

由齿顶离散点反求非圆齿轮节曲线的设计方法

曹宁慧¹, 李 革¹, 徐岳平², 魏学文², 陈小亮¹, 张继钊¹, 鲍俊峰¹

(1. 浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018; 2. 浙江小精农机制造有限公司, 浙江绍兴 312300)

摘 要: 根据齿轮的齿顶曲线与节曲线的关系以及反求工程原理, 提出了一种基于齿顶离散点设计非圆齿轮副的数值计算方法。通过测量所得非圆齿轮齿顶点的坐标, 利用 MATLAB 与 Pro/E 软件中数值计算与曲线分析的功能, 确定非圆齿轮节曲线数据, 由共轭原理求解出相啮合的从动齿轮节曲线数据。该方法设计加工出的非圆齿轮副已成功应用于实践, 确保了该方法的可行性。

关键词: 离散点; 非圆齿轮; 反求; 数值计算

中图分类号: TH132 **文献标志码:** A

0 引 言

机械中许多设备都采用非圆齿轮传动, 以得到机构所需要的特殊传动比要求, 正常非圆齿轮的设计方法^[1]是先知道非圆齿轮传动的传动比变化规律, 并根据传动比确定非圆齿轮的节曲线函数, 设计非圆齿轮的结构。但是, 要对已经制造好的非圆齿轮进行测绘目前还没有一种比较方便、精确的方法, 这主要是因为非圆齿轮的节曲线是根据机器运动的特定要求设计, 其形状复杂、难以凭借肉眼直观分析出来。一般非圆齿轮通过扫描测量法或投影法就可以得到所测绘的非圆齿轮的形状和基本参数。但是, 对插秧机中旋转式二级传动的行星轮系插秧机构的非圆齿轮测绘采用以上方法就不适合。一是测量精度差; 二是对测量的误差不知道如何处理, 很小的测绘误差就会造成秧爪的运动轨迹不符合工作要求, 造成已有相关文献中提到的伤秧和分插机构的运动干涉^[2-7]。

本文提出了一种基于非圆齿轮齿顶离散点与光顺法^[8]原理相结合, 应用 Pro/E 与 MATLAB^[9]软件中曲线分析和数值计算功能反求非圆齿轮的设计方法。

1 非圆齿轮齿顶曲线求解

1.1 齿顶曲线的测绘

首先通过精度较高的三坐标测量机测量得到齿

顶的二维坐标值, 测量时以非圆齿轮回转中心为原点建立坐标系。本文测绘的非圆齿轮是插秧性能优良的日本久保田公司的 SPU-68C 型高速插秧机非圆齿轮行星系分插机构的 19 齿太阳轮, 通过测绘得到 19 个齿顶最高点的坐标值离散点。

图 1 是经过 MATLAB 软件图形显示功能显示出的被测非圆齿轮齿顶圆的坐标值显示图形。测量所得的坐标值本身包含一定的误差, 同时由于非圆齿轮使用过程中的磨损和制造误差, 容易使测量所得的坐标值分布不均匀, 造成坐标点拟合的曲线有较大的

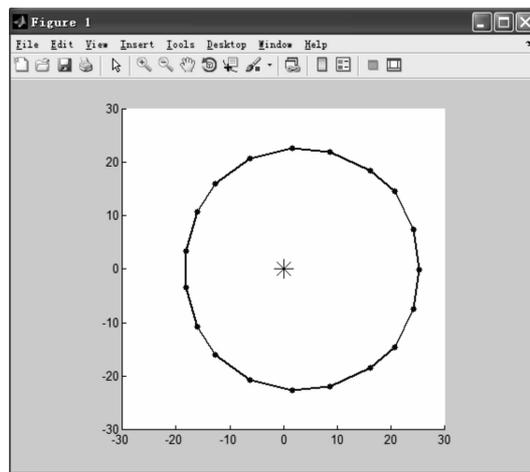


图 1 太阳轮齿顶点坐标显示

收稿日期: 2012-10-24

基金项目: 国家现代农业技术体系建设专项(111331A4C09313)

作者简介: 曹宁慧(1988-), 女, 河南新乡人, 硕士研究生, 主要从事农业机械设计的研究。

通信作者: 李 革, 电子邮箱: lige0717g@163.com

偏离,所以后续仍需要对齿顶曲线进行光滑处理。

1.2 测绘点的处理及曲线的光顺^[8]

在对非圆齿轮齿顶曲线进行光滑处理之前,要去除测绘点中的坏点。本文借助 Pro/E 软件中对曲线曲率计算的功能,对由点集形成的样条曲线各处曲率的大小来判定测量点集中的某个点是否属于坏点,如果在某一点或几点位置处的曲率有很明显的变动,则可认为该点是所测试点集中的坏点,应将其除去或进行坐标修正。

根据采用曲率大小来去除坏点的原理^[1],将测量的 19 个点输入到 Pro/E 的草绘界面中,用样条曲线将这些点依次连接,形成一条平滑的封闭曲线,利用 Pro/E 软件的曲率分析功能对这条曲线进行曲率分析,分析结果如图 2 所示。从图 2 中可明显看出在某些地方曲率有较大的变化,但是变化的幅度不大,没有出现尖点的情况,在允许的误差范围之内,即该测量坐标点接近光滑,可以用于齿顶曲线的分析。

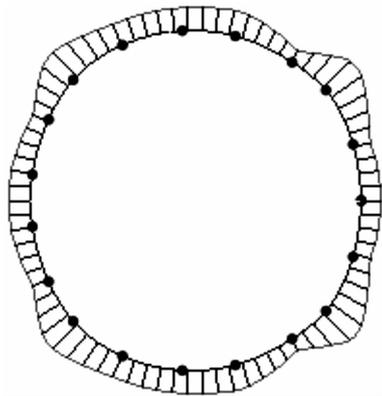


图 2 齿顶曲线曲率分析结果

为了利用测绘的齿顶曲线离散点计算齿轮的节曲线^[1]和进行轮齿的切齿^[7],运算中借助 MATLAB 软件将测绘的 19 个点用样条曲线拟合成一条光滑的曲线,并对这条曲线沿圆周做 360 个等分(或更多等分)的插值运算和光滑检测后,才能确定为被测非圆齿轮的齿顶曲线,因为由 19 个齿顶点拟合成的样条曲线可能在某些部位(如拟合初始位置)会出现内凹现象,与实际不符。

光滑检测的方法是,将对齿顶样条曲线插值后的 360 个等分点在 AutoCAD 软件中连接成光滑齿顶曲线,并输入到 Pro/E 软件的草绘界面中打开,运用其曲率分析功能对 360 个等分点构成的光滑齿顶曲线进行曲率分析,结果如图 3 所示。由图 3 可知,进行插值后点的曲率在个别点有较大的变动(图 4),该点出现在曲线构成的初始和结束位置,故

需对这些点进行修正,如将第一个点的 x 轴坐标由 25.4 改为 25.2, y 轴坐标值保持不变,修正后的曲率分析如图 5 所示,曲率较之前已有很大改善,由此确定了齿顶曲线的 360 个等分点的坐标值。

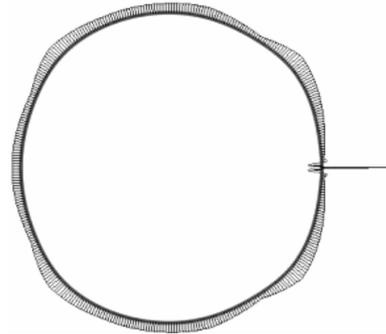


图 3 插值后齿顶曲线曲率分析

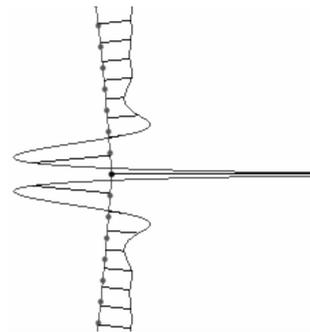


图 4 曲率突变

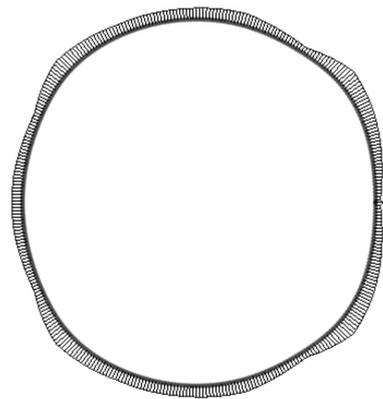


图 5 光滑后齿顶曲线曲率

2 非圆齿轮节曲线的求解

2.1 齿廓参数的确定

齿廓参数包括:模数 m , 径向间隙系数 c^* , 齿顶高系数 h_a^* , 全齿高数值 h 。

$$h = m(2h_a^* + c^*) \quad (1)$$

非圆齿轮的全齿高数值 h 可由测量得到。齿廓的其他参数可以首先初选一个模数 m 、齿顶高系数 h_a^* 及径向间隙系数 c^* 的数值,代入式(1)中计算得到全齿高数值 h ,再把计算得到的 h 值与测量得到的

h 值进行比较,如果这两个数值相等或十分相近,则可认为所选的模数 m 、齿顶高系数 h_a^* 及径向间隙系数 c^* 的数值是正确的;如果计算值与测量值差别较大,则重新选取 m 、 c^* 和 h_a^* 值,将它们的数值再次代入到式(1)中重新进行计算比较,直到计算值与测量值数值相等或相近,并由此确定非圆齿轮的模数、齿顶高系数及径向间隙系数的值。

2.2 齿轮节曲线离散点的求解

根据齿轮节曲线和齿顶曲线的关系^[1],可以认为非圆齿轮的齿顶曲线是非圆齿轮节曲线的等距曲线,两者的距离为 $L = mh_a^*$ 。当已知了非圆齿轮的齿顶曲线后,利用反求工程的原理^[12],把非圆齿轮的齿顶曲线向其回转中心平行缩小距离 L 后,即可得到一条光滑的且各点处都具有一阶和二阶导数的节曲线。

根据已有相关文献^[4-7]介绍,对由齿顶曲线平移得到的节曲线进行曲线拟合,可得到一个具有函数表达式的非圆齿轮节曲线方程,然后才能进行该非圆齿轮的共轭齿轮的节曲线和齿廓的生成。但是,按照这个原理形成的具有函数表达式的节曲线往往与测绘点之间会出现差异,并且在曲线的某些部位差异还较大。为此,本文提出了基于齿顶离散点反求非圆齿轮副的数值计算方法。该方法是把经过等分和光滑后的非圆齿轮的齿顶曲线离散点,向齿轮的内侧平移一个齿顶高的距离,得到该非圆齿轮的节曲线离散点,并以这些离散点作为齿轮节曲线的表达方式,不采用曲线拟合。从而,避免了由离散点拟合的节曲线函数确定的点与由测绘原齿顶曲线转化来的节曲线离散点之间产生误差。

图 6 为结合 MATLAB 软件,由原 19 个齿顶测

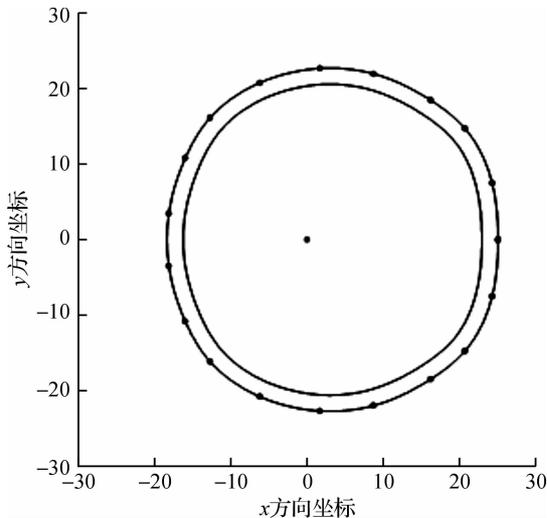


图 6 齿轮齿顶曲线与节曲线

绘点,经过 360 个等分插值点光滑处理后的齿顶曲线离散点和求解的节曲线离散点光滑连接的曲线。由图 6 可以看出,节曲线非常接近原来的齿顶曲线。

2.3 节曲线封闭条件的检验

轮齿在非圆齿轮节曲线上应该均匀分布。如果齿轮的齿数为 z ,模数为 m ,则非圆齿轮节曲线在 2π 角度内的总周长 S ,应该恰好是 z 个齿距,即满足如下条件^[1]:

$$S = pz = \pi mz \quad (2)$$

非圆齿轮的节曲线长度为:

$$l = \int_0^{\varphi_1} \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2} d\varphi_1 \quad (3)$$

由于测绘中存在误差,须对节曲线离散点生成的节曲线长度和计算得到的节距进行运算。调整齿轮模数直到齿轮的节距满足式(2)的要求为止。

2.4 非圆齿轮中心距的优化

在非圆齿轮系的测绘中,可以测得两个齿轮的中心距,但是,由于对原齿轮的测量误差和齿轮模数等参数的估计误差,完全按照测绘得出的齿轮中心距计算,会造成共轭齿轮的节曲线不闭合等现象,所以,还要进行非圆齿轮中心距的优化,优化计算流程如图 7 所示^[10]。

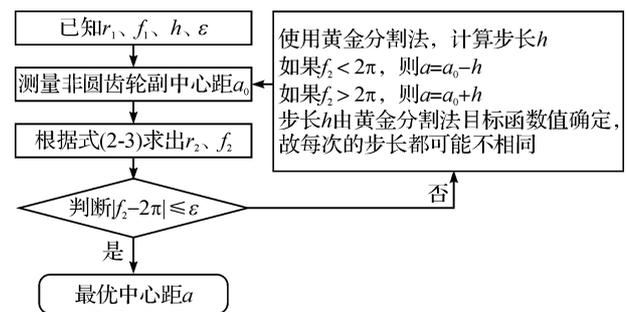


图 7 非圆齿轮中心距优化程序

2.5 共轭齿轮节曲线的求解

由于非圆齿轮的测绘涉及到原齿轮的制造误差和测绘误差,如果一对啮合的非圆齿轮的参数都经过测绘得到,往往使得这对齿轮无法正确啮合,实际中,只需要对一个非圆齿轮进行测绘,另一个齿轮通过共轭的原理生成即可。

已知齿轮副中心距 a 及非圆齿轮节曲线方程:

$$r_1 = r_1(f_1) \quad (4)$$

则传动比函数为

$$i_{12} = f(f_1) = \frac{a - r_1(f_1)}{r_1(f_1)} \quad (5)$$

求解非圆齿轮共轭齿轮的节曲线的数学模型如下:

$$r_2 = a - r_1(f_1) \quad (6)$$

$$f_2 = \int_0^{f_1} \frac{1}{i_{12}} = \int_0^{f_1} \frac{r_1(f_1)}{a - r_1(f_1)} df_1 \quad (7)$$

式中： r_1 为主动齿轮节曲线向径； f_1 为主动齿轮节曲线角位移； r_2 为共轭齿轮节曲线向径； f_2 为共轭齿轮节曲线角位移； a 为优化后的中心距。将由测绘齿顶曲线离散点得到的节曲线离散点数据带入式(4)~式(7)，采用数值计算的方法，用 MATLAB 软件的图形显示功能，可得到共轭齿轮的节曲线数据图形，如图 8、图 9 所示。

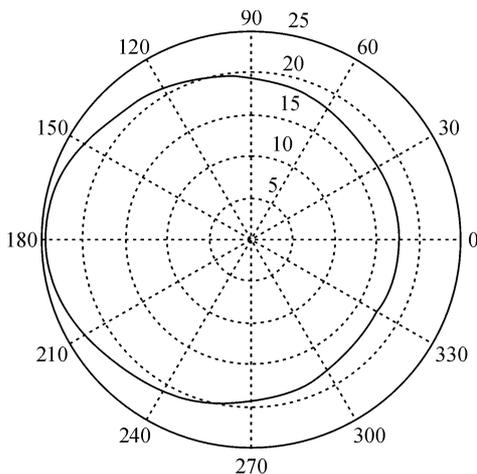


图 8 共轭非圆齿轮节曲线数据

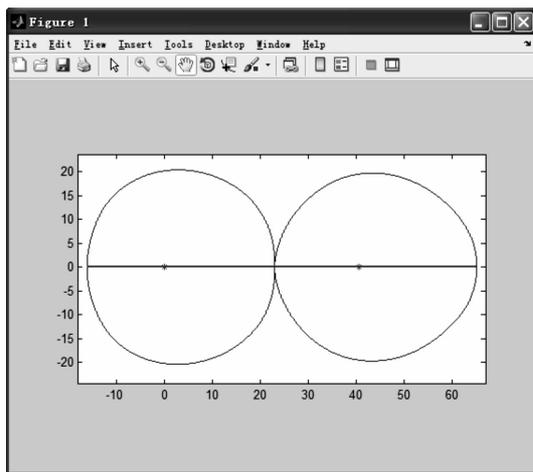


图 9 主动齿轮及共轭齿轮节曲线数据

应用包络特征的非圆齿轮齿廓的计算方法^[6]，结合 MATLAB 软件的数值运算及可编程功能，求解基于齿顶离散点的非圆齿轮齿廓数据，并成功将其运用到实际中，验证了此设计方法的可行性。

3 结论

非圆齿轮的测绘可以通过测量该齿轮的齿顶点坐标值，应用 MATLAB 和 Pro/E 软件的数值计算及曲线分析功能，根据齿轮的齿顶曲线与节曲线的关系，求解该齿轮的节曲线。节曲线可以采用函数表达式和离散点表达两种方法，采用拟合离散点求解节曲线的方法在一些很难用函数表达节曲线的场合有一定的局限性，而离散点表达方法较灵活，易于对参数进行修正处理。通过与浙江小精农机制造有限公司合作，该方法已实际运用于高速水稻插秧机分插机构的非圆齿轮设计与加工，并取得了满意的效果，验证了方法的可行性。

参考文献：

- [1] 吴序堂, 王贵海. 非圆齿轮及非匀速比传动[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- [2] 李 革, 赵 匀, 俞高红. 椭圆齿轮行星系分插机构的机理分析和计算机优化[J]. 农业工程学报, 2000, 16(4): 78-81.
- [3] 赵 匀, 俞高红, 李 革. 旋转式水稻分插机构的结构创新、参数优化和试验验证[J]. 机械设计与研究, 2002(增刊): 198-200.
- [4] 李 革, 李 辉, 杨爱茜, 等. 傅立叶节曲线非圆齿轮系分插机构运动学分析[J]. 农业工程学报, 2011, (27) 8: 126-131.
- [5] 李 革, 陈孝明, 俞高红, 等. 基于 VB 的旋转式分插机构运动干涉判别方法[J]. 农业机械学报, 2007, 38(11): 44-47.
- [6] 赵 匀. 机构数值分析与综合[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [7] 黄 鹏, 李 革, 曹宁慧. 基于节点切线平行线的非圆齿轮齿廓特征点求法[J]. 浙江理工大学学报, 2012, 29(2): 240-244.
- [8] 刘保嘉, 徐宗俊, 王巍王, 等. 曲线及曲面的光顺性研究[J]. 机械与电子学报, 2001(5): 49-52.
- [9] 张志涌, 杨祖樱. MATLAB 教程 R2010a[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2010.
- [10] 方明辉, 李 革, 赵 匀, 等. 基于 MATLAB 的非圆齿轮副齿廓算法研究[J]. 农机化研究, 2010, 8: 57-60.
- [11] 武传宇, 金玉珍, 贺磊盈. 基于包络特征的非圆齿轮齿廓计算方法研究[J]. 中国机械工程, 2008, 19(15): 1796-1799.
- [12] 高 志. 机械创新设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.

Design Method of Reverse Solution of Pitch Curve of Non-Circular Gear Based on Addendum Discrete Points

CAO Ning-hui¹, LI Ge¹, XU Yue-ping², WEI Xue-wen², CHEN Xiao-liang¹, ZHANG Ji-zhao¹, BAO Jun-feng¹

(1. School of Machinery and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China;

2. Zhejiang Xiaojing Machinery Manufacturing Co., Ltd., Shaoxing 312300, China)

Abstract: This paper puts forward a numerical calculation method of non-circular gear pair based on addendum discrete points according to the relationship between addendum curve and pitch curve of gear and reverse engineering principle; uses numerical values in MATLAB and Pro/E software to calculate the function of curve analysis through coordinates of non-circular gear addendum point measured; determines data of pitch curve of non-circular gear and obtains the data of pitch curve of mating driven gear based on conjugation principle. Non-circular gear pair designed and processed with this method has been successfully applied practically, ensuring the feasibility of this method.

Key words: discrete points; non-circular gear; reverse; numerical calculation

(责任编辑:朱松英)

(上接第 223 页)

Development of Horizontal Supercavity Generating Facility and Relevant Experimental Study

ZHOU Su-yun, SHI Hong-hui, HU Qing-qing, HU Jun-hui

(School of Machinery and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: This paper develops an experimental device launching slender body horizontally and inducing the production of supercavity; records the process of high-speed sailing in water of slender body under several different working conditions in real time by using a high-speed camera; observes the morphological development and change process of supercavity gas-liquid two-phase flow after the slender body enters water horizontally at high speed; specifically analyzes the influence of length to diameter ratio of slender body and the head shape of cavitator; calculates the speed of slender body and the change of supercavity size according to pictures recorded in real time and provides the relation curve between cavitation number and supercavity dimensionless size; and then compares models put forward by Logvinovich and Savchenko etc. The result shows that experimental data and the variation trend of model are basically consistent.

Key words: slender body; supercavity; length to diameter ratio; high-speed photography

(责任编辑:张祖尧)