6527	$8.51 \times 10^{-5} C_v$
CJ1#-23	18.7	0.6314	$7.52 \times 10^{-5} C_v$
CJ1#-51	18.7	0.5318	$8.09 \times 10^{-5} C_v$

表6 各测点在单面排水下的固结系数

测点编号	各方法对应 $C_v$ 值/ $(\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1})$			各级压力下平均固结系数/ $(\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	
	Magnan 等的沉降预测法	Asaoka 法	Asaoka 改进算法	100 kPa	200 kPa
CJ1#-16	0.240	0.288	$1.92 \times 10^{-3}$		
CJ1#-23	0.258	0.310	$2.34 \times 10^{-3}$	$1.67 \times 10^{-3}$	$1.30 \times 10^{-3}$
CJ1#-51	0.355	0.426	$2.99 \times 10^{-3}$		

导致前两种方法计算值大于本文改进方法计算值的主要原因,是前两种方法在进行推算固结系数时只考虑了竖向固结,而本文改进的方法是基于竖向排水体饱和土地基固结理论改进得到的,同时考虑了竖向固结和水平向固结,还考虑了井阻及涂抹影响,因此竖向固结系数较小,更接近于塑料排水板堆载预压的实际工况。

室内固结试验表明,在同等压力下, $C_h > C_v$  且  $C_h = (1.06 \sim 1.19) C_v$ , 因此取平均值  $C_h = 1.1 C_v$  [12]。表5为Magnan等[13]沉降预测法、Asaoka法固结系数反演公式和改进Asaoka法固结反演公式。

表5 各方法在单面排水下固结系数反演公式

排水	公式		
	Magnan 等的沉降预测法	Asaoka 法	Asaoka 改进算法
单面排水	$\ln k = -\frac{12C_v}{5H^2} \Delta t$	$\ln \beta_1 = -\frac{2C_v}{H^2} \Delta t$	$\ln k_1 = -\left(\frac{\pi^2 C_v}{4H^2} + \beta_r\right) \Delta t$

根据表5中的反演计算公式计算得出相应测点的固结系数 $C_v$ 如表6所示。从表6可以看出,在单面排水情况下,Magnan等的实测算法与Asaoka法所对应的固结系数反演公式所算得的固结系数相近,但计算值明显大于改进方法所反演的固结系数值,而且数值大小相差近两个数量级。本工程室内固结试验在100 kPa和200 kPa压力下所得土的平均固结系数分别为 $1.67 \times 10^{-3} \text{cm}^2/\text{s}$ 和 $1.30 \times 10^{-3} \text{cm}^2/\text{s}$ ,而本案例堆荷载约110 kPa,介于100 kPa和200 kPa之间,由此可以发现本文所计算的固结系数与固结试验所得固结系数在同一数量级且与室内试验值接近。

表7给出了三个测点的最终沉降计算结果及其相关参数,选取时间为2016年3月31日到2016年8月29日,共152 d。首先通过改进反演固结系数法反演计算固结系数,运用所得固结系数对最终沉降进行预测,得出各测点的最终沉降值。通过计算所得最终沉降值与实测沉降值进行对比,发现两者的相对误差都在5%以内,表明改进方法的预测值与实际值较吻合。

表7 沉降计算与实测沉降误差分析

测点编号	$C_v / (\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$T_v$	$\beta_r$	$U$	$S_r / \text{mm}$	计算最终沉降/mm	实测最终沉降/mm	误差/%
CJ1#-16	$1.92 \times 10^{-3}$	$7.21 \times 10^{-3}$	$1.63 \times 10^{-7}$	0.924	996	1078	1131	-4.69
CJ1#-23	$2.34 \times 10^{-3}$	$8.84 \times 10^{-3}$	$1.76 \times 10^{-7}$	0.936	983	1050	1091	-3.76
CJ1#-51	$2.99 \times 10^{-3}$	$1.12 \times 10^{-2}$	$2.42 \times 10^{-7}$	0.973	1083	1113	1159	-3.97

#### 4 结 论

本文对 Asaoka 法反演固结系数方法进行修正,获得了以下结论:

a) 改进的 Asaoka 法综合考虑了水平向和竖向的排水影响,能够更好地反映土体的实际固结状态。

b) 改进的 Asaoka 法同时考虑了井阻与涂抹效应,使得计算结果更贴近于实际工况。

c) 利用改进的 Asaoka 法反演计算固结系数,能够有效地预测地基沉降,本文案例中沉降预测值与沉降实测值的误差均在 5% 以内。

#### 参考文献:

- [1] 张甲峰,钱建国,张合青,等. 塑料排水板联合超载预压处理超大面积深厚软基的数值分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(S2): 892-896.
- [2] 邓永锋,刘松玉,洪振舜. 成层地基土体固结系数反演[J]. 公路交通科技, 2004, 21(9): 1-4.
- [3] 周健,闫东霄,贾敏才,等. 某深水港土层固结系数反演及工后长期沉降预测[J]. 岩土力学, 2008, 29(5): 1407-1410.
- [4] 魏汝龙. 从实测沉降过程推算固结系数[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(2): 12-19.

- [5] 张仪萍,俞亚南,张土乔,等. 室内固结系数的一种推算方法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 616-618.
- [6] 李涛,张仪萍,曹国强,等. 推算室内固结系数的剩余沉降对数法[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(6): 724-726.
- [7] 邓永锋,刘松玉,洪振舜. 基于沉降资料反演固结系数的方法研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(11): 1807-1809.
- [8] 胡荣华,余海忠,张明,等. 确定软土固结系数方法的研究[J]. 铁道建筑, 2010(2): 74-81.
- [9] Asaoka A. Observational procedure of settlement prediction[J]. Soils & Foundations, 1978, 18(4): 87-101.
- [10] Mikasa M. The Consolidation of Soft Clay [M]. Tokyo: Kajima-Shuppan-Kai, 1963.
- [11] 李广信. 高等土力学[M]. 北京:清华大学出版社, 2004: 300-302.
- [12] 汪小平,杨永波,熊锋. 软土路基固结系数的反演分析[J]. 中国水运:学术版, 2007, 7(11): 104-106.
- [13] Magnan J, Deroy J. Graphical analysis of oedometric consolidation curves[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1981, 18(3): 48.

## Study on improving inverse calculation of consolidation coefficient with Asaoka method

CHENG Zhipeng, MA Hailong

(Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** According to the preloading situation of the plastic drain board during ground treatment, the theory of vertical drain consolidation was combined to correct the relation between the slope and consolidation coefficient in Asaoka method. Then, the inversion formula which takes into account of both vertical and horizontal consolidation at the same time was gained. Large stack preloading engineering was applied to measure the settlement data and inversion calculation was carried out for the consolidation coefficient in Asaoka method. The results indicate that the consolidation coefficient of improved method is smaller than that of Asaoka method when the influence of horizontal consolidation coefficient, well resistance and smear efficiency is considered. The settlement calculation value is close to the measured value, and the error is within 5%.

**Key words:** Asaoka method; consolidation coefficient; preloading; consolidation theory; settlement prediction

(责任编辑:康 锋)