浙江理工大学学报(社会科学版),第32卷,第2期,2014年4月
Journal of Zhejiang Sci-Tech University (Social Sciences)
Vol. 32, No. 2, Apr. 2014

文章编号：1673-3851 (2014) 02-0103-05

基于广义成本的轨道交通最优路径模型研究

娄佳斌，董宝力，李　伟，尹阳阳
(浙江理工大学机械与自动控制学院，杭州 310018)

摘　要：针对轨道交通换乘的多目标路径优化问题,采用两级分层的层次模型描述轨道交通网络,并结合乘客出行时考虑的因素,以成本最少和时间最短为优化目标;通过行为时间价值原理将成本和时间转化为广义成本,建立了基于广义成本的轨道交通换乘最优路径模型。利用轨道交通网络封闭性好的特点,采用了Dijkstra算法对其进行路径优化。最后通过Matlab对模型和算法进行实例仿真,实现了多目标下轨道交通换乘路径的最优化,验证了模型和算法的可行性和收敛性。

关键词：轨道交通；层次模型；广义成本；最优路径；Dijkstra算法
中图分类号：T530.7　　　**文献标志码**：A

引　言

我国已有的高速铁路专线分布网络总长度已达到1.8万km,开通城市轨道交通运营线路的城市共有15座,运营长度总规模约1 746 km。预计到2020年,将会建成省会城市及大中城市间的快速客运通道,建设客运专线1.2万km以上[1]。随着轨道交通的发展,铁路接驳地铁的最优路径模型成为一个新的研究热点。传统的最优路径理论一般将路程最短、时间最短或费用最少作为最优路径,这种单目标的最优化往往带有片面性和局限性,难以符合现实状况。因此,建立基于多目标下的路径优化模型能为轨道交通最优路径模型的研究提供新思路。基于这一思路,Dial[2]提出了时间和费用双准则多目标最优路径模型,即时间约束下的最小费用路径模型。杨新苗等[3]设计了以换乘次数最少作为第一目标、出行距离最短为第二目标的双目标约束最优路径搜索和选择模型。柴登峰等[4]提出了广义最短路径问题,设计了一个递归调用Dijkstra算法,可以求取前N条最短路径的新算法。姚春龙等[5]提出了考虑多重目标的查询模型,通过权值设定来灵活调整目标的取舍问题。Jourquine等[6]给出了出行时间和路径选择的组合动态用户最优模型,利用出行费用和延迟成本求解模型。这些文献给出了多目标的最优路径模型和算法设计,但只是将目标作为约束条件,没有将多目标之间的关系进行转换。而且,这些文献也没有给出不同交通工具间换乘的计算模型。

本文提出将时间和成本两个目标统一成广义成本,建立基于广义成本下的轨道交通换乘最优路径模型,使之更加具有实际价值,应用Dijkstra算法求出的解也更为合理。

一、轨道交通换乘最优路径求解问题

(一)交通网络模型

轨道交通换乘路径求解问题可以描述为:已知乘客在铁路和地铁两种交通出行方式的情况下,找出从起点到终点的满足乘客需求的最优路径。其中换乘路径必须满足以下条件[7]:

(1) 出发点与目标点不属于同一条线路;

收稿日期：2013－09－06
基金项目：浙江省自然科学基金资助项目(LY12G02015)
作者简介：娄佳斌(1989－),男,浙江嘉兴人,硕士研究生,研究方向为精益生产。
通信作者：董宝力,E-mail:tydbl@zstu.edu.cn

(2) 出发点与目标点必须是连通的;

(3) 出发点到目标点的路径不允许有回路。

将各站点进行分类,换乘站点:路线从一条线转入另一条线的必经站;关键站点:出度>3 且不算是换乘站点的车站;一般站点:出度≤2 的站。将换乘站点和关键站点作为交通网络的节点。

本文经过对轨道交通网络的分析,采用两级网络的层次模型。第一级网络模型:包括铁路以及地铁的所有车站、营运线名及其里程,也称物理模型。第二级网络模型:除去第一级网络中的中间站,仅取第一级网络中的关键站点、换乘站点以及拓扑结构。两级路网模型的对应关系如图 1 所示。可以看到,第二级网络模型的节点数明显减少,能够显著提高算法效率。

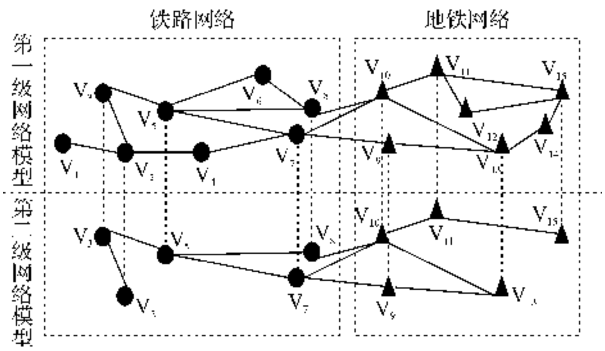

图 1 两级路网模型的对应关系

二、广义成本下的二阶段换乘最优路径模型

(一)最优路径计算模型

1. 时间成本模型

设 $G=<N,E,M,D,T,C>$ 为有向带权图,其中 $N=\{1,2,\cdots,n\}$ 表示节点的集合,$E=\{e_{ij}\mid i\in N, j\in N, i\neq j\}$ 表示交通网络里的路段集合,M 代表所有开车列车的车次集合,D 代表节点之间的里程,T 代表节点之间经历的时间,C 代表节点之间的票价。两列列车在换乘站能够换乘的条件是:到车时间和发车时间间隔不小于最小的换乘时间,这里用 T_0 表示。构建的时间成本模型:

$$T_{\text{train}}=T_{\text{travel}}+T_{\text{wait}}=\sum_i\sum_j\sum_k(t_1^k(i,j)-t_2^k(i,j))x_{ij}^k+\sum_i\sum_j\sum_m\sum_k(t_2^{k2}(j,m)-t_1^k(i,j))x_{ij}^k x_{jm}^{k2} \quad (1)$$

其中,

$$x_{ij}^k=\begin{cases}0,\text{乘坐其它列车}\\1,\text{坐 } k \text{ 次列车从 } i \text{ 到 } j\end{cases}$$

$$s.t.\begin{cases}\sum_j\sum_k x_{oj}^k\geqslant 1\\ \sum_i\sum_k x_{im}^k-\sum_j\sum_k x_{jm}^k=0\\ \text{其中}:m\neq 0,n\ \forall m\in N;k\in M\\ \sum_i\sum_k x_{in}^k\geqslant 1\\ \sum_i\sum_j\sum_k x_{ij}^k\leqslant C_0\\ t_2^{k2}(j,m)-t_1^k(i,j)\geqslant T_0\\ \text{其中}:\forall(i,j),(j,m)\in E\\ x_{ij}^k,x_{jm}^k\in\{0,1\}\\ \text{其中}:\forall(i,j),(j,m)\in E\end{cases}$$

式(1)中,$t_1^k(i,j)$ 表示 k 次列车从 i 站出发到达 j 站的到达时间,$t_2^k(i,j)$ 表示 k 次列车从 i 站出发开往 j 站的出发时间,C_0 表示换乘次数。

对城市轨道交通而言,只有发车频率和首末班时间,行车时间由路程长度与行车速度决定。设地铁速度为 v,发车间隔频率为 f_k。在城市轨道交通的研究中,通常认为等车时间是发车频率的函数,计算公式如下[8]:

$$T_{\text{wait}}^{i-k}=\frac{[(1/f_k)^2+\sigma^2]}{2/f_k} \quad (2)$$

式(2)中,T_{wait}^{i-k} 表示在地铁 i 站等待 k 号地铁的等待时间;地铁的发车频率为 f_k;σ 为偏差因子,与地铁运行的可靠性有关。当地铁完全按照时刻表中的频率发车,并能准时到达各站,那么 $\sigma=0$。

在两种不同的交通工具之间进行换乘时,必须添加一个惩罚因子[9],记作 T_{turn}。因此,轨道交通换乘的时间成本模型函数为:

$$\begin{aligned}T(O,D)&=\beta_1(T_{\text{travel}}\times X_{\text{铁路}}+T_{\text{乘车}}\times X_{\text{地铁}})+\beta_2(T_{\text{wait}}\times X_{\text{铁路}}+T_{\text{wait}}\times X_{\text{地铁}})+\beta_3\times T_{\text{turn}}\times X_{\text{turn}}=\\&\beta_1\Big[\sum_i\sum_j\sum_k(t_1^k(i,j)-t_2^k(i,j))x_{ij}^k\times X_{\text{铁路}}+\sum_u\sum_v\sum_r d^r(u,v)x_{uv}^r/v\times X_{\text{地铁}}\Big]+\\&\beta_2\Big[\sum_i\sum_j\sum_m\sum_k(t_2^{k2}(j,m)-t_1^k(i,j))x_{ij}^k x_{jm}^{k2}\times X_{\text{铁路}}+T_{wait}^{u-k}\times\sum_u\sum_v\sum_r x_{uv}^r\times X_{\text{地铁}}\Big]+\beta_3\times T_{\text{turn}}\times X_{\text{turn}}\end{aligned} \quad (3)$$

其中,$X_{\text{铁路}}=\begin{cases}0, & \text{当换乘中未出现铁路}\\1, & \text{当换乘中出现铁路}\end{cases}$;

$X_{\text{地铁}}=\begin{cases}0, & \text{当换乘中未出现地铁}\\1, & \text{当换乘中出现地铁}\end{cases}$;

$$X_{turn}=\begin{cases}0, & 在一种交通工具上换乘\\ 1, & 在两种交通工具上换乘\end{cases};$$

β_1、β_2、β_3 分别为各部分时间的重要性权值。

2. 票价成本模型

城市轨道交通收费体系中票形式为里程票制[10]。里程票是指根据路程的长短确定票价，其票价函数形式为 $f(s)$。因此，参照铁路的时间成本模型函数，地铁的成本函数为：

$$C_{地铁}=\sum_u\sum_v\sum_r f[d^r(u,v)x_{uv}^r] \tag{4}$$

其中，$x_{uv}^r=\begin{cases}0, & 乘坐其它列车\\ 1, & 坐 r 次列车从 u 到 v\end{cases}$

结合铁路及地铁的成本函数模型，得到轨道交通换乘的票价成本模型函数：

$$F(O,D)=\sum_i\sum_j\sum_k c^k(i,j)x_{ij}^k\times X_{铁路}+\sum_u\sum_v\sum_r f[d^r(u,v)x_{uv}^r]\times X_{地铁} \tag{5}$$

式(5)中，$C^k(i,j)$ 表示 k 次列车从 i 到 j 所经过的票价，$X_{铁路}=\begin{cases}0, & 当换乘中未出现铁路\\ 1, & 当换乘中出现铁路\end{cases}$;

$$X_{地铁}=\begin{cases}0, & 当换乘中未出现地铁\\ 1, & 当换乘中出现地铁\end{cases}$$

3. 可靠性成本模型

可靠性成本是指交通工具到站时间的准点性、相邻交通工具间隔的均匀性及安全性。本文用出行时间中等待时间的偏差因子来衡量。理想状态下的等待时间为 $f_k/2$，因此，可靠性成本模型的函数为：

$$R(O,D)=\frac{[(1/f_k)^2+\sigma^2]}{2/f_k}-f_k/2 \tag{6}$$

式(6)表明，在轨道交通等封闭环境较好的交通工具下，由于其准时性较高，可靠性成本可以不作考虑。

(二)票价成本对时间成本的转换模型

票价的单位为元，时间的单位是 h(小时)。这两者之间可以通过时间行为价值的原理相互转化[11]。按照相关文献计算公式如下：

$$B_{wt}=P_{work}\times[Y_{wage}/(50\times40)-B_{xiuxiam}]+(1-P_{work})\times B_{xiuxian} \tag{7}$$

式(7)中，B_{wt} 为单位时间的行为价值，P_{work} 为乘客所在城市的时间利用系数，Y_{wage} 为乘客所在城市的平均工资，每周按 40 h(小时)，每年按 50 周计算，$B_{xiuxian}$ 为乘客利用节约时间来休闲获得的利益。

当 P_{work} 为全国城市平均水平时，即 $P_{work}=0.5$ 时，得到票价成本对时间成本的转换函数为：

$$B_{wt}=Y_{wage}/4000 \tag{8}$$

(三)广义成本下的最优路径模型

广义成本是指由时间、票价、可靠性成本三部分构成的成本[8-9]。其形式为：

$$C(O,D)=C_T(O,D)+C_F(O,D)+C_R(O,D)=\theta_1\omega_1(T)T(O,D)+\theta_2\omega_2(F)F(O,D)+\theta_3\omega_3(R)R(O,D)$$
$$s.t.\quad \theta_1+\theta_2+\theta_3=1,\theta_1,\theta_2,\theta_3>0 \tag{9}$$

式(9)中，$C(O,D)$ 表示起点 O 和终点 D 间的广义成本；$C_T(O,D)$ 表示起点 O 和终点 D 间的时间成本；$C_F(O,D)$ 表示起点 O 和终点 D 间的票价成本。$\omega_1(T)$、$\omega_2(F)$、$\omega_3(R)$ 分别表示时间、票价和可靠性的量纲转化函数。$T(O,D)$、$F(O,D)$、$R(O,D)$ 分别表示时间函数、票价函数和可靠性函数。θ_1、θ_2、θ_3 分别表示时间、票价和可靠性的权重。

通过上述最优路径计算模型以及票价成本对时间成本的转换模型，最终得到基于广义成本下的轨道交通换乘最优路径的计算模型函数为：

$$minC(O,D)=\theta_1\omega_1(T)\times T(O,D)+\theta_2\omega_1(T)\times(Y_{wage}/4000)\times F(O,D)+\theta_3\omega_1(T)R(O,D) \tag{10}$$

三、Dijkstra 算法

Dijkstra 算法的基本思路是：假定 $V_1\to V_2\to V_3\to V_4$ 是 $V_1\to V_4$ 的最短路，如图 2 所示，则 $V_1\to V_2\to V_3$ 必定是 $V_1\to V_3$ 的最短路，$V_2\to V_3\to V_4$ 必定是 $V_2\to V_4$ 的最短路。否则，设 $V_1\to V_3$ 的最短路为 $V_1\to V_5\to V_3$，就有 $V_1\to V_5\to V_3\to V_4$ 的路必小于 $V_1\to V_2\to V_3\to V_4$，这与假设矛盾。

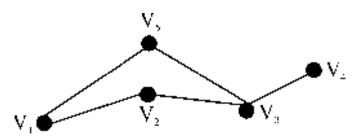

图 2　Dijkstra 算法思路

若用 d_{ij} 表示两相邻点 i 与 j 的距离，若 i 与 j 不相邻，则令 $d_{ij}=\infty$，显然 $d_{ii}=0$。若用 L_{si} 表示从 s 点到 i 点的最短距离，现求从 s 点到 o 点的最短路，用 Dijkstra 算法的步骤如下[12]：

(1) 从 s 点出发，因 $L_{ss}=0$，将此值标注在 s 旁的方框内，表示 s 点已标号；

(2) 从 s 点出发，找出与 s 相邻的点中距离最小的一个点，设为 t。将 $L_{st}=L_{ss}+d_s$ 的值标注在 t 旁的方框内，表明点 t 也已标号；

(3) 从已标号的点出发，找出与这些点相邻的所有未标号的点 p。若有 $L_{sp}=min\{L_{ss}+d_{sp};L_{st}+d_{tp}\}$，

则对 p 点标号,并将 L_{sp} 的值标注在 p 点旁的方框内;

(4) 重复第 3 步,一直到 o 点被标号为止。

Dijkstra 算法主要用于静态路径的最优化模型,该算法也是目前公认的理论上较完善的算法,且简单易用。由于轨道交通本身具有封闭性好的特点,即受外界环境变化的影响很小。因此可以通过 Dijkstra 算法对基于广义成本下的轨道交通换乘最优路径模型进行求解。

四、模型仿真分析

以北京南站到上海同济大学为例,通过铁路运行时刻表和城市轨道交通运行表得到所有北京南站到上海的列车信息以及轨道交通的票价和发车频率。以高铁 G157 次列车为例,导入表 1 的数据,利用 Matlab 进行数据仿真。仿真参数:列车的等待时间为 2 min;地铁的发车频率为每 4 min 一列;地铁的平均速度为 75 km/h;按照相关文献调查及研究的成果将乘车时间相对重要性权值为 1,等待时间相对重要性权值为 2.1,换乘时间相对重要性权值为 2.5[13];时间成本权值系数为 0.26,票价成本权值系数为 0.43,可靠性成本权值系数为 0.31[14]。

表 1　G157 次列车信息

站名	到达时间	开车时间	等待时间/min	里程/km	票价/元
北京南	—	09:05	—	—	—
德州东	10:18	10:20	2	314	244.5
济南西	10:44	10:46	2	406	314.5
徐州东	11:49	11:51	2	692	519.0
南京南	13:05	13:08	2	1023	748.5
常州北	13:40	13:42	2	1153	828.5
苏州北	14:04	14:06	2	1237	883.5
上海虹桥	14:29	—	—	1318	933.0

通过仿真运行得到图 3。从图 3 中可以看到,黑色箭头方向即为最优路径方向。依次经历的车站分别是北京南、沧州、济南、昆山南、上海南站、人民广场、上海体育馆、徐家汇、豫园、南京东路、四川北路、海伦路、同济大学。另外,通过仿真得到从北京南站到上海同济大学的最低广义成本为 1 075 元。综合仿真结果得出,仿真求得的最优路径较为合理,没有出现重叠交叉路径,且符合实际出行的规律。可见,本文提出的基于广义成本的轨道交通最优路径模型具有收敛性以及可行性。

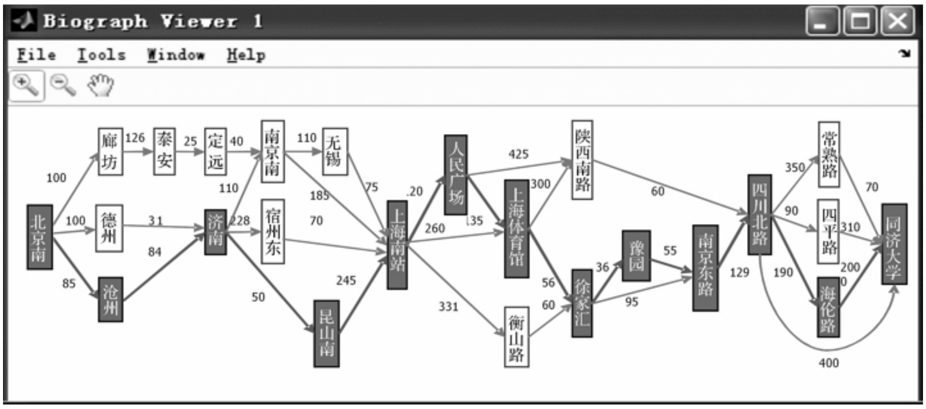

图 3　可视化的最优路径

五、结　语

本文将行为时间价值理论应用于轨道交通换乘的多目标路径优化模型,提出了基于广义成本的轨道交通换乘最优路径模型,并采用两级分层的层次模型描述轨道交通网络,有效减少搜索节点的数量,提高了 Dijkstra 算法效率。最后通过 Matlab 进行实例仿真,验证了模型和算法的可行性和收敛性。本文的研究实现了多目标之间的关系转换以及两种交通工具之间换乘的模型计算,为多目标下的轨道交通换乘最优路径模型的研究提供了一些思路和方法。

文中仅考虑了铁路接驳地铁这两种运输环境较为封闭的交通工具之间的换乘,在将来的工作中,还需对更多交通工具组合方式下的换乘进行讨论,将经典的 Dijkstra 算法进行改进,以及针对外部环境不断变化的情况下,考虑采用更加适合和高效的算法进行优化求解。

参考文献:

[1] 陈文强,吴群琪. 时间相关的运输网络最小费用路径模型及算法[J]. 铁道运输与经济,2009,31(5):11-14.

[2] Dial R B. Transit pathfinder algorithm[J]. Highway Research Record,1967,205:67-85.

[3] 杨新苗,王　炜. 基于 GIS 的公交乘客出行路径选择模

型[J]. 东南大学学报：自然科学版，2000，30(6)：87-91.
[4] 柴登峰，张登荣. 前 N 条最短路径问题的算法及应用[J]. 浙江大学学报：工学版，2002，36(5)：531-534.
[5] 姚春龙，王　昱. 基于权值设定策略的公交出行路径查询模型[J]. 计算机工程与应用，2009，45(11)：241-244.
[6] Jourquine B，Beuthe M. Transportation policy analysis with a geographic information system：the virtual network of freight transportation in Europe[J]. Transportation Research，1996，4 (6)：359-371.
[7] 余震江. 基于最短路径 Dijkstra 算法的铁路客运中转径路优化研究[D]. 重庆：重庆大学，2008.
[8] 柳晶晶. 基于多种换乘方式的公共交通路径选择模型研究[D]. 武汉：华中科技大学，2009.
[9] 白惠涛. 基于多种交通方式的城市快捷客运系统出行路径选择模型及优化方法研究[D]. 北京：北京交通大学，2007.
[10] 李春清. 城市公共交通换乘系统关键问题及评价研究[D]. 北京：北京交通大学，2008.
[11] 黄树森. 基于非集计的城市公共交通方式选择模型及灵敏度分析研究[D]. 北京：北京交通大学，2008.
[12] 张伯生. 运筹学[M]. 北京：科学出版社，2008：175-176.
[13] 王　林. 车辆导航系统中最优路径算法的研究[D]. 葫芦岛：辽宁工程技术大学，2009.
[14] 张　帅. 基于 ITS 的智能乘客信息系统研究[D]. 郑州：河北工业大学，2004.

Research on Optimal Path Mode for Rail Transit Based on Generalized Cost

LOU Jia-bin，*DONG Bao-li*，*LI Wei*，*YIN Yang-yang*
(School of Mechanical Engineering & Automation，Zhejiang Sci-Tech University，Hangzhou 310018，China)

Abstract：In allusion to the problem of multi-objective path optimization of rail transit transfer，this paper uses two-layer hierarchical model to describe rail transit network，transforms cost and time into generalized cost through behavior time value principle with minimum cost and shortest time as optimization objective in combination with factors considered by passengers in travel；establishes optimal path model for rail transit transfer based on generalized cost；optimizes the path with Dijkstra algorithm according to the characteristic of good closure of rail transit network and finally simulates the model and algorithm through Matlab，thus realizing the optimization of rail transit transfer path under multiple objectives and verifying the feasibility and convergence of the model and algorithm.

Key words：Orbital transportation；hierarchical model；generalized cost；optimal path；Dijkstra algorithm

(责任编辑：康　锋)