浙江理工大学学报(自然科学版),第 39 卷,第 3 期,2018 年 5 月
Journal of Zhejiang Sci-Tech University (Natural Sciences)
Vol. 39, No. 3, May 2018

DOI:10.3969/j.issn.1673-3851(n).2018.03.016

带有预算的单商品在线定价问题研究

韩曙光,朱 晨

(浙江理工大学理学院,杭州 310018)

摘 要:为了确定卖方的最优收入与用户预算之间的关系,研究了带有预算的单商品在线定价问题,目标函数为在不超过用户预算的情况下,最大化卖方收入。每个用户按照一定的序列到达,且只有用户到达时卖方才能知道当前用户的出价和预算,卖方不能提前知道所有用户中的最大出价。在最大出价不确定的情况下主要考虑用户的预算与卖方拥有商品数量等因素。针对这个问题,根据用户出价的不同,采用分层的思想和方法给出了一个在线算法,并用流动的社会福利这一新概念代替社会福利来证明算法的竞争比。通过竞争比的分析可以得出,用户预算的大小对卖方最优收入有着不容忽视的影响。

关键词:在线定价;预算;收入;算法;竞争比

中图分类号:O242.1 **文献标志码**:A **文章编号**:1673-3851 (2018) 05-0357-05

0 引 言

随着企业商品销售信息化的发展,各种新颖的销售模式层出不穷,这对企业通过商品销售实现收益最大化的目标提出了挑战。衡量一个企业创造价值的标准是商品销售额的增加。从而企业收益最大化是市场经济发展的一个主要目标。商品销售不仅是市场经济中最基础的一环,而且是企业实现收益最大化的关键因素,更是通过市场竞争来实现资源配置的一种机制。商品销售过程涉及到商品的供求、竞争、定价等因素,尤其是定价因素的应用场景非常广泛。因此商品定价问题在经济学中具有非常重要的地位,近些年来许多学者研究了该问题,着重研究了定价问题中用户的行为模式[1-5]。商品定价问题模型在优化领域中可分为两类,即具有完整市场信息的模型和具有不完整市场信息的模型,前者主要刻画分析不同的用户行为模式,后者主要考虑在未来信息缺失的情况下设计优化算法等。

离线定价问题可以看作组合拍卖问题[2,4,6-7],并且组合拍卖问题的研究方向有两个:一是组合拍卖的用户行为是无嫉妒型的,即给了一个定价,在这个价格下没有任何一个用户愿意和其他用户交换商品;二是这个组合拍卖是激励相容,即每个理性的投标者对于拍卖品的出标都是真实的[2-4]。

在线模型同样可以看作在线拍卖问题,它有两个主要的研究方向:一个是价格优化,另一个是交易量优化。价格优化是指每个买家用户到达时,卖方指定一个销售价格,当且仅当销售价格不高于买家的期望价格时,买家购买商品。Bulm 等[8]发现一个非常有意义的在线定价模型:卖方首先公布商品的价格,买家一个个到达,并且选取在其期望价格范围内的商品(或商品组合)。他们证明了在无限供应模型下存在着对数级别的算法。Babaioff 等[9]研究了如何将 m 个商品出售给 n 个单位需求的用户,卖家不知道每个用户的期望价格,但知道用户期望价格分布。针对这个模型,他们给出了一个根据剩余用户以及剩余商品数量来动态定价的策略。交易量优化指商品价格完全由市场而非卖方决定,当每个买家用户到达时,卖方可以依据商品当前市场价格来决定出售的数量。对于交易量优化一个经典的研究

收稿日期:2017—10—20 网络出版日期:2017—12—29
基金项目:国家自然科学基金项目(11471286,11701518)
作者简介:韩曙光(1977—),男,江苏建湖人,副教授,博士,主要从事供应链管理与优化、算法设计与分析等方面的研究。

模型被称为 One-way trading[10]。One-way trading 随后被演化为在线搜索最大值问题，El-Yaniv 等[11]给出了一个竞争比为 $O(\sqrt{M/m})$ 在线算法，其中：M 为用户期望价格上界，m 为下界。Zhang 等[12-14]将其一般化，研究了每一步可以分配多个商品情形。Zhang 等[14]研究一定数量的可分商品在线定价问题并给出了竞争比为 $O(\log h)$ 的算法，h 是用户最高期望单价的上界，并进一步推广到有 k 个种类商品，设计出一个竞争比为 $O(\log k+\log h)$ 的在线算法。

然而不论离线还是在线情形，目标是最优化卖方的收入，必定会有一个限制性因素——用户的预算[15-18]。Dobzinski 等[19]对带有预算的商品拍卖问题提出了一个新的性能标准——流动福利，即知道所有信息的卖方能够从一个特例中抽取到的最大收入，同时也给出了一个竞争比为 2 的近似算法。Lu 等[16]研究了在简单拍卖环境中，可以对多个带有预算的代理中分配一个单位的可分商品定价问题，并在预算可知的特殊情形下，设计了一个竞争比约为 1.618 的近似算法。这些都是带有预算的商品定价(拍卖)离线问题。

但对于带有预算的商品在线定价(拍卖)问题研究是很少，最新的是 Eden 等[20]研究带有预算的商品在线定价问题，这里的用户是带有一个到达时间和一个离开时间。本文受文献[20]的启发，从在线的角度来研究带预算的商品定价问题，与文献[20]不同之处在于本文的用户到达是 overlist，是在文献[14]的基础上对用户多加一个限制性因素—预算，使其更具有一般性，更符合实际生活。本文对该情形利用价格分层的方法给出了近似算法，和预算的分类讨论来分析竞争比以及算法竞争比的大小。

1 符号定义

本文引入以下符号。

m：卖方拥有的商品数量；

$V_i(x)$：用户 U_i 对 x 个商品愿意支付的单价，即用户对 x 个商品的出价；

h_i：用户 U_i 对 x 商品的最高出价，$h_i=\max V_i(x)$；

h：所有用户对商品的最高出价，$h=\max\limits_i h_i$；

L_j：2^{j^2} 价格层的价格，$j=0,1,\cdots$；

$|Q_i|$：2^{i^2} 价格层的商品数量；

x_i：2^{i^2} 价格层能够使用的商品数量；

B：用户购买商品的预算；

ALG：表示通过定价算法卖方得到的总收入；

OPT：表示离线最优时卖方得到的总收入；

OPT_1：表示买家的定价不超过 2^{k^2} 时，在离线最优情形卖方得到的收入；

OPT_2：表示买家的定价超过 2^{k^2} 时，在离线最优情形卖方得到的收入。

2 问题描述

本文研究带有预算的单类商品在线定价问题，目标是使卖家收入最大化。现有 m 个可分商品，用户按照序列 $\{U_1,U_2,\cdots\}$ 一个接一个的到达。卖家在用户到达之时要给出单价和分配给这个用户的商品数量，并且每个用户 U_i 都有一个一致的预算 B 和他们各自的出价 $V_i(\ )$。例如 $V_i(x)$ 是用户 U_i 对商品数量 x 愿意付的单价，不失一般性假设 $V_i(x)\geqslant 1$。一般来说，一个用户买的商品越多，他希望支付的单价就越低，因此 $V_i(\ )$ 是一个关于商品数量非增的函数。让 h_i 是所有的中 $V_i(x)$ 最大的一个，即 $h_i=\max V_i(x)$。只有当用户 U_i 到达的时候 h_i 才能被卖家知道，但是 h 不能提前被知道的。并且当用户 U_i 到达时，假设卖家设置了单价和指派了 $m_i\left(m_i\leqslant\dfrac{B}{p_i}\right)$ 个商品给他。若 $p_i>V_i(m_i)$ 则用户将不能接受这个定价，因此将没有商品卖给这个用户。若 $p_i\leqslant V_i(m_i)$ 则用户将接受这个定价，并要支付 p_im_i 给卖家。如果存在 $m'>m_i$ 且 $p_i\leqslant V_i(m_i)$，则用户需求称为部分满足，否则称为全部满足。

3 定价算法

算法 $\mathbf{A_1}$：定价

a) y_j 表示买家 U_i 在出价为 2^{j^2} 时愿意购买的商品最大数量且满足 $y_j\leqslant m$。

b) 如果存在 $2^{j^2}y_j\leqslant B$，记 $k=\arg\max\limits_j(2^{j^2}y_j\leqslant B)$。

c) 如果 $x_k\neq 0$，这里 x_k 表示 2^{k^2} 价格层可用的最大商品数量，然后设置单价 $p_i=2^{k^2}$。

d) 给买家 U_i 分配的商品数量 $m_i=\min\{x_k,y_k\}$，

e) 修改可用商品的数量。

f) 另外当 $x_k=0$ 时，记 $k'=\arg\max\limits_{j>k}(2^{j^2}y_j\leqslant B)$，

g) 设置单价 $p_i=2^{k'^2}$，

h) 给买家 U_i 分配的商品数量 $m_i=\min\{x_{k'},y_{k'}\}$，

i) 修改可用商品的数量，

j) 算法结束。

算法 $\mathbf{A_2}$：修改商品数量

当 $p_i=2^{k^2}$ 和 $m_i=\min\{x_k,y_k\}$ 时，

a) 如果 $m_i=x_k$ 时，

b) 当 $0<j\leqslant k$ 时 $x_j=0$,

c) 如果 $m_i=y_k$ 时,记 $l=\arg\max\limits_{j>k}(x_k-x_j\leqslant y_k)$,

d) 对于 $j=l+1$ 到 k 时,

e) $x_j=x_k-y_k$,

f) 算法结束。

4　算法分析

采用分层的思想根据用户的出价将价格进行分层处理:如果 $2^{j^2}\leqslant p<2^{(j+1)^2}$ 则 $p\in L_j, j=0,1,\cdots$。L_j 中价格对应商品数量 $|Q_j|$,当 $j\geqslant 0$,有 $|Q_j|=2^{-j-1}m$。在定价算法中如果在 2^{i^2} 的价格层中所有商品都分配给了某些买家,卖家能够用低层中剩余商品数量去满足出价为 2^{i^2} 的买家。当使用低层的剩余商品数量时必须按照严格递减的顺序即首先使用的是 Q_{i-1} 层,然后是 Q_{i-2} 层,……,等。

引理 1　a) 在 Q_i 价格层的商品的价格至少为 2^{i^2}。

b) 用户的出价不少于 $2^{(i+1)^2}$ 的能用的商品数量至少是 $2^{-i-1}m$。

证明:

a) 因为高价格层可以使用低价格层的商品,Q_i 价格层的商品价格为 2^{i^2}。所以大于 Q_i 的价格层要使用 Q_i 层的商品,这时 Q_i 层的商品价格是大于 2^{i^2},故 a)得证。

b) 当出价等于 2^{i^2} 时能够使用的最大商品数量是 $x_i=(1-2^{-i-1})m$,而商品的总量是 m,所以当用户的出价不少于 $2^{(i+1)^2}$ 的能用的商品数量至少是 $m-x_i=2^{-i-1}m$,故 b)得证。

从上面的算法中可知如果 $x_i=0$ 则称价格层 2^{i^2} 是满状态。用算法处理好这个用户后,记 $k=\max\{j\,|\,x_j=0\}$。即所有的 2^{0^2} 到 2^{k^2} 是满状态的但值 $2^{j^2}(j>k)$ 不是满状态的,即当 $j>k+1, x_j>0$。

5　主要结果

定理　定价算法的竞争比是

$$\begin{cases} 2h^{\frac{2}{\sqrt{\log h}}}, & \text{当 } B\leqslant m \text{ 时} \\ \max\{O(Bh^{\frac{1}{\sqrt{\log h}}}), O(h^{\frac{3}{\sqrt{\log h}}})\}, & \text{当 } B>m \text{ 时} \end{cases}。$$

该定理将通过引理 2－5 证明。

引理 2　若 $B\leqslant m$,则 $\dfrac{OPT}{ALG}\leqslant 2h^{\frac{2}{\sqrt{\log h}}}$。

证明:

因为 $B\leqslant m$,依据算法只有在价格层 2^{0^2} 的商品数量才有可能用完,其余价格层商品的数量随着价格层的增加,每个价格层剩余的数量也就越多。因此当前价格层的商品数量足够满足顾客的最大所需。假设用最优离线算法用户 U_i 被设置单价 $p'>2^{0^2}$,用定价算法设置的单价为 $2^{p^2}>2^{0^2}$。让 $2^{l^2}\leqslant p'<2^{(l+1)^2}$,通过算法的描述有 $2^{p^2}y_p\geqslant 2^{l^2}y_l$;其中 y_p 和 y_l 是用户 U_i 在单价 2^{p^2} 和 2^{l^2} 的情况下分别愿意购买商品的最大数量。由于价格层 2^{p^2} 不是满状态。这表明 y_p 是对这个用户分配商品的所有数量,因此用定价算法对用户 U_i 卖方所得收入是 $2^{p^2}y_p$。因为单价是商品数量的非增函数。因此知道用户 U_i 在单价为 p' 时愿意购买商品数量最多为 y_l。故用离线最优算法对用户 U_i 卖方所得收入是 $p'y_l$。又因为 $h\geqslant 2^{l^2}$,所以 $l\leqslant\sqrt{\log h}$。故

$$\begin{aligned}\frac{OPT}{ALG}&=\frac{p'y_l}{2^{p^2}y_p}\leqslant\frac{2^{(l+1)^2}y_l}{2^{p^2}y_p}\leqslant\frac{2^{(l+1)^2}y_l}{2^{l^2}y_l}\\&=2^{2l+1}\leqslant 2^{2\sqrt{\log h}+1}\leqslant 2\cdot 2^{\log h\frac{2}{\sqrt{\log h}}}\\&=2h^{\frac{2}{\sqrt{\log h}}},\end{aligned}$$

综上所述引理 2 得证。

引理 3　若 $B>m$,则 $\dfrac{OPT_1}{ALG}\leqslant O\left(Bh^{\frac{1}{\sqrt{\log h}}}\right)$。

证明:

假设当 $B>m$ 时,第 i 个用户在离线最优的情况下卖家所得的收入是 p_ia_i,其中 p_i 是卖家对第个用户设置的单价,a_i 是卖家对第 i 个用户分配商品的数量。因此到第 $k+1$ 个用户时离线情况的总收入是 $\sum\limits_{i=0}^{k}p_ia_i$。由于卖方所拥有的商品数量为 m。而所有用户的需求的花费都不会超过其预算 B。因此

$$\begin{aligned}OPT_1&=\sum_{i=0}^{k}p_ia_i\leqslant\sum_{i=0}^{k}V_ia_i\\&=\sum_{i=0}^{k}2^{i^2}a_i\leqslant 2^{k^2}m<2^{k^2}B\end{aligned}\tag{1}$$

而此时在线情况由于价格层从 2^{0^2} 到 2^{k^2} 是满状态的。从引理 1 易知用户单价不超过卖家获得的总收入至少为

$$ALG\geqslant\sum_{i=0}^{k}2^{i^2}\cdot 2^{-i-1}m=m\sum_{i=0}^{k}2^{i^2-i-1}>2^{k^2-k-1}m\tag{2}$$

又因为 $h\geqslant 2^{k^2}$,所以 $k\leqslant\sqrt{\log h}$。由式(1)和式(2)得

$$\begin{aligned}\frac{OPT_1}{ALG}&<\frac{2^{k^2}B}{2^{k^2-k-1}m}=\frac{2^{k+1}B}{m}\leqslant\frac{2^{\sqrt{\log h}+1}B}{m}\\&=\frac{2\cdot 2^{\log h\frac{1}{\sqrt{\log h}}}B}{m}=\frac{2}{m}h^{\frac{1}{\sqrt{\log h}}}B=O\left(Bh^{\frac{1}{\sqrt{\log h}}}\right)。\end{aligned}$$

故引理3得证。

引理4 对于每个 $2^{p^2}\leqslant 2^{k^2}$ 的价格层，用在线定价算法在这里最多有一个用户被分配的数量为 $x_p<y_p$。

证明：

从定价算法中可知当买家设置单价为 2^{p^2}，这个价格层中保留的商品数量是大于0。如果 $x_p<y_p$，卖家将分配所有保留商品 x_p 给这个用户，从而 $x_p=0$。因此再有单价为 2^{p^2} 的用户到达时，卖家将不会分配商品给这些用户。从而引理4得证。

引理5 若 $B>m$，则 $\dfrac{OPT_2}{ALG}\leqslant O\left(h^{\frac{3}{\sqrt{\log h}}}\right)$。

证明：证明此引理考虑以下两种情形：

a）用最优离线算法，用户 U_i 被设置单价 $p'>2^{k^2}$，定价算法设置的单价为 $2^{p^2}>2^{k^2}$，让 $2^{l^2}\leqslant p'<V_i<2^{(l+1)^2}$。通过算法的描述，有 $2^{l^2}y_l\leqslant 2^{p^2}y_p\leqslant B$；其中 y_p 和 y_l 是 U_i 在单价 2^{p^2} 和 2^{l^2} 的情况下分别愿意购买商品的最大数量。由于价格层 2^{p^2} 不是满状态，这意味着 y_p 是对此用户分配商品的所有数量，因此定价算法对于用户 U_i，卖家所得收入是 $2^{p^2}y_p$。由于对于任何用户，商品的单价是关于购买商品的数量的非增函数。因此用户 U_i 在单价 p' 时愿意购买的商品数量最多为 y_l。而此时卖家离线最优收入最多为 $\min\{V_iy_l,B\}$ 即 $OPT\leqslant B$。又因为 $h\geqslant 2^{l^2}$，所以 $l\leqslant\sqrt{\log h}$。故

$$\frac{OPT}{ALG}\leqslant\frac{B}{2^{p^2}y_p}\leqslant\frac{V_iy_l}{2^{p^2}y_p}<\frac{2^{(l+1)^2}y_l}{2^{p^2}y_p}\leqslant\frac{2^{(l+1)^2}y_l}{2^{l^2}y_l}$$
$$=2^{2l+1}\leqslant 2^{2\sqrt{\log h}+1}\leqslant 2h^{2\frac{1}{\sqrt{\log h}}}=O\left(h^{\frac{2}{\sqrt{\log h}}}\right)。$$

b）若离线最优时，用户 U_i 被设置单价 $p'>2^{k^2}$，而使用本文的定价算法设置的单价为 $2^{p^2}\leqslant 2^{k^2}$，让 $2^{l^2}\leqslant p'<V_i<2^{(l+1)^2}$ 假设离线最优算法分配了 m' 的商品给 U_i，与a)分析一样，有 $m'<y_l$。U_i 离线最优收入为 $p'm'\leqslant\min\{V_im',B\}\leqslant 2^{(l+1)^2}y_l$，其中 $B\leqslant 2^{(l+1)^2}y_l$，用反证法证明。若 $B>2^{(l+1)^2}y_l$，则 $\dfrac{B}{p'}>\dfrac{B}{2^{(l+1)^2}}>y_l$，此时离线情况下能分配给用户 U_i 商品数量大于 y_l，与已知矛盾。从定价算法中知 $2^{l^2}y_l\leqslant 2^{p^2}y_p\leqslant B$。如果用户 U_i 所得商品数量为 y_p，则算法竞争比与情形a)一样。否则，当 $x_p<y_p$ 时，通过定价算法用户 U_i 获得商品数量是 x_p，在此情形中，定价算法仅能够分配数量的商品 x_p 给用户，在这步之后价格层 2^{p^2} 就是满的。而在价格层 2^{p^2} 商品数量最多是 $2^{-p-1}m$，因此

$$2^{p^2}\cdot 2^{-p-1}m\geqslant 2^{p^2}\cdot 2^{-p-1}y_p\geqslant 2^{l^2}\cdot 2^{-p-1}y_l=$$
$$2^{(l+1)^2}\cdot 2^{-2l-1}\cdot 2^{-p-1}y_l\geqslant p'm'\cdot 2^{-2l-1}\cdot 2^{-p-1}。$$

显然，这个用户在价格层为 2^{p^2} 的离线最优收入与定价算法的总收入的竞争比最多为

$$2^{2l+p+2}\leqslant 2^{3l+2}\leqslant 4\cdot h^{3\frac{1}{\sqrt{\log h}}}=O\left(h^{\frac{3}{\sqrt{\log h}}}\right)。$$

再由引理4可以知，在每个价格层为 $2^{p^2}\leqslant 2^{k^2}$ 商品最多被计算2次。一次是用户需求是全部满足，一次是用户需求是部分满足。故将 OPT_2 更细致的分成两个部分 OPT_{21} 和 OPT_{22}。OPT_{21} 为通过此算法用户需求全部满足时，卖家所获得离线最优收入，OPT_{22} 为通过此算法用户需求部分满足，卖家所获得离线最优收入。

综上所述，有 $OPT_{21}\leqslant O\left(h^{\frac{2}{\sqrt{\log h}}}\right)ALG$ 和 $OPT_{22}\leqslant O\left(h^{\frac{3}{\sqrt{\log h}}}\right)ALG$。因此，

$$OPT_2=OPT_{21}+OPT_{22}\leqslant O\left(h^{\frac{3}{\sqrt{\log h}}}\right)ALG,$$

从而引理5成立。

因为当 $B>m$ 时把 OPT 划分为 OPT_1 和 OPT_2 两种情况，所以在取竞争比时应当选两者中较大的情形，再根据引理2可知定理得证。

6 结论

本文主要研究带有预算的单类商品在线定价问题，针对用户的预算情况进行讨论，并设计在线算法和分析了算法竞争比：当 $B\leqslant m$，竞争比是 $2h^{\frac{2}{\sqrt{\log h}}}$；当 $B>m$，竞争比是 $\max\left\{O\left(Bh^{\frac{1}{\sqrt{\log h}}}\right),O\left(h^{\frac{3}{\sqrt{\log h}}}\right)\right\}$。后续研究将单类商品推广到多种类商品，考虑卖方最优收入目标，设计相应的在线算法，并分析算法的竞争比。

参考文献：

[1] Abraham I, Babaioff M, Dughmi S, et al. Combinatorial auctions with restricted complements[C]// ACM Conference on Electronic Commerce. ACM, 2012: 3-16.

[2] Bartal Y, Gonen R, Nisan N. Incentive compatible multi unit combinatorial auctions[C]// Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge. ACM, 2003: 72-87.

[3] Dobzinski S, Nisan N, Schapira M. Truthful randomized mechanisms for combinatorial auctions[C]// Proceedings of the Thirty-Eighth Annual ACM Symposium on Theory of computing. New York: ACM New York, 2006: 644-652.

[4] Lavi R, Nisan N. Competitive analysis of incentive compatible on-line auctions[C]// Proceedings of the 2nd ACM Conference on Electronic commerce. New York: ACM New York,2000:233-241.
[5] Lehmann B, Lehmann B D, Nisan N. Combinatorial auctions with decreasing marginal utilities[J]. Games & Economic Behavior,2002,55(2):270-296.
[6] Fiat A, Wingarten A. Envy, multi envy, and revenue maximization[C]// International Workshop on Internet and Network Economics. Springer-Verlag, 2009: 498-504.
[7] Im S, Lu P, Wang Y. Envy-free pricing with general supply constraints[C]// International Conference on Internet and Network Economics. Springer-Verlag, 2010:483-491.
[8] Blum A, Hartline J D. Near-optimal online auctions[C]// Sixteenth ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005: 1156-1163.
[9] Babaioff M, Dughmi S, Kleinberg R, et al. Dynamic pricing with limited supply[J]. ACM Transactions on Economics and Computation,2011,3(1):1-26.
[10] El-Yaniv R. Competitive solutions for online financial problems[J]. ACM Computing Surveys,1998,30(1): 28-69.
[11] El-Yaniv R, Fiat A, Karp R M, et al. Optimal search and one-way trading online algorithms[J]. Algorithmica, 2001,30(1):101-139.
[12] Zhang W M, Zhang E, Zheng F F. Online(J, K)-search problem and its competitive analysis[J]. Theoretical Computer Science. 2015,593(C):139-145.
[13] Zhang W M, Xu Y F, Dong Y, et al. Online algorithms for the multiple time series search problem[J]. Computers & Operations Research,2012,39(5):929-938.
[14] Zhang Y, Chin F Y L, Ting H F. Competitive algorithms for online pricing[C]// International Conference on Computing and Combinatorics. Springer-Verlag,2011: 391-401.
[15] Briest P. Uniform budgets and the envy-free pricing problem[C]// International Colloquium on Automata, Languages and Programming. Springer-Verlag, 2008: 808-819.
[16] Lu P, Xiao T. Improved efficiency guarantees in auctions with budgets[C]// Sixteenth ACM Conference on Electronic commerce. ACM,2015:397-413.
[17] Devanur N R, Ha B Q, Hartline J D. Prior-free auctions for budgeted agents[C]// Fourteenth ACM Conference on Electronic Commerce. ACM,2013:287-304.
[18] Fiat A, Leonardi S, Saia J, et al. Single valued combinatorial auctions with budgets[C]// ACM Conference on Electronic Commerce. ACM,2011:223-232.
[19] Dobzinski S, Leme R P. Efficiency guarantees in auctions with budgets[C]// International Colloquium on Automata, Languages, and Programming. Springer Berlin Heidelberg,2014:392-404.
[20] Eden A, Feldma M, Vardi A. Online random sampling for budgeted settings[C]//International Symposium on Algorithmic Game Theory. Springer,2017:29-40.

Online pricing problem of one kind of items with budget

HAN Shuguang, *ZHU Chen*
(School of Sciences, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In order to determine the relationship between the seller's optimal revenue and the user's budget, an online pricing problem of one kind of items with budget is studied. The goal is to maximize the seller's revenue without exceeding the user's budget. Each user arrives according to certain sequence. Besides, only when the user arrives can the seller know the offer and budget of current user. The seller cannot know the maximum offer among all users. With uncertain maximum offer, the user's budget and the number of commodities owned by the seller are mainly considered. For this problem, the paper uses a layering method to give an online algorithm, and the new concept of flowing social welfare is applied to replace social welfare to prove the competitive ratio of the algorithm. The conclusion is that the budget have significant influence on the seller's revenue.

Key words: online pricing; budget; revenue; algorithm; competitive ratio

(责任编辑:康　锋)