

# 高阶变性巴斯噶蜗线非圆齿轮传动特性分析

孙新城<sup>1,2,3</sup>, 叶 军<sup>1,2</sup>, 陈建能<sup>1,2</sup>, 吴加伟<sup>1,2</sup>, 李 健<sup>1,2</sup>

(1. 浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018; 2. 浙江省种植装备技术重点实验室, 杭州 310018;  
3. 浙江工业职业技术学院, 浙江绍兴 312000)

**摘 要:** 建立了高阶变性巴斯噶蜗线齿轮及其共轭非圆齿轮的节曲线方程,采用数值计算方法计算巴斯噶蜗线齿轮传动的中心距,推导了变性高阶巴斯噶蜗线非圆齿轮副凹凸性判别模型,分析了高阶变性巴斯噶蜗线齿轮的重合度影响因素。利用 Matlab 编写了可视化的人机交互巴斯噶蜗线非圆齿轮仿真设计软件,可根据用户的输入条件计算其传动比、凹凸性、中心距,给出节曲线并进行运动模拟。

**关键词:** 非圆齿轮; 巴斯噶蜗线; 高阶齿轮; 变性齿轮; 中心距; 重合度

**中图分类号:** TH132.424 **文献标志码:** A

## 0 引 言

常见的非圆齿轮有偏心圆齿轮、椭圆齿轮和巴斯噶蜗线非圆齿轮等,可以实现周期性非匀速传动。非圆齿轮机构、凸轮机构和连杆机构都能够实现非匀速传动,但是非圆齿轮具有传动效率高、运动平稳、工作可靠等优点,已经在许多领域得到广泛的应用<sup>[1-2]</sup>。陈明等<sup>[3]</sup>应用两对偏心圆-非圆齿轮作为驱动部分,设计了四叶片差速泵;赵匀等<sup>[4]</sup>在插秧机分插机构设计上应用了巴斯噶蜗线齿轮。

在相关的巴斯噶蜗线齿轮及其共轭的非圆齿轮的研究中,文献[5-9]给出了节曲线的方程和中心距、节曲线长度、基础圆半径和压力角的计算方法,并且由节曲线方程推导出齿形方程,任廷志等<sup>[10]</sup>还进一步推导了高阶巴斯噶蜗线齿轮表达式及其中心距的近似公式,但是这些研究都仅局限于传动比对称周期性变化的情况。为此,本文提出了一种高阶变性巴斯噶蜗线齿轮,可以满足周期内传动比非对称的非匀速传动要求,并对其中心距计算、凹凸性判别、重合度影响因素等问题进行研究,以进一步拓展

非圆齿轮的研究和应用领域。

## 1 巴斯噶蜗线非圆齿轮的节曲线和中心距的方程

为分析方便,将涉及到的相关参数列于表1。

表1 相关参数说明

符号	意义	符号	意义
$b$	发生圆直径/mm	$l$	展长/mm
$\varphi_1$	主动轮1的角位移/(°)	$\varphi_2$	主动轮2的角位移/(°)
$r_1$	主动轮1的极径/mm	$r_2$	主动轮2的极径/mm
$a$	齿轮中心距/mm	$n_1$	主动轮1的阶数
$n_2$	从动轮2的阶数	$m_{11}$	变性系数
$m_{12}$	变性系数	$\omega_1$	主动轮1的角速度/(rad/s)
$\omega_2$	从动轮2的角速度/(rad/s)	$i_{12}$	主动轮1和主动轮2的传动比

一般情况的巴斯噶蜗线齿轮及与其共轭非圆齿轮的节曲线(一阶不变性)如图1所示。主动轮1为巴斯噶蜗线齿轮节曲线,从动轮2为与主动轮1共轭的非圆齿轮节曲线。其中主动轮1的巴斯噶蜗线齿轮节曲线方程为:

$$r_1 = b \cos \varphi_1 + l \quad (1)$$

收稿日期: 2014-06-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275481);浙江省科技厅公益项目(2014C32024);高等学校博士学科点专项科研基金(博导类)(20123318110001);浙江理工大学科研创新团队专项

作者简介: 孙新城(1979-),男,山东潍坊人,博士研究生,主要从事机构分析方面的研究。

通信作者: 陈建能, E-mail: jiannengchen@zstu.edu.cn

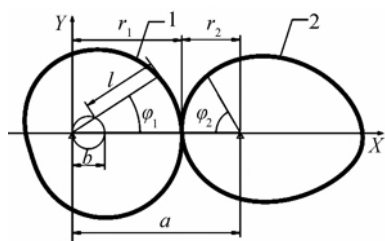


图1 巴斯噶蜗线齿轮及与其共轭非圆齿轮的节曲线

变性巴斯噶蜗线齿轮是由两段曲线组成,通过引入变性将非圆齿轮传动比周期变化规律由关于 $\varphi=\pi$ 对称变为非对称,其中第一段区间为 $0\leq\varphi\leq\frac{\pi}{m_{11}}$ ;第二段区间为 $\frac{\pi}{m_{11}}\leq\varphi\leq 2\pi$ 。 $m_{11}$ 、 $m_{12}$ 分别为两段的变性系数,为了使两段曲线封闭, $m_{11}$ 与 $m_{12}$ 应满足如下要求:

$$2\pi - \frac{\pi}{m_{11}} = \frac{\pi}{m_{12}} \quad (2)$$

$$\text{即:} \quad m_{12} = \frac{m_{11}}{2m_{11}-1} \quad (3)$$

结合高阶巴斯噶蜗线共轭非圆齿轮节曲线生成机理<sup>[10]</sup>,在每个周期内的转角变化 $[0, \frac{2\pi}{n_1}]$ 按变性系数分成非对称的两段,并使转角满足如下关系:

$$\frac{\pi}{n_1 m_{11}} + \frac{\pi}{n_1 m_{12}} = \frac{2\pi}{n_1} \quad (4)$$

从而得到高阶变性巴斯噶蜗线齿轮,其主动轮1节曲线方程为:

$$\begin{cases} r_{11} = b \cos n_1 m_{11} \varphi_1 + l \left( 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{n_1 m_{11}} \right) \\ r_{12} = b \cos \left[ n_1 m_{12} \left( \frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1 \right) \right] + l \left( \frac{\pi}{n_1 m_{11}} \leq \varphi_1 \leq \frac{2\pi}{n_1} \right) \end{cases} \quad (5)$$

式中, $r_{11}$ 、 $r_{12}$ 分别为第一和第二段变性极径。

根据非圆齿轮节曲线的封闭性条件得到如下关系式:

$$\frac{2\pi}{n_2} = \int_0^{\frac{2\pi}{n_1}} \frac{1}{i_{12}} d\varphi_1 = \int_0^{\frac{\pi}{n_1 m_{11}}} \frac{r_{11}}{a - r_{11}} d\varphi_1 + \int_{\frac{\pi}{n_1 m_{11}}}^{\frac{2\pi}{n_1}} \frac{r_{12}}{a - r_{12}} d\varphi_1 \quad (6)$$

由式(6)得到的中心距 $a$ 和由式(5)得到的高阶变性巴斯噶蜗线齿轮节曲线,得出从动轮2的节曲线方程如下:

$$\begin{cases} r_2 = a - r_1(\varphi_1) \\ \varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}} d\varphi_1 \end{cases} \quad (7)$$

## 2 中心距的数值计算方法

任廷志等<sup>[7]</sup>用留数定理推算出高阶巴斯噶蜗线共轭非圆齿轮副的近似中心距计算公式,但留数定理不

能用于高阶变性巴斯噶蜗线齿轮副中心距的求解。本文通过式(6)的封闭条件和中心距方程,提出一种采用优化设计中的进退法来搜索中心距值所在的区间,然后再用黄金分割法得到较精确的中心距的方法。具体的实现方式是先用进退法来搜索一定的单峰区间,然后再用黄金分割法进行计算得到中心距数值<sup>[8-10]</sup>。

使用进退法首先是给定中心距的初始值 $x_0=2l$ 、单位步长 $h$ 和初始的区间 $[x_1, x_2]$ ,即: $x_1=x_0, x_2=x_0+h$ ,同时构造函数:

$$F(x) = \left| \frac{2\pi}{n_2} - \int_0^{\frac{\pi}{n_1 m_{11}}} \frac{r_{11}}{a - r_{11}} d\varphi_1 - \int_{\frac{\pi}{n_1 m_{11}}}^{\frac{2\pi}{n_1}} \frac{r_{12}}{a - r_{12}} d\varphi_1 \right| \quad (8)$$

然后计算 $F_1=F(x_1)$ 和 $F_2=F(x_2)$ ,如果 $F_1 < F_2$ 则执行前行搜索,反之,则执行后退搜索,得出单峰区间 $[x_1, x_2]$ 。黄金分割法要求插入点 $x_3, x_4$ 的位置相对于区间 $[x_1, x_2]$ 两端点具有对称性,即在给定区间 $[x_1, x_2]$ 内取点 $x_3=x_1+0.382(x_2-x_1)$ 、 $x_4=x_1+0.618(x_2-x_1)$ ,如果 $F_3(x_3) > F_4(x_4)$ ,则令 $x_1=x_3$ 。如果 $F_3(x_3) < F_4(x_4)$ ,则令 $x_2=x_4$ 重新开始搜索。具体搜索过程的程序框图如图2所示。

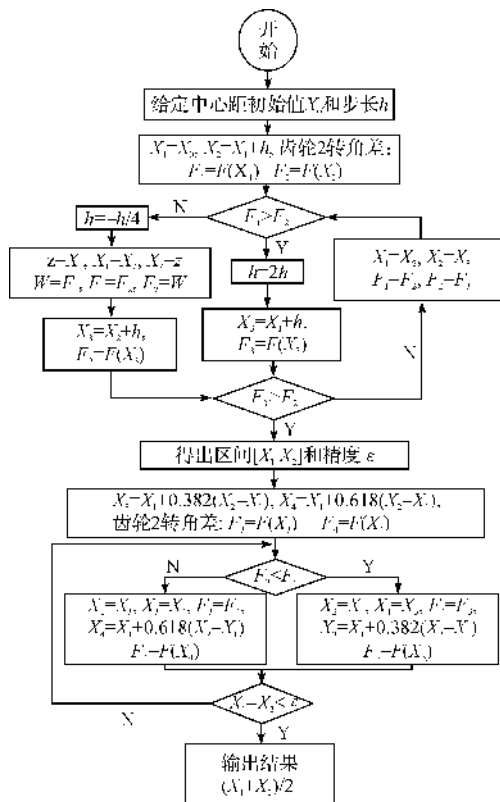


图2 中心距计算流程

## 3 高阶变性巴斯噶蜗线非圆齿轮副凹凸性判别模型的建立

非圆齿轮的凹凸性影响着齿轮的强度、加工的

方便性及其传动的平稳性,因此需要对其凹凸性进行判别<sup>[11]</sup>。根据微分几何,曲线上各点曲率半径的计算公式为<sup>[12]</sup>:

$$\rho = \frac{\left(r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 - r \frac{d^2r}{d\varphi^2}} \quad (9)$$

主动轮和从动轮曲率半径的计算公式如下:

$$\rho_1 = \frac{a \left[1 + \left(\frac{di}{(1+i)d\varphi}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{1 + i + \frac{d^2i}{d\varphi^2}} \quad (10)$$

$$\rho_2 = \frac{ai \left[1 + \left(\frac{di}{(1+i)d\varphi}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{1 + i - i \frac{d^2i}{d\varphi^2} + \left(\frac{di}{d\varphi}\right)^2} \quad (11)$$

其中: $\rho_1$  为主动轮曲率半径, $\rho_2$  为从动轮曲率半径, $i$  为传动比, $i = \frac{r_2}{r_1}$ ,  $\frac{di}{d\varphi}$  为传动比一阶导数, $\frac{di}{d\varphi} = -\frac{adr_1}{r_1^2 d\varphi}$ ,  $\frac{d^2i}{d\varphi^2}$  为传动比二阶导数, $\frac{d^2i}{d\varphi^2} = \frac{2a}{r_1^3} \left(\frac{dr_1}{d\varphi}\right)^2 - \frac{a}{r_1^2} \frac{d^2r_1}{d\varphi^2}$ ,  $r_1$  为主动非圆齿轮的极径。

将传动比计算公式及式(1)分别代入式(10)及式(11)中,可以得到主动轮任意角位移时主动轮和从动轮曲率半径的计算公式:

$$\rho_1(\varphi_1) = \frac{r_1^3(\varphi_1) \left[1 + \frac{1}{r_1^2(\varphi_1)} \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{r_1^2(\varphi_1) + 2\left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2 - r_1(\varphi_1) \frac{d^2r_1}{d\varphi_1^2}} \quad (12)$$

$$\rho_2(\varphi_1) = a[a - r_1(\varphi_1)] r_1^3(\varphi_1) \left[1 + \frac{1}{r_1^2(\varphi_1)} \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} / \left\{ ar_1^3(\varphi_1) - a^2 \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2 + a^2 r_1(\varphi_1) \frac{d^2r_1}{d\varphi_1^2} + 2ar_1(\varphi_1) \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2 - ar_1^2(\varphi_1) \frac{d^2r_1}{d\varphi_1^2} \right\} \quad (13)$$

对式(5)求一阶、二阶导数得:

$$\frac{dr_{11}}{d\varphi_1} = -bn_1 m_{11} \sin(n_1 m_{11} \varphi_1) \quad (14)$$

$$\frac{d^2r_{11}}{d\varphi_1^2} = -bn_1^2 m_{11}^2 \cos(n_1 m_{11} \varphi_1) \quad (15)$$

(主动轮第 1 段极径求导。)

$$\frac{dr_{12}}{d\varphi_1} = bn_1 m_{12} \sin\left(\left[n_1 m_{12} \left(\frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1\right)\right]\right) \quad (16)$$

$$\frac{d^2r_{12}}{d\varphi_1^2} = -bn_1^2 m_{12}^2 \cos\left(\left[n_1 m_{12} \left(\frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1\right)\right]\right) \quad (17)$$

(主动轮第 2 段极径求导。)

式(14)和式(15)用于求解主动轮节曲线第 1 段

凹凸性,式(16)和式(17)用于求解主动轮节曲线第 2 段凹凸性。

若曲率半径  $\rho_1$  是正的,则节曲线在相应点处是外凸的;反之,则节曲线在相应点处是内凹的。由式(12)可知,当曲率半径  $\rho_1$  分母  $r^2 + 2\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 - r \frac{d^2r}{d\varphi^2} > 0$ ,就可以保证非圆齿轮 1 为外凸的。

当  $\varphi_1 = 0$  或  $\varphi_1 = \frac{\pi}{n_1 m_{11}}$  时,主动轮节曲线曲率半径取得极值,即当  $(1 + n_1^2 m_{11}^2) b^2 - (2 + n_1^2 m_{11}^2) bl + l^2 > 0$  时,主动轮第 1 段曲率  $\rho_1 \geq 0$ ,该段节曲线无内凹,令  $\epsilon = \frac{b}{l}$ ,由此推得主动轮第 1 段节曲线上无内凹的条件为:

$$[(1 - (n_1^2 m_{11}^2 + 1)\epsilon)](1 - \epsilon) > 0 \quad (18)$$

$$\text{即:} \quad \epsilon < \frac{1}{n_1^2 m_{11}^2 + 1} \quad (19)$$

同理,可推导主动轮第 2 段节曲线上无内凹的条件为:

$$\epsilon < \frac{1}{n_1^2 m_{12}^2 + 1} \quad (20)$$

所以主动轮节曲线上无内凹的条件为:

$$\begin{cases} \epsilon \leq \frac{1}{n_1^2 m_{11}^2 + 1} \\ \epsilon \leq \frac{1}{n_1^2 m_{12}^2 + 1} \end{cases} \quad (21)$$

由公式(13)可知非圆从动齿轮 2 为外凸的条件:

$$ar_1^3(\varphi_1) - a^2 \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2 + a^2 r_1(\varphi_1) \frac{d^2r_1}{d\varphi_1^2} + 2ar_1(\varphi_1) \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2 - ar_1^2(\varphi_1) \frac{d^2r_1}{d\varphi_1^2} \geq 0 \quad (22)$$

在  $\varphi_1 = \frac{\pi}{n_1}$  或  $\varphi_1 = \frac{\pi}{n_1 m_{11}}$  时,从动轮节曲线曲率半径取得极值,即当  $(1 + n_1^2 m_{11}^2) b^2 + b(2l + n_1^2 m_{11}^2 l - an_1^2 m_{11}^2) + l^2 > 0$  时,从动轮第 1 段曲率  $\rho_2 \geq 0$ ,该段节曲线无内凹。令  $\gamma = \frac{a}{l}$ ,由此推得从动轮第 1 段节曲线上无内凹的条件为:

$$(1 + n_1^2 m_{11}^2) \epsilon^2 + (2 + n_1^2 m_{11}^2) \epsilon - \gamma \epsilon n_1^2 m_{11}^2 + 1 > 0 \quad (23)$$

由文献[6]中近似中心距计算可得:

$$\gamma \approx \left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right) \left(1 + \frac{n_1 \epsilon^2}{2n_2}\right) \quad (24)$$

即  $(n_1^2 m_{11}^2 + 1) \epsilon^2 + (2 - n_1 n_2 m_{11}^2) \epsilon - \frac{(n_1 + n_2) n_1^2 m_{11}^2}{2n_2} \epsilon^3 + 1 > 0$ 。同理,推出从动轮第 2 段节曲线上无内凹的条件为:

$$\frac{(n_1^2 m_{12}^2 + 1)\epsilon^2 + (2 - n_1 n_2 m_{12}^2)\epsilon - (n_1 + n_2)n_1^2 m_{12}^2 \epsilon^3 + 1}{2n_2} > 0 \quad (25)$$

所以节曲线上无内凹的条件为:

$$\begin{cases} (n_1^2 m_{11}^2 + 1)\epsilon^2 + (2 - n_1 n_2 m_{11}^2)\epsilon - \\ \frac{(n_1 + n_2)n_1^2 m_{11}^2 \epsilon^3 + 1}{2n_2} > 0 \\ (n_1^2 m_{12}^2 + 1)\epsilon^2 + (2 - n_1 n_2 m_{12}^2)\epsilon - \\ \frac{(n_1 + n_2)n_1^2 m_{12}^2 \epsilon^3 + 1}{2n_2} > 0 \end{cases} \quad (26)$$

综上所述,由上式(21)得  $\epsilon \leq 0.5$ , 当  $\epsilon = 0.25$  代入式(26)中,可以得到不凹的条件:

$$\begin{cases} m_{11}^2 < \frac{72n_2 + 128}{(n_1 + n_2)n_1^2 + 32n_1 n_2 - 8n_1^2} \\ m_{12}^2 < \frac{72n_2 + 128}{(n_1 + n_2)n_1^2 + 32n_1 n_2 - 8n_1^2} \end{cases} \quad (27)$$

#### 4 巴斯噶蜗线非圆齿轮重合度影响因素研究

非圆齿轮啮合时的重合度是有效啮合长度与齿基圆齿距之比<sup>[11]</sup>。设在某个瞬时,两节曲线相切在  $P$  点,如图 3 所示,啮合线与节曲线交点  $P$  的切线之间的夹角为  $\alpha_0$ 。设主动轮非圆齿轮的齿顶与啮合线的交点为  $A$ ,从动轮非圆齿轮的齿顶与啮合线的交点为  $B$ ,令  $\overline{PA} = u_1$ ,  $\overline{PB} = u_2$ ,则

$$u_1 = \sqrt{(\rho_1 + h_{a_1})^2 - (\rho_1 \cos \alpha_0)^2} - \rho_1 \sin \alpha_0 \quad (28)$$

$$u_2 = \sqrt{(\rho_2 + h_{a_2})^2 - (\rho_2 \cos \alpha_0)^2} - \rho_2 \sin \alpha_0 \quad (29)$$

重合度  $\epsilon$  为:

$$\epsilon = \frac{u_1 + u_2}{\pi m \cos \alpha_0} \quad (30)$$

其中:  $h_{a_1}$  为主动非圆齿轮的齿顶高系数,  $h_{a_2}$  为从动非圆齿轮的齿顶高系数,  $\alpha_0$  为齿条刀具的齿形角,一般  $\alpha_0 = 20^\circ$ 。

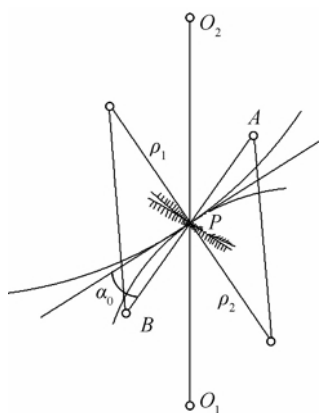


图3 非圆齿轮副啮合时的重合度计算  
依照式(28)~(30)和 Matlab 软件程序,得出以

下不同因素对重合度影响的比较图形,如图 4—图 7。本文中参数初始值为:  $m = 3 \text{ mm}$ ,  $b = 8 \text{ mm}$ ,  $l = 24 \text{ mm}$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1$ ,  $m_{11} = 1$ 。

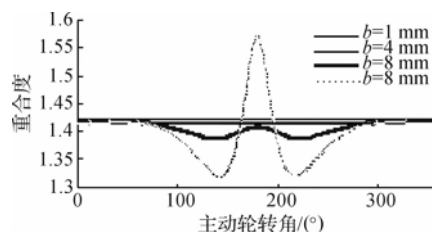


图4 不同发生圆  $b$  的重合度

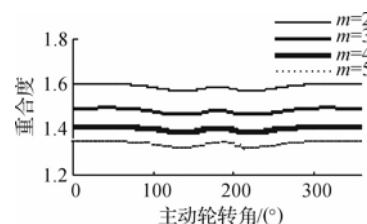


图5 不同模数  $m$  的重合度

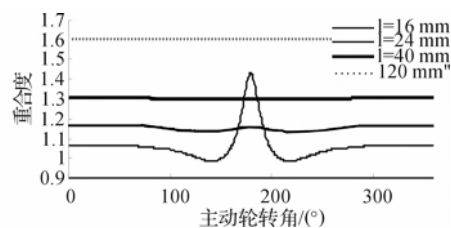


图6 不同展长  $l$  的重合度

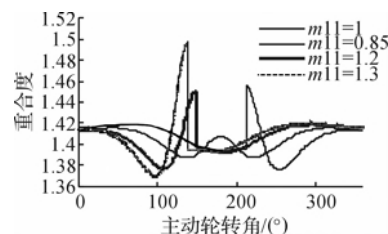


图7 不同变数系数  $m_{11}$  的重合度

从上可知:

- 随着发生圆直径  $b$  的增大,模数的增大或者是展长  $l$  的减小,最小重合度是越来越小的;
- 当展长  $l$  远大于发生圆直径  $b$ ,重合度曲线趋向平稳,而且重合度最大;
- 模数  $m$  的变化所引起的重合变化明显的大于展长  $l$  和发生圆直径  $b$ ;
- 变数系数  $m_{11}$  对于重合度的影响不是很大,还能局部提高齿轮的重合度。

#### 5 巴斯噶蜗线非圆齿轮分析设计软件及应用

##### 5.1 巴斯噶蜗线非圆齿轮分析设计软件

本文以 Windows Xp 操作系统为系统平台,以 Matlab 为开发平台,利用 Matlab 图形用户界面设

计和 Matlab 强大矩阵运算能力编写巴斯噶蜗线非圆齿轮分析设计软件<sup>[11]</sup>,如图 8。该软件的主要功能有:a)根据  $b$  和  $l$  的输入参数来判断参数是否符合要求,并进行凹凸性校验;b)计算中心距,生成主从动齿轮的节曲线,并进行运动仿真;c)生成传动比、加速度和速度的特性曲线,并输出最大和最传动比;d)生成节曲线曲率中心轨迹图,输出最大和最小曲率半径值、传动时最大和最小压力角。

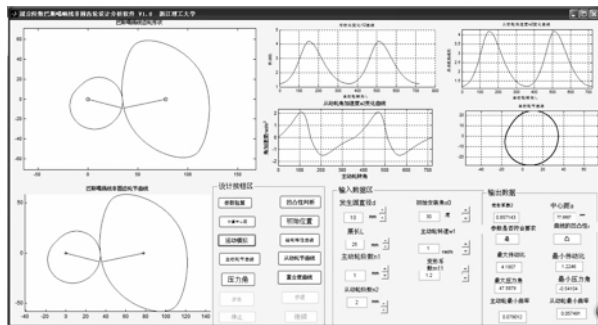


图 8 高阶变性巴斯噶蜗线齿轮传动设计仿真软件

## 5.2 设计实例及图形仿真结果

例:发生圆直径  $b=10$  mm,展长  $l=40$  mm,  $n_1=1, n_2=2, m_{11}$  分别取 1.2 和 2 时,齿轮啮合传动的节曲线如图 9 所示。它们的中心距都为  $a=121.8$  mm。

当  $m_{11}=1.2$  时,  $\epsilon = \frac{b}{l} = 0.25, \frac{1}{n_1^2 m_{11}^2 + 1} \approx 0.409, \frac{1}{n_1^2 m_{12}^2 + 1} \approx 0.576, \frac{72n_2 + 128}{(n_1 + n_2)n_1^2 + 32n_1 n_2 - 8n_1^2} = 4.61$ 。分别可以满足式(21)和式(27)中的要求,所以图形无内凹。此结果和图 9(a)的通过软件计算显示的结果一致。

当  $m_{11}=2$  时,  $\epsilon = \frac{b}{l} = 0.25, \frac{1}{n_1^2 m_{11}^2 + 1} \approx 0.2, \frac{1}{n_1^2 m_{12}^2 + 1} \approx 0.69, \frac{72n_2 + 128}{(n_1 + n_2)n_1^2 + 32n_1 n_2 - 8n_1^2} = 4.61$ 。不满足图形式(21)但满足式(27),所以主动轮出现内凹。此结果也和图 9(b)通过软件计算显示的结果一致。

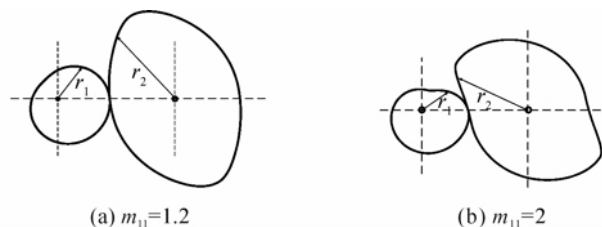


图 9 齿轮节曲线的凹凸性判断

由编写的软件获得以  $m_{11}=1.2$  的高阶变性巴斯噶蜗线齿轮的传动比和重合度变化情况,如图 10 所示。

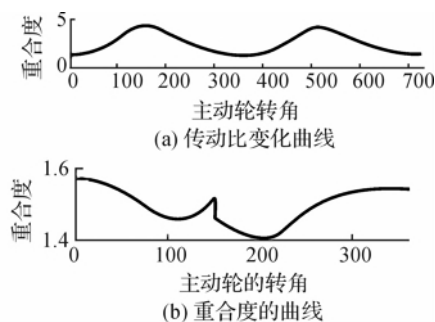


图 10 高阶变性巴斯噶蜗线齿轮特性曲线

从图 10 中的曲线中,可以清晰地看出当前参数下的高阶变性巴斯噶蜗线齿轮的传动比和重合度变化情况,方便巴斯噶蜗线齿轮设计。

## 6 结 论

a) 提出了高阶变性巴斯噶蜗线齿轮的新型非圆齿轮传动形式,推导了高阶变性巴斯噶蜗线齿轮及其共轭非圆齿轮的节曲线表达模型,并应用了数值积分来求解中心距。

b) 建立了变性高阶巴斯噶蜗线非圆齿轮副凹凸性判别模型,分析了蜗线齿轮的重合度影响因素。

c) 根据所推导的数学模型,编写了高阶变性巴斯噶蜗线齿轮及其共轭齿轮辅助分析软件,可根据用户的输入条件计算其传动比、凹凸性、中心距,给出节曲线并进行运动模拟,用户可以根据软件输出结果,判断所分析的高阶变性巴斯噶蜗线齿轮副是否满足具体设计目标及传动要求。

## 参考文献:

- [1] 刘永平, 吴序堂, 李鹤岐, 等. 常见的凸封闭节曲线非圆齿轮副设计[J]. 农业机械学报, 2007, 38(6): 143-146.
- [2] Bair B W. Computer aided design of non-standard elliptical geardrives[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2002, 216(4): 473-483.
- [3] 陈 明, 王广林, 刘福利, 等. 叶片差速泵偏心圆-非圆齿轮驱动系统研究[J]. 机械工程学报, 2005, 41(3): 89-101.
- [4] 廖 伟, 赵 匀, 方明辉. 巴斯噶蜗线齿轮在分插机构上的应用和参数优化[J]. 浙江理工大学学报, 2009, 26(3): 547-550.
- [5] 刘永平, 孟鹏飞. 巴斯噶蜗线型齿轮的啮合特性及数字制造技术研究[J]. 设计与研究, 2011(12): 90-93.
- [6] 孙 桓, 陈作模, 葛文杰. 机械原理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 158-162.
- [7] 任廷志, 程爱明, 景奉儒. 蜗线齿轮及其共轭齿轮的

- 何分析与仿真[J]. 机械工程学报, 2006, 42(9): 71-77.
- [8] 王亚洲, 胡赤兵, 刘永平, 等. Pascal 蜗线型齿轮滚切插补算法对比[J]. 上海交通大学学报, 2014(1): 46-49.
- [9] 任廷志, 刘 才. 节曲线向径按余弦规律变化的齿轮与非圆齿轮共轭的研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(10): 181-184.
- [10] 任廷志, 刘大伟, 贲红艳. 蜗线齿轮副的设计与传动[J]. 机械设计, 2013, 30(1): 55-58.
- [11] 赵 匀. 农业机械计算机辅助分析和设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998: 163-188.
- [12] 张德丰. MATLAB 数值计算方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010: 60-96.

## Analysis on Non-circular Gears Transmission Characteristic of High-Order Deformed Pascal Spiral Line

SUN Xin-cheng<sup>1,2,3</sup>, YE Jun<sup>1,2</sup>, CHEN Jian-neng<sup>1,2</sup>, WU Jia-wei<sup>1,2</sup>, LI Jian<sup>1,2</sup>

- (1. School of Mechanical Engineering & Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China; 2. Zhejiang Province Key Laboratory of Transplanting Equipment and Technology, Hangzhou 310018, China; 3. Zhejiang Industry Polytechnic College, Shaoxing 312000, China)

**Abstract:** Pitch curve equation of high-order deformed Pascal spiral line gear and conjugate non-circular gear was established. Numerical computation method was used to calculate center-to-center spacing of Pascal spiral line gear transmission. Concavity and convexity discrimination model of non-circular gear pair of high-order deformed Pascal spiral line was inferred. Besides, this paper also analyzed factors influencing contact ratio of high-order deformed Pascal spiral line gear transmission. Matlab software was adopted to compile simulation design software for visual man-machine interaction of Pascal snail line non-circular gear. The transmission ratio, concavity and convexity as well as center-to-center spacing can be calculated according to users' input conditions. If the pitch curve is given, motion simulation can be conducted.

**Key words:** non-circular gear; pascal spiral line; high-order gear; deformed gear; centre-to-centre spacing; contact ratio

(责任编辑: 康 锋)