

文章编号: 1673-3851 (2014) 03-0297-04

基于改进小波阈值的去噪方法

罗 强, 李文书

(浙江理工大学信息学院, 杭州 310018)

摘 要: 针对以往小波阈值图像去噪法出现的去噪不彻底、噪声残留、和噪声误判等问题,对阈值函数和阈值进行了改进,保留了传统的软阈值和硬阈值的优点,改进它们各自的缺点,提出一种新的阈值函数和阈值选取方式,使它在处理小波系数时更加灵活,以达到更好地去除噪声的目的。通过 MATLAB 仿真实验和对算法的精度分析表明,用改进后的阈值去噪法可以很好地去除图像噪声,使图像的对比度和峰值信噪比均得到很大的提高。

关键词: 图像去噪; 小波变换; 阈值函数; 峰值信噪比

中图分类号: TP391.9 **文献标志码:** A

0 引 言

近年来,小波理论得到了非常迅速的发展,而且由于其具备良好的时频特性,因而实际应用也非常广泛。在去噪领域中,小波理论也同样受到了许多学者的重视,应用小波进行去噪并获得了非常好的效果。

Donoho 在小波变换基础上提出了小波阈值去噪的概念^[1-2]。其中,软硬阈值去噪方法在实际中得到广泛的应用,取得了较好的效果,但是硬阈值法去噪后图像容易出现振铃、Pseudo-Gibbs 现象等视觉失真;而软阈值方法可能会造成边缘模糊等失真现象^[3-4]。为此,本文构造了一个新的阈值函数。期望所构造的函数去噪效果较好。

1 小波阈值去噪

一般含噪声的二维图像可以表示为 $e(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$, 其中 $f(x, y)$ 为理想无噪声图像, $n(x, y)$ 为标准高斯白噪声,均值为零,方差为 σ^2 。

对 $e(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$ 作离散小波变换后得到的小波系数由两部分组成,一部分是原始图像对应的小波系数,另一部分是噪声对应的小波系

数。经过小波分解后,信号的系数要大于噪声的系数,于是可以找到一个合适的数 λ 作为阈值。当分解系数小于这个临界阈值时,认为这时的分解系数主要是由噪声引起的,予以舍弃;反之,就把这一部分的系数直接保留下来(硬阈值方法)或者按照某一固定量向零收缩(软阈值方法),然后用得到的小波系数进行小波重构,即为去噪后的信号。

基本流程如图 1 所示。



图 1 小波去噪基本流程图

硬阈值函数:

$$f(x) = \begin{cases} x & |x| \geq \lambda \\ 0 & |x| < \lambda \end{cases} \quad (1)$$

软阈值函数:

$$f(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x)(|x| - \lambda) & |x| \geq \lambda \\ 0 & |x| < \lambda \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\text{sgn}(x)$ 为符号函数。在阈值的确定上, Donoho 开创了先例,给出了通用的阈值为 $\sigma \sqrt{2 \lg(MN)}$, 其中 σ 为噪声标准方差, M 和 N 为图像像素的行和列, 这表明阈值的选取需依赖于噪声的标准差和信号的

收稿日期: 2014-01-25

基金项目: 国家自然科学基金(60702069, 31271102), 浙江省自然科学基金(Y1080851), 浙江省钱江人才(B类)项目(2012R10054)

作者简介: 罗 强(1966-), 男, 浙江杭州人, 实验师, 大学本科, 主要从事计算机应用软件。

通信作者: 李文书, 电子邮箱: charlie@zstu.edu.cn

长度。

2 改进的小波阈值去噪法

决定小波阈值去噪方法优劣的因素有很多,例如小波基的选取,分解层次的选取,阈值函数的选取,阈值的选取等等^[6-7]。这些因素都将对小波去噪的效果产生影响,而在这些因素中,最为关键的就是所选用的阈值函数和阈值的选取方法。下面将介绍一种改进的通用阈值和一种根据软、硬阈值函数而改进的新阈值函数。

2.1 改进的通用阈值

通用阈值对全局都是固定不变的,它不会随着分解尺度的变化而有所改进。即在各个不同尺度上采用完全相同的阈值来进行消噪,这种做法肯定是不够合理的。由于通用阈值存在这种固定不变的缺点,采用改进的通用阈值选取方法。具体表述如下:

设图像 $f(x, y)$ 的大小为 $M \times N$, σ 为噪声信号的标准方差, j 为分解尺度,则改进的通用阈值定义如下:

$$\lambda_j = \frac{\sigma \sqrt{2 \ln(M \times N)}}{\ln(j+1)} \quad (3)$$

由式(3)可以看出,该阈值是随着尺度 j 的变化而不断改变,这有利于对不同尺度噪声的去除。该阈值克服了通用阈值的全局不变的弱点,这种改进的阈值取得了良好的去噪效果,被人们所认可而广泛应用于小波阈值去噪的阈值获取之中。

但是在现实生活中,噪声信号的方差是未知的,所以需要首先对噪声进行方差估计,一般采用 Do-

noho 的中值估计法,表示如下:

$$\sigma = \frac{\text{median}(|HH_1|)}{0.6745} \quad (4)$$

其中, HH_1 为小波分解第一层的对角线高频系数, $\text{median}()$ 求中值的函数。

2.2 改进的阈值函数

经典的软、硬阈值函数虽然有比较好的去噪效果,但还是有着各自的不足之处。硬阈值函数本身不连续,而软阈值函数虽然连续,但是当系数大于某个阈值时,会出现恒定的误差,从而导致了软阈值函数会使图像变得光滑,而失去很多细节,这些都不利于图像的去噪。因此,需要构造新的阈值函数,希望它能够保留软阈值函数的连续性的同时,又希望去噪后能够不出现多余的变化。所以,结合软、硬阈值的特点,构造新的阈值函数^[8-9]如下:

$$\tilde{w} = \begin{cases} w & |w| \geq \lambda_2 \\ 0 & |w| \geq \lambda_1 \\ \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\sigma(\lambda_1 - \lambda_2)} (w - \lambda_1) e^{\sigma(w - \lambda_1)} & \lambda_1 < w < \lambda_2 \\ \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\sigma(\lambda_1 - \lambda_2)} (w + \lambda_1) e^{\sigma(w + \lambda_1)} & -\lambda_2 < w < -\lambda_1 \end{cases} \quad (5)$$

在式(5)中, w 为信号 f 经过小波变换后所得得到的小波系数, λ_1 和 λ_2 为阈值。 λ_{1j} 和 λ_{2j} 表示尺度 j 下的阈值,则 λ_{1j} 和 λ_{2j} 满足 $\lambda_{1j} = 0.618\lambda_{2j}$, 而 λ_{2j} 取公式(3)中计算得出的值。取软、硬阈值函数中的阈值为 5, 新阈值函数中的 $\lambda_2 = 5$, 则 $\lambda_1 = 0.618 \times 5 = 3.09$, 我们可以看到 3 种阈值函数的简单表示, 见图 2。

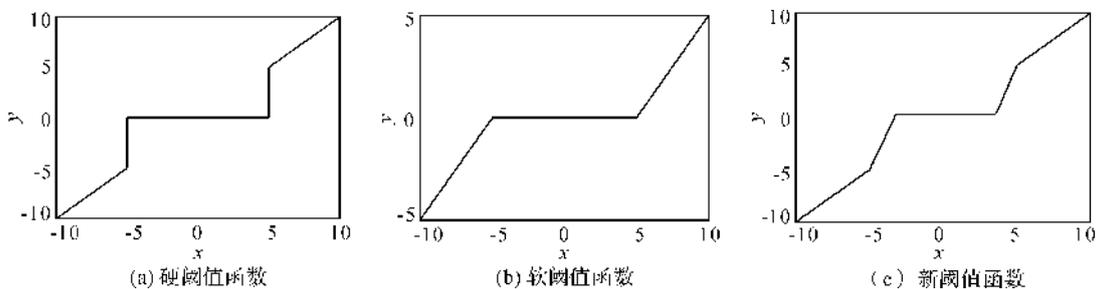


图2 3种阈值函数的对比

由新阈值函数的定义和图像对比可知,新的阈值函数克服了硬阈值函数不连续的缺点,没有出现多余的震荡,而且比软阈值函数更加光滑。

3 仿真实验

3.1 实验说明

先将图像加上噪声,然后分别用软阈值函数、硬

阈值函数和新阈值函数进行小波阈值去噪,并显示去噪结果。由于小波函数众多,分解层次也是自由选取的,所以所期望的实验效果也会不尽相同。理论上讲,小波分解层次越高,对去噪越有利,但是相对于重构就会产生困难,从而造成误差。所以在本文的试验中,如没有特殊说明,则取分解层次为 3 层,而小波则取 sym6 小波。下面将对该算法的主

要过程步骤进行简单描述:

a) 读入图像,对图像加噪声:使用 sym6 小波对含噪图像进行 3 阶小波变换,得到各层小波系数;

b) 更新小波系数:用本文方法计算各层的小波阈值,并依据新的阈值函数对小波系数进行阈值处理,得到新的小波系数;

c) 根据更新后的小波系数进行小波逆变换,得到去噪后的图像。

上面是本文所要用到的小波阈值去噪方法的简单说明,如无特殊说明,该节中所加噪声均为高斯白噪声。实验中,软、硬阈值的选取都遵循 $\lambda = \sigma \sqrt{2 \ln(M \times N)}$,其中,噪声方差 σ 的估计是按照式(4)计算而得出的。另外,还会对几种去噪方法进行



图3 对 Camera 图像的去噪对比

为了能够更好地比较这 3 种去噪方法的效果,比较客观地认识其优劣,对去噪后的图像进行客观评价,主要比较它们的均方根误差(RMSE)和峰值信噪比(PSNR),见表 1。

表 1 几种去噪方法的对比

去噪方法	RMSE	PSNR
噪声图像	12.695 9	26.057 6
软阈值函数	11.479 4	29.032 4
硬阈值函数	10.049 2	28.708 2
新阈值函数	9.541 6	30.538 4

由表 1 可以看出,改进的方法可以在一定程度上起到较好的去噪效果,它的去噪效果比传统的软、硬阈值函数要优越。并且,由于新的阈值函数是连续的,并且在对较高的小波系数进行处理时,没有象软阈值函数一样始终与原始信号存在恒定的误差,不会造成边缘的模糊^[10]。

4 结 论

小波阈值图像去噪法是图像增强处理中一种常见的应用广泛的图像增强技术,可以有效地去除图像噪声。通过实验论证表明,新的阈值函数继承了软阈值函数连续的特点和硬阈值能够较好地保留边

客观评价,除了对去噪图像的比较,还会根据每种方法的去噪后的均方根误差(RMSE)和峰值信噪比(PSNR)两种标准对去噪方法进行评价。

3.2 实验结果

由于篇幅有限,本文仅对经典的摄像师图像进行说明。其中,噪声图像为高斯噪声($\sigma=0.025$),实验结果如图 3 所示。

从实验仿真结果可以看出,软阈值函数和硬阈值函数对高斯白噪声的去噪能力都是比较强的,它们都使噪声图像得到了很大程度的还原。但是,由于软阈值的平滑作用,它去噪后的图像变得模糊。新的阈值函数也取得了比较好的去噪效果,从去噪后的图像上看,它的去噪能力要比软、硬阈值去噪更好一些。

缘信息的优点,但也同样存在着不足,它需要估算两个阈值。虽然新阈值函数中的阈值估计方法取值非常简单,也适当地减少了计算量。本文提出的去噪方法能够更好地去除图像噪声,减少噪声残留和误判,图像的视觉效果和质量也得到提高。

参考文献:

- [1] Donoho L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [2] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. Journal of American Stat Assoc, 1995(12): 1200-1224.
- [3] 谢杰成,张大力,徐文立.小波图象去噪综述[J].中国图象图形学报,2002,3(7):209-217.
- [4] Zeng H, Zhang R. Restoring and enhancing of thinfog and cloud degraded images based on wavelet analysis [J]. Journal of PLA University of Science and Technology, 2005, 6(1): 76-80.
- [5] 曾 诚. 基于小波理论的图像去噪和增强技术研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2008: 21-39.
- [6] John J, Wilscy M. Enhancement of weather degraded color images and video sequences using wavelet fusion [M]//Advances in Electrical Engineering and Computational Science, Springer Netherlands, 2009: 99-109.

- [7] Li J, Ma Z, Wu Q, et al. Image denoising based on the stationary wavelet translation with rotation [J]. *Laser&Infrared*. 2010, 40(11): 1263-1268.
- [8] Zhang C, Wang X, Zhang H. Global and local contrast enhancement algorithm for image using wavelet neural network and stationary wavelet transform[J]. *Chinese Optical Letters*, 2006: 636-639.
- [9] 康志亮. 基于小波的红外图像增强算法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2005: 25-40.
- [10] 章琳, 汪胜前, 谢志华, 等. 基于遗传算法的多小波自适应阈值去噪研究[J]. *激光与红外*. 2008, 38(2): 186-190.

Denoising Method Based on Improved Wavelet Threshold

LUO Qiang, LI Wen-shu

(School of Information Science and Technology, Zhejiang Sci-Tech University,
Hangzhou 310018, China)

Abstract: With in respect to incomplete denoising, noise residue and noise misjudgment of previous wavelet threshold image denoising method, this paper improves threshold function and threshold, retains advantages of traditional soft and hard threshold, improves their respective shortcomings, and proposes a new threshold function and threshold selection method, to make it more flexible in processing wavelet coefficients and achieve better denoising effects. Through MATLAB simulation experiment and analysis of the precision of algorithm, the improved threshold denoising method can achieve good image denoising effects and greatly improve image contrast and PSNR.

Key words: Image denoising; wavelet transform; threshold function; PSNR

(责任编辑: 陈和榜)