

有赎回权住房反向抵押贷款的风险规避方法研究

林 枫¹, 孙培梁², 王月芬¹, 季新苗³

(1. 浙江理工大学理学院, 杭州 310018; 2. 浙江警官职业学院, 杭州 310018; 3. 中国光大银行朝晖支行, 杭州 310000)

摘 要: 针对期权法的不足,运用精算法对有赎回权住房反向抵押贷款风险进行了度量,并开发了再定价和“再”保险两种风险规避方法,建立了考虑房价风险、利率风险和寿命风险的精算再定价模型以及包括风险度量方法、初期费率和每期保费额的费率模型。以杭州为例,具体对比了期权-精算法、精算法和“再”保险法三种风险规避方法下的风险与定价,“再”保险方法表现出了更广阔市场前景优势。

关键词: 住房反向抵押贷款; 精算法; 风险规避方法; 对比分析; 赎回

中图分类号: F224.9

文献标志码: A

2014年7月1日起,北京、上海、广州、武汉四地开始正式试点“以房养老”,“以房养老”保险即老年人住房反向抵押养老保险,是一种将住房抵押与终身年金保险相结合的创新型商业养老保险业务,即拥有房屋完全产权的老年人,将其房产抵押给保险公司,继续拥有房屋占有、使用、收益和经抵押权人同意的处置权,并按照约定条件领取养老金直至身故;老人身故后,保险公司获得抵押房产处置权,处置所得将优先用于偿付养老保险相关费用^[1]。显然,该养老保险在老人身故后的房屋归属权问题上违背了我国的传统思想。若为借款人赋予赎回房产的权力,则它既能为老年人接受以房养老新事物留下缓冲余地,又能为金融机构提供房价下跌的风险保障,我们称之为有赎回权住房反向抵押贷款。然而,它是一种业务流程复杂,期限较长,涉及领域广的金融产品,此时,贷款人将面临“双重风险”,一方面贷款机构将面临利率变动的风险、房价波动的风险、实际寿命超过预期寿命的寿命风险等业务风险以及政策法律环境的影响;另一方面,借款人的有赎回权将使贷款机构出于被选择的劣势而带来差额亏损风险。因此,合理度量并规避风险和适度定价是产品得以推广的关键一步。

关于双重风险之一,可以通过对房价、利率和

死亡率建立合适的随机模型来研究。如对离散时间房价模型,一般假设房价的回报呈现自相关性^[2]和广义自回归条件异方差性^[3],而对连续时间房价模型,一般假设房价遵循传统几何布朗运动^[4]。又如对连续型随机利率模型多采用联合随机过程^[5],而对离散型随机利率模型常使用时间序列建模^[6],在金融数学方面也有考虑利率期限结构的一个分支^[7]。再如对死亡率模型目前最受欢迎的是1992年的LC模型^[8]。本文将根据案例中的实际情况来选取合适的随机模型,应指出,随机模型不能生搬硬套,数据特征不同使用的模型也需相应改变。

关于双重风险之二,可以通过对差额亏损风险的度量和规避来研究,最终体现在定价上。对有赎回权产品的风险度量和定价模型的研究历史很短,进展缓慢。其中期权法^[9]是2011年前唯一一种有赎回权产品的风险度量和定价方法,曾认为精算法对带赎回权产品的定价不可用。在2013年期权法改进为期权-精算法^[10],模型中考虑了死亡率变化,它比期权法有较高的定价,更有利于保障老年人的晚年生活,但在风险度量上仍不能算是一个好的模型,它延续了期权法没有明确风险类型、没有对每期风险进行度量、不能对风险进行动态分析的不足,对

贷款机构的适用性不高。本文将以贷款机构的实际可操作性和市场前景为目标,从两个全新的角度运用精算法对风险进行度量和规避,推进产品的市场化。

一、无赎回权住房反向抵押贷款产品的定价模型

记合同初始为0时刻, x 为0时刻借款人年龄, n 为合同期限, $H(k)$ 为 k 时刻的房产估价, ${}_{k-1|q_x}$ 为 x 岁的借款人在第 $k-1$ 到 k 时刻期间去世的概率, ${}_kp_x$ 为 x 岁的借款人至少能存活到 k 时刻的概率, $a(k)$ 为累积函数。设贷款机构每期期初支付借款人相等金额,则无赎回权住房反向抵押贷款产品的定价,即每期借款人将获得的养老金 A 为:

$$A = \frac{\left(\sum_{k=1}^n \frac{H(k)}{a(k)} {}_{k-1|q_x} + \frac{H(n)}{a(n)} {}_np_x \right)}{\sum_{k=0}^{n-1} a^{-1}(t_k) \cdot {}_kp_x}。$$

二、差额亏损风险度量模型

记 k 时刻贷款机构已支付年金的累积值为 S_k ,则 $S_k = R \cdot \ddot{s}_{k|}$ 。若借款人在第 k 到 $k+1$ 时刻期间去世,则其继承人将对已获得的养老金累积值 S_k 与当期房价现值 $H(k)$ 进行理性比较,有两种可能:当 $S_k < H(k)$ 时,其继承人将选择赎回房产,赎回的同时需要返还已获得的养老金总额,此时贷款机构既没有获得利润,也没有损失,即差额亏损值为零;反之,当 $S_k \geq H(k)$ 时,即贷款机构害怕的房价下跌或增值不明显时,其继承人将选择不赎回房产,房屋归贷款机构所有,此时贷款机构的差额亏损值将大于零。由此得到的差额亏损函数可表示为

$$L_k = [S_k - H(k)]^+, k=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

则贷款机构的差额亏损风险可由差额亏损函数的期望 $E_K(L_k)$ 来度量,且

$$\begin{aligned} E_K(L_k) &= \sum_{k=1}^n {}_{k-1|q_x} \cdot L_k + {}_np_x \cdot L_n \\ &= \sum_{k=1}^n {}_{k-1|q_x} \cdot [R \cdot \ddot{s}_{k|} - H(k)]^+ + {}_np_x \cdot [R \cdot \ddot{s}_{n|} - H(n)]^+ \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $K=K(x)$ 是 x 岁借款人的整值剩余寿命随机变量。

三、差额亏损风险的规避方法及其定价

为了鼓励金融机构参与并提供有赎回权产品,

为贷款机构设计了两种规避差额亏损风险的方法来弥补其潜在的不确定性损失,即再定价方法和“再”保险方法。

(一)再定价方法

事实上,前人所研究的期权法及其改进的期权-精算法,都属于再定价法,而本小节介绍的再定价法是一种纯精算再定价方法,它可以明确规避差额亏损风险额,并且得到每期的动态结果。

精算再定价方法和期权法与期权-精算法一样,也是通过降低每期养老金给付额 A 来实现的。不同的是,精算再定价方法的思想是在满足贷款机构面临的差额亏损风险期望为零的条件下寻求最大的每期养老金给付额 A_{\max} ,即 A_{\max} 是使得上述式(2)为零成立时的 A 的最大值。易知 A_{\max} 存在且唯一。

精算再定价方法思想简单且易操作。需要说明的是,将贷款机构面临的所有差额亏损风险都由借款人来承担,在实务中并不利于产品的推行。针对这一问题,我们可以通过合理设定风险自留额来调节双方利益,如设 $E_K(L_k) \geq \delta > 0$ (其中 δ 为风险自留额,建议政府在风险实际产生时给贷款机构补贴 δ 部分。)

(二)“再”保险方法

之所以称为“再”是因为贷款机构可能为保险公司本身(比如我国),当然银行也不失为一个好的贷款机构^①。“再”保险方法就是将贷款机构面临的差额亏损风险通过向保险公司购买保险的方式进行规避,保险金额为实际亏损额。有赎回权产品在“再”保险方法下的定价同无赎回权产品定价。该方法的关键是解决费率厘定问题,即确定每期应缴保费。本小节中,将根据贷款机构制定的定价标准建立费率模型,以确定贷款机构应缴多少保险费,亏损发生时将得到多少保险金额的赔付。

根据保费净均衡原则,费率模型的基本思想是差额亏损风险现值与保费精算现值相等。若设初期费率为 α ,续期费率为 β ,则每期期末未决余额 B_k 可表示为:

$$B_k = \begin{cases} (H(0)\alpha + A) \cdot a(1), & k=1 \\ (B_{k-1} + B_{k-1}\beta + A) \cdot \frac{a(k)}{a(k-1)}, & k=2, 3, \dots, n-1 \end{cases} \quad (3)$$

① 20世纪80年代中叶,反向抵押贷款诞生于美国新泽西州劳瑞山的一家银行。

其中 $H(0)\alpha$ 为初期保费额, $B_k\beta$ ($k=1, 2, \dots, n-1$) 为续期保费额, 即每期期初应缴保费 P_k 可表示为:

$$P_k = \begin{cases} H(0)\alpha, & k=0 \\ B_k\beta, & k=1, 2, \dots, n-1 \end{cases} \quad (4)$$

由此可得保费精算现值为:

$$\sum_{k=0}^{n-1} P_k \cdot \frac{{}_k p_x}{a(k)} \quad (5)$$

式(2)与式(5)相等, 即得费率模型为:

$$\sum_{k=0}^{n-1} P_k \cdot \frac{{}_k p_x}{a(k)} = \sum_{k=1}^n q_x \cdot [R \cdot \ddot{s}_{\overline{k}|} - H(k)]^+ + {}_n p_x \cdot [R \cdot \ddot{s}_{\overline{k}|} - H(n)]^+ \quad (6)$$

“再”保险方法直观地说, 就是贷款机构每期期初支付保费 P_k , 直到借款人去世或合同到期, 其继承人执行选择权, 当差额亏损产生时, “再”保险公司将赔付实际亏损部分 L_k 。

但是, P_k 的大小在约束条件(6)下取决于 α 和 β 的大小, 它有无穷多解。因为缺乏国内的参考数据, 在实证中本文将保留美国的房屋净值转换抵押贷款项目^②对 α 和 β 的限制关系, 取 $\beta=0.8\alpha$, 便可得到 P_k 的唯一解。

四、实证分析

案例设定现有一位 60 岁男性, 具有标准健康状况, 在杭州市拥有一套价值 100 万的房产, 以此向贷款机构申请购买十年期^③有赎回权住房反向抵押贷款产品, 用以每年年初获得等额的养老金。

下面对杭州房价、利率和 60 岁男性的各年间死亡率进行十年期的预测。a) 房价预测, 由于我国实施商品房历史较短, 房价受政策影响较大, 因此, 本文截取房价波动相对成熟的 2002—2013 年数据进行分析, 先对房价的各个主要影响因素(包括住宅平均定价、住宅商品房销售面积、房地产开发投资额、全市生产总值、市区人口总数、在岗职工年平均收入等)分别建立回归模型, 再利用杭州市二手房的平均销售价格数据使用 BP 神经网络逐年预测房价; b) 利率预测, 由于贷款机构在定价时实际使用的利率为预期收益率, 它在各贷款机构间各有不同, 但它与贷款利率有较大关联, 而贷款利率并非间隔相等时间调整一次, 因此, 本文选取 1990—2013 年间的一年期加权平均年贷款利率数据进行分析, 拟合优化后建立 AR(1) 时间序列模型来预测 r_k ; c) 死亡率预测, 本文采用非参数方法得到的新生命表对死亡率进行预测。预测结果见表 1。

表 1 未来十年杭州二手房价、利率、死亡率预测表

k	年份	借款人 年龄	杭州二手房价/ (元/ m^2)	利率	死亡率
0	2014	60	15 960	0.060 000	0.006 989
1	2015	61	15 100	0.057 770	0.007 867
2	2016	62	16 490	0.055 623	0.008 725
3	2017	63	17 680	0.053 555	0.009 677
4	2018	64	17 920	0.051 565	0.010 731
5	2019	65	18 120	0.049 648	0.011 900
6	2020	66	17 410	0.047 803	0.013 229
7	2021	67	16 820	0.046 026	0.014 705
8	2022	68	17 790	0.044 315	0.016 344
9	2023	69	18 460	0.042 668	0.018 164
10	2024	70	19 070	0.041 082	0.020 184

基于贷款机构角度, 若采用期权-精算法、精算再定价法和“再”保险法等三种不同方法, 其风险和定价对比结果见表 2。

表 2 三种不同风险规避和定价方法的实证对比结果

	期权-精算法 ^④	精算再定价法	“再”保险法
风险参考值	68 370.43	33 765.05	33 765.05
定价(即年养老金给付额)	87 124.36	91 365.58	96 046.83

期权法和精算法是金融和精算两个不同范畴内的风险度量和定价方法, 从模型中可以看出期权法更宏观也更粗略, 不适合精确定价, 而“以房养老”产品是个性化的产品, 精算法更适合贷款机构对单一客户进行产品风险分析和定价。从表 2 数据中可以看到, 精算再定价法比期权-精算法有更低的参考值和更高的定价, 相比之下, 精算法有明显的优势。

精算再定价法和“再”保险法都属精算法范畴, 它们对风险的度量方法是相同的, 因此它们在表 3 中的风险参考值相同。但是两者的风险转嫁对象不同, 造成定价的不同, 具体性能对比可以通过表 3 来展示。除此以外, “再”保险法还可以得到每期的风险(即保险金额)和每期支付保费情况(见表 4)。可见, “再”保险法在风险得到有效规避的情况下更贴近借款人的需求, 将会赢得更大的市场。

② 房屋净值转换抵押贷款(HECM)项目是由联邦住宅管理局(FHA)签发的保证保险, 弥补了无追索权条款的损失。

③ 房价、利率等数据的预测误差等原因造成对长期产品的风险和定价估计误差增大, 方法间的比较将失去意义, 因此我们选择十年期产品进行比较。

④ 具体模型见文献[7]。

表3 精算再定价与“再”保险两种
风险规避方法对比

	定价	风险转嫁对象	亏损发生时	与无赎回权相比	对借款人吸引力
精算再定价	低	借款人	全额自负	少支付风险部分	小
“再”保险	高	保险公司	全由保险金额弥补	多支付保费部分	大

表4 “再”保险方法下每期风险和每期

保费实证数据

元

年份	每期风险参考值(保额)	每期风险现值	每期保费	保费现值
2014	—	—	8564.62 ($\alpha=8.5646\%$)	8564.62
2015	0.00	0.00	759.77 ($\beta=6.8517\%$)	711.76
2016	0.00	0.00	1505.27	1322.64
2017	0.00	0.00	2294.57	1893.28
2018	0.00	0.00	3127.35	2425.54
2019	0.00	0.00	4003.16	2920.88
2020	0.00	0.00	4921.46	3380.35
2021	0.00	0.00	5881.59	3804.51
2022	0.00	0.00	6882.83	4193.67
2023	0.00	0.00	7924.33	4547.81
2024	61344.25	33765.05	—	—

五、总 结

本文用精算法建立了两种有赎回权住房反向抵押贷款产品的风险度量和产品定价模型。新老方法做了实证对比,发现精算法比期权法有更优越的性质,其中的“再”保险法又比精算再定价法更容易吸引客户,为了吸引更多贷款机构和借款人进入以房

养老市场,促进以房养老模式在浙江的开展,建议贷款机构采用“再”保险方法规避风险。

参考文献:

- [1] 四地开展以房养老试点[EB/OL]. [2014-07-10]. http://finance.ifeng.com/a/20140710/12693324_0.shtml.
- [2] Ito T, Hirono K N. Efficiency of the Tokyo housing market[J]. Bank of Japan Monetary and Economic Studies, 1993, 11 (1): 1-32.
- [3] Chinloy P, Cho M, Megbolugbe I F. Appraisals, transaction incentives, and smoothing[J]. Journal of Real Estate Finance and Economics, 1997, 14 (1): 89-112.
- [4] Huang H C, Wang C W, Miao Y C. Securitization of crossover risk in reverse mortgages[J]. Geneva Papers on Risk and Insurance-Issues and Practice, 2011, 36 (4): 622-647.
- [5] Abraham Z. Annuities under random rates of interest[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2001, 28: 1-11.
- [6] 解 强,李秀芳. 基于 ARMA(p, q)利息力生存年金精算现值模型[J]. 数学的实践与认识, 2009, 39 (3): 127-136.
- [7] 张美玲,林 枫. 基于 CIR 利率模型的基本养老保险精算模型研究[J]. 决策与信息, 2012(7): 284-285.
- [8] Koissi M C, Shapiro A F, Hognas G. Evaluating and extending the Lee-Carter model for mortality forecasting: bootstrap confidence interval[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2006, 38(1): 1-20.
- [9] 李瑾卓. 有赎回权的住房反向抵押贷款定价模型的定量研究[J]. 经济与管理研究, 2011, 30(12): 124-128.
- [10] 林 枫,张美玲. 有赎回权的住房反向抵押贷款定价方法的研究[J]. 浙江理工大学学报, 2013, 30(2): 148-151.

Study on Risk Aversion Methods of Housing Reverse Mortgage Loan with Right of Redemption

LIN Feng¹, SUN Pei-liang², WANG Yue-fen¹, JI Xin-miao³

(1. School of Science, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China;

2. Zhejiang Police Vocational Academy, Hangzhou 310018, China;

3. Zhaohui Branch, China Everbright Bank, Hangzhou 310000, China)

Abstract: Aiming at the shortcomings of the option method, this paper adopts the actuarial method to measure the risk of housing reverse mortgage loan with the right of redemption, and develops two risk aversion methods (re-pricing and re-insurance), establishes an actuarial re-pricing model which takes into account of house price risk, interest rate risk and the risk of life, and a rate model including risk measurement method, the initial premium and premium in each stage. Besides, this paper takes Hangzhou as an example and compares risks and pricing under three risk aversion methods (the options-actuarial method, actuarial method and re-insurance method). The re-insurance method reflects the broader market prospect advantage.

Key words: housing reverse mortgage loan; actuarial method; risk aversion methods; contrastive analysis; redemption

(责任编辑: 陈和榜)