浙江理工大学学报，第 29 卷，第 5 期，2012 年 9 月
Journal of Zhejiang Sci-Tech University
Vol. 29，No. 5，Sept. 2012

文章编号：1673-3851 (2012) 05-0709-05

一类三阶段供应链排序问题的近似算法

胡觉亮，查　聪，蒋义伟
（浙江理工大学理学院，杭州 310018）

摘　要：主要研究一类三阶段供应链排序问题。储存工件的仓库和工厂在不同的地点，工件加工前需要从仓库运到工厂，加工完后再运回仓库。文中分别考虑了两个模型，第一个是两辆有容量限制的同类型车和单台机；第二个是一辆车和两台平行机。目标函数是极小化最后一个工件运回仓库的时间。针对两个模型，提出了相应的近似算法并证明其最坏情况界分别为 2 和 $2+\frac{1}{2\lambda-1}$（其中 $\lambda>1$）。

关键词：供应链排序；近似算法；最坏情况界
中图分类号：O233　　　**文献标识码：**A

0　引　言

供应链管理由原料供应、产品加工、成品配送等多个阶段组成。经典排序中主要研究一个阶段（如生产排序）的最优化问题，而供应链排序是一类更为复杂的最优化问题，它不是简单地考虑每个阶段最优解的总和，由于各个阶段考虑的角度不同，各自的最优解之间会存在一定的矛盾，即不可能使每个阶段同时达到最优，因此研究供应链排序的目的是从供应商、生产商、运输商、客户等多角度考虑问题，使综合效益最优。

由于生产的一体化，排序问题不仅仅只考虑生产加工过程的排序，而是结合运输和装箱等多个阶段，考虑综合效益最大化的供应链排序问题。目前供应链管理的研究主要集中在两阶段和三阶段模型上。所谓两阶段是指原料工件的加工阶段和成品工件的运输阶段（或原料工件的运输阶段和原料工件的加工阶段）；若综合考虑原料工件的供应、原料工件的加工、成品工件的运输过程，即为供应管理中的三阶段排序模型。笔者主要研究以下一类三阶段排序问题：第一阶段，原料工件从仓库到工厂的运输过程，考虑运输工具装载工件的数量、运输的批次数和运输工具开始运输的时间；第二阶段，原料工件在机器上排序加工的过程，即经典排序问题；第三阶段，成品工件从工厂到仓库的运输过程，考虑工件运回仓库的批次数和每批工件的数量以及运输工具的返回时间。

随着供应链管理的逐渐发展，对供应链排序问题的研究也获得了新的进展。Thomas 和 Griff[1] 在 1996 年首次提出了供应链的协同、整合问题，即如何协调排序、分批和运输的决策，并要求目标函数是极小化的排序和运输成本。在供应链排序关于生产和运输两个阶段问题的研究中，文献[2]考虑工件的加工和完工后的运输问题，对于单台机加工、一辆车运输的模型给出最坏情况界为 5/3 的近似算法，在此基础上文献[3]提出了改进的算法，最坏情况界为 3/2；文献[4]研究工件在完工后，由位于机器处的具有容量限制的运输工具运送到顾客处，其中，运输工具的数量不受限制且机器与各个顾客之间的运输时间不同。运输工具每运送一趟，都会产生与该趟运送路线相关的运输费用，问题的目标是极小化最后一个工件的到达时间与总运输费用的凸和，或者所有工件到达相应顾客的时间之和与总运输费用的凸和；文献[5]研究带运输的机器排序问题，主要考虑

收稿日期：2011－12－06
基金项目：国家自然科学基金项目(11001242,11071220)；浙江省自然科学基金项目(Y6090554,Y6090175,Y6110091)
作者简介：胡觉亮(1958－)，男，浙江杭州人，教授，大学本科，主要从事组合优化与教学建模的研究。

两种类型的运输，第一种是针对需要在多台机上加工的工件而言，从一台机上运到另一台机上加工的运输，第二种是将加工完的工件运给客户或者送到仓库内存储的运输，对于这两类运输问题首先分析了问题的复杂性，然后对其中的某些特殊情形给出了近似算法；在文献[6]研究的问题中，工件在供应商那里完成第一步加工后，被送到工厂进行第二步加工，然后被运送给相应的顾客。所研究的环境是一个供应商、多个工厂与单台机，其中运输工具的数目与容量没有限制，目标是极小化总完工时间，最大延误时间或者（加权）总误工工件个数。

目前，研究供应链管理中三阶段排序问题的文献非常有限，待研究的空间也很大。文献[7]研究了原材料工件与成品工件的加工和运输，目标函数是极小化最后一个成品工件运回仓库的时间。文献[8]讨论将原料供应、加工排序和产品运输相结合的树状供应链模型。文献[9]中研究一辆车在供应商与工厂间运输工件、单台机在工厂内加工、另一辆车在工厂与客户之间运输的三阶段排序模型。笔者主要研究工件的加工和配送模型。在此模型中，所有原料工件都存储在仓库内，需要具有容量限制的运输工具将它们分批运到工厂加工，待工件加工完再运回原仓库内，即原料工件的运输、加工、成品工件的运输三阶段排序问题。

对于一个离线算法，用最坏情况界 ρ 来衡量算法的性能。$C^A(I)$ 和 $C^*(I)$ 分别表示对实例 I，算法 A 得到的目标函数值和最优解的目标函数值，则近似算法 A 的最坏情况界 ρ^A 可定义为 $\rho^A=\inf\{\rho \mid \frac{C^A(I)}{C^*(I)} \leqslant \rho, \forall I\}$。在不混淆的情况下，可以将 $C^A(I)$ 和 $C^*(I)$ 简记为 C^A 和 C^*。

笔者主要研究两个三阶段排序模型，即 $1 \leftrightarrow D \mid v=2, c_1=K_1, c_2=K_2 \mid C_{\max}$ 和 $P_2 \leftrightarrow D \mid v=1, c_1=K_1, c_2=K_2 \mid C_{\max}$，给出了相应的近似算法并证明了其最坏情况界分别为 2 和 $2+\frac{1}{2\lambda-1}$（其中 $\lambda>1$）。

1 问题的描述及相关性质

从生产商的角度考虑，由于受场地资源的限制，储存原料工件与成品工件的仓库在一个场地，而加工工件的工厂在另一个场地。仓库内有 n 个工件，记 $J=\{J_1, J_2, \cdots, J_n\}$。首先考虑两辆同类型车（即车的最大负载相同）将原料从仓库运到工厂内单台机上加工，此后，运输工具可以选择返回仓库继续运原料工件，也可以等待原料工件加工，待工件加工完将成品工件运回仓库，再运原料工件，如此重复，直到所有原料工件全部运到工厂加工并且所有成品工件运回仓库存储；然后考虑单辆车将原料工件运到工厂内的平行机上加工的模型。设运输工具往返于仓库和工厂间的时间 $T=2t(t>0)$，运输工具运原料工件的最大负载为 $K_1>0$，成品工件的最大负载为 $K_2>0$。零时刻时，运输工具均停在仓库内，目标函数是极小化最后一个成品工件运回仓库的时间。为了方便研究，假设整个流程中遵循先运到工厂的工件先加工，先加工完的工件先运回的原则。下面根据运输工具和机器数量的限制分别研究以下模型：a）当生产商提供两辆同类型车和单台机时，可表示为：$1 \leftrightarrow D \mid v=2, c_1=K_1, c_2=K_2 \mid C_{\max}$；b）当生产商提供一辆车和两台平行机时，可表示为：$P_2 \leftrightarrow D \mid v=1, c_1=K_1, c_2=K_2 \mid C_{\max}$。

对以上两个模型，假设：① 工件在机器上加工是不可中断的；② 忽略运输工具装载和卸载工件的时间；③ 假设 $K_1 \geqslant K_2$（易知 $K_1<K_2$ 与 $K_1>K_2$ 是对等问题）。

本文用到的符号定义如下：

n：仓库内所有原料工件的个数；

J_i：第 i 个加工的工件；

p_i：第 i 个工件的加工时间；

t：运输工具从仓库到工厂（或从工厂到仓库）的运输时间；

T：运输工具往返仓库和工厂间一趟的时间，即 $T=2t$；

K_1：运输工具装载原料工件的最大负载；

K_2：运输工具装载成品工件的最大负载；

q_1：运输工具将载原料工件全部运完的最小批次数；

q_2：运输工具将成品工件全部运完的最小批次数；

μ_1：运输工具在最后一个批次中运载原料工件的个数；

μ_2：运输工具在最后一个批次中运载成品工件的个数；

B_i：第 i 个批次；

X_i：批次 B_i 的负载（即批次中所有工件的加工时间之和）；

C_i^*：第 i 个模型的最优解；

C^{H_i}：算法 H_i 得到的目标数值。

根据 n、q_1、q_2、K_1、K_2、μ_1、μ_2 的定义，它们满足

以下关系：

①$q_1 = \left\lceil \frac{n}{K_1} \right\rceil$；②$q_2 = \left\lceil \frac{n}{K_2} \right\rceil$；

③$n = (q_1 - 1)K_1 + \mu_1 = (q_2 - 1)K_2 + \mu_2$，其中 $\mu_1 \in (0, K_1]$，$\mu_2 \in (0, K_2]$。

引理 1.1[10]　对所考虑的问题，其最优排序具有如下性质：

a) 如果工件 J_j 在工件 J_k 之前加工，则原料工件 J_j 从工厂运出的时间和运回仓库的时间均不会迟于原料工件 J_k；

b) 对于原料工件，前 $q_1 - 1$ 个批次均满载，最后一个批次运 μ_1 个；对于成品工件，第一个批次运 μ_2 个，后 $q_2 - 1$ 个批次满载；

c) 当工厂内有工件时，机器不空闲；

d) 当运输工具从工厂回到仓库后，只要还有原料工件需要运输，则立即卸下成品工件并装上原料工件，然后运往工厂。

2　模型一的近似算法

Li 和 Ou[10] 首先对两种特殊情形给出最优算法，然后就一般情形提出相应地近似算法，并证明算法的最坏情况界。模型一在文献[10] 的基础上增加了一辆车的运输工具，并给出了近似算法 H_1。下面是算法 H_1 的具体描述。

算法 H_1：

Step 1：将所有工件按加工时间非增的顺序排列，即 $p_1 \geqslant p_2 \geqslant \cdots \geqslant p_n$，创建 q_2 个批次，记为 $B_1, B_2, \cdots, B_{q_2}$。设每个批次的初始负载为 $X_1 = X_2 = \cdots = X_{q_2} = 0$。

Step 2：当 $j = 1, 2, \cdots, n$ 时，将工件 J_j 放到第 B_k 批次中，其中 $k = arg \min\limits_{i=1,2,\cdots,q_2} \{X_i \mid B_i \text{不满载时}\}$，且 $X_k = X_k + p_j$，若 $j = n$，则转到 Step 3，否则返回 Step 2。

Step 3：当每个工件都放入批次后，将 q_2 个批次按负载非减的顺序排列，记为 $X_{\pi(1)} \leqslant X_{\pi(2)} \leqslant \cdots \leqslant X_{\pi(q_2)}$，其中 $(\pi(1), \pi(2), \cdots, \pi(q_2))$ 为 $(1, 2, \cdots, q_2)$ 的一个排序。用 $P_1^1, P_2^1, \cdots, P_{q_2}^1$ 分别表示 $X_{\pi(1)}, X_{\pi(2)}, \cdots, X_{\pi(q_2)}$ 在上述步骤中的最终负载，且记 $P_{q_2+1}^1 = +\infty$，则有 $P_1^1 \leqslant P_2^1 \leqslant \cdots \leqslant P_{q_2}^1 \leqslant P_{q_2+1}^1$。

Step 4：将奇数批次工件放在编号为 A 的车上运输，将偶数批次的工件放在编号为 B 的车上运输。若对应运输批次的工件加工完，则运输工具将成品工件运回仓库，否则直接回仓库继续运输原料工件。

Step 5：根据 Step 4 中的顺序加工工件，由文献[10] 中 3.1 节中的方法可得到一个最优排序。

Step 6：若 $q_2 \leqslant 2$，根据文献[10] 中 3.2 节中的方法求出一个新的最优解。如果此时的目标函数值大于 Step 5 中的目标函数，则用这个目标函数值取代 Step 5 中的目标函数值。

引理 2.1　对于模型一，其最优解满足

$$C_1^* \geqslant \max\left\{2t + \sum_{i=1}^{q_2} P_i^1, q_2 t\right\}$$

证明：因为两辆车往返的趟数至少为 q_2，则有 $C_1^* \geqslant 2t \frac{q_2}{2} = q_2 t$；另一方面，加工完所有工件需要的时间至少为 $\sum\limits_{i=1}^{q_2} P_i^1$，再加上运输工具往返一趟的时间为 $T = 2t$，即 $C_1^* \geqslant 2t + \sum\limits_{i=1}^{q_2} P_i^1$，故有 $C_1^* \geqslant \max\left\{2t + \sum\limits_{i=1}^{q_2} P_i^1, q_2 t\right\}$。

定理 2.2　当工件按算法 H_1 进行运输和加工时，有 $\frac{C^{H_1}}{C_1^*} \leqslant 2$

证明：根据算法所分批次的加工时间，分以下 4 种情况证明。

情况 1：$P_i^1 \leqslant 2t$，且 $P_1^1 + P_2^1 \geqslant 2t$，其中 $i = 1, 2, \cdots, q_2$。易知 $C^{H_1} = \sum\limits_{i=1}^{q_2} P_i^1 + 2t$，则

$$\frac{C^{H_1}}{C_1^*} \leqslant \frac{\sum\limits_{i=1}^{q_2} P_i^1 + 2t}{\max\left\{2t + \sum\limits_{i=1}^{q_2} P_i^1, 2t \frac{q_2}{2}\right\}} \leqslant 1。$$

情况 2：$P_i^1 \leqslant 2t$，且 $\begin{cases} P_1^1 + P_2^1 \leqslant 2t \\ P_{q_2-1}^1 + P_{q_2}^1 \geqslant 2t \end{cases}$，此时找到一个偶数 ξ，使得 $\xi = \min\{i \mid P_i^1 + P_{i+1}^1 \geqslant 2t\}$，则有 $C^{H_1} = 2t\xi + \sum\limits_{i=\xi-1}^{q_2} P_{q_2}^1$，故

$$\frac{C^{H_1}}{C_1^*} \leqslant \frac{t\xi + \sum\limits_{i=\xi-1}^{q_2} P_i^1}{\max\left\{2t + \sum\limits_{i=1}^{q_2} P_i^1, 2t \frac{q_2}{2}\right\}} \leqslant$$

$$\frac{2t + \sum\limits_{i=\xi-1}^{q_2} P_i^1}{2t + \sum\limits_{i=1}^{q_2} P_i^1} + \frac{(\xi - 2)t}{q_2 t} \leqslant 2。$$

情况 3：$P_i^1 \leqslant 2t$，且 $P_{q_2-1}^1 + P_{q_2}^1 \leqslant 2t$。若 q_2 为偶数，则

有 $C^{H_1}=2t\dfrac{q_2}{2}=q_2t$，故$\dfrac{C^{H_1}}{C_1^*}\leqslant\dfrac{q_2t}{\max\left\{2t+\sum\limits_{i=1}^{q_2}P_i^1,2t\dfrac{q_2}{2}\right\}}\leqslant 1$。

若 q_2 为奇数时，则有 $C^{H_1}=2t\dfrac{q_2-1}{2}+2t+P_{q_2}^1=(q_2+1)t+P_{q_2}^1$，因此

$$\frac{C^{H_1}}{C_1^*}\leqslant\frac{(q_2+1)t+P_{q_2}^1}{\max\left\{2t+\sum\limits_{i=1}^{q_2}P_i^1,2t\dfrac{q_2}{2}\right\}}\leqslant\frac{(q_2+2)t}{q_2t}=1+\frac{2}{q_2}\leqslant1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}。$$

情况 4：$P_i^1\geqslant 2t$。则有 $C^{H_1}=2t+\sum\limits_{i=1}^{q_2}P_i^1$，由此可得

$$\frac{C^{H_1}}{C_1^*}\leqslant\frac{2t+\sum\limits_{i=1}^{q_2}P_i^1}{\max\left\{2t+\sum\limits_{i=1}^{q_2}P_i^1,2t\dfrac{q_2}{2}\right\}}\leqslant 1。$$

综合上述 4 种情况可知，不等式$\dfrac{C^{H_1}}{C_1^*}\leqslant 2$ 成立。

3 模型二的近似算法

本节在文献[11]的前提下，考虑工件在两台平行机上加工的模型，给出近似算法，并证明了 $2+\dfrac{1}{2\lambda-1}$ 的最坏情况界，λ 是算法中安排在机器 M_2 上最后一批加工时间与 M_2 上所有加工时间之比。

算法 H_2：

Step 1：将所有工件按加工时间递减的顺序排列 $p_1\geqslant p_2\geqslant\cdots\geqslant p_n$，创建 $2q_2$ 个空的批次，记 $B_1,B_2,\cdots,B_{2q_2}$，即每个批次的初始负载为 $X_1=X_2=\cdots=X_{2q_2}=0$

Step 2：对于任意工件 J_j；

(2.1) 当 $j=1,3,\cdots,2a-1$ 时（其中 $a=\dfrac{(n+1)}{2}$ 或 $a=\dfrac{n}{2}$），即排序后下标为奇数的工件，将工件 J_j 安排到批次 B_k 中，其中

$k=\arg\min\limits_{i=1,2,\cdots,q_2}\{X_i\mid B_i$ 的负载小于$\dfrac{K_2}{2}$ 时$\}$，且 $X_k=X_k+p_j$，若 $j=2a-1$，则转到(2.2)；否则返回(2.1)。

(2.2) 当 $j=2,4,\cdots,2a$ 时，将工件 J_j 放到工件 J_{j-1} 对应的批次 B_{q_2+k}（其中 $k=1,2,\cdots,q_2$）中，即若工件 J_{j-1} 放在批次 B_k 中，则工件 J_j 放在批次 B_{q_2+k} 中。若 $j=2a$，则转到 Step 3；否则返回(2.2)。

Step 3：对于任意工件 J_j；

(3.1) 将前 q_2 个批次按负载递增的顺序排列，有 $X_{\pi(1)}\leqslant X_{\pi(3)}\leqslant\cdots\leqslant X_{\pi(2q_2-1)}$，其中 $(\pi(1),\pi(2),\cdots,\pi(2q_2-1))$ 是 $(1,2,\cdots,q_2)$ 的一个排序；

(3.2) 相应地，后 q_2 个批次的工件按负载递增的顺序排序，有 $X_{\pi(2)}\leqslant X_{\pi(4)}\leqslant\cdots\leqslant X_{\pi(2q_2)}$；用 $P_1^2,P_2^2,\cdots,P_{2q_2}^2$ 分别表示 $X_{\pi(1)},X_{\pi(3)},\cdots,X_{\pi(2q_2-1)}$ 在上述步骤中的最终负载，且记 $P_{2q_2+1}^2=+\infty$。

Step 4：找到满足条件的 ξ，使得 $\xi=\min\{i\mid P_{2i-1}^2\geqslant 2t\}$，将工件 P_1^2 与 P_2^2、P_3^2 与 P_4^2，…，$P_{2q_2-1}^2$ 与 $P_{2q_2}^2$ 分别作为一个批次，由车从仓库运往工厂加工，加工完后再作为同一批次运回仓库。在两台平行机上加工时，将 $P_1^2,P_3^2,\cdots,P_{2q_2-1}^2$ 放在机器 M_1 上加工，$P_2^2,P_4^2,\cdots,P_{2q_2}^2$ 放在机器 M_2 上加工，且每个批次中，工件按 LPT 算法加工。

Step 5：根据 Step 4 中的顺序加工工件，由文献[10]中 3.1 节中的方法可得到一个最优排序。

Step 6：若 $q_2\leqslant 2$，根据文献[10]中 3.2 节中方法求出一个新的最优解。如果此时的目标函数值大于 Step 5 中的目标函数，则用这个目标函数值取代 Step 5 中的目标函数值。

引理 3.1 对于该模型，其最优解满足：

$$C_2^*\geqslant\max\left\{2t+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2q_2}P_i^2,q_2t\right\}。$$

证明：因为单辆车往返的趟数至少为 q_2，有 $C_2^*\geqslant 2tq_2$。另外，当所有工件刚好能够均衡地安排在两台机上加工时，其完工时间为 $\dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{2q_2}P_i^2$，即 $C_2^*\geqslant 2t+\dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{2q_2}P_i^2$，因此可得 $C_2^*\geqslant\max\left\{2t+\dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{2q_2}P_i^2,q_2t\right\}$。

定理 3.2 当工件按算法 H_2 进行运输和加工时，$\dfrac{C^{H_1}}{C_2^*}\leqslant 2+\dfrac{1}{2\lambda-1}$。

证明：由算法 H_2，记 $A=\sum\limits_{i=1}^{q_2}P_{2i}^2$，$A_1=\sum\limits_{i=\xi}^{q_2}P_{2i}^2$，$B=\sum\limits_{i=1}^{q_2}P_{2i-1}^2$，

$$\frac{C^{H_1}}{C_2^*}=\frac{2\xi t+\sum\limits_{i=\xi}^{q_2}P_{2i}^2}{\max\left\{2q_2t,2t+\dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{2q_2}P_i^2\right\}}=\frac{2\xi t+A_1}{\max\{2q_2t,2t+\dfrac{1}{2}(A+B)\}}\leqslant$$

$$\frac{2\xi t}{2q_2 t}+\frac{A_1}{2t+\frac{1}{2}(A+B)}\leqslant$$

$$1+\frac{2A_1}{4t+A+B}\leqslant 1+\frac{2A}{A+B}=1+\frac{2}{1+\frac{B}{A}}。$$

由算法 H_2 的设计可知，$A\geqslant B\geqslant A-P_{2q_2}^2$，结合 $A=\lambda P_{2q_2}^2$。则

$$\frac{C^{H_1}}{C_2^*}\leqslant 1+\frac{2}{1+\frac{A-P_{2q_2}^2}{A}}=1+\frac{2}{2-\frac{P_{2q_2}^2}{A}}=$$

$$1+\frac{2}{2-\frac{1}{\lambda}}=2+\frac{1}{2\lambda-1}。$$

4　结　语

笔者主要研究供应链管理中的三阶段排序问题，工件在加工过程中不可中断，目标函数是极小化最后一个成品工件运回仓库的时间。当生产商提供两辆车和单台机时，给出了最坏情况界为 2 的近似算法；当生产商提供单辆车和两台平行机时，给出了最坏情况界为 $2+\frac{1}{2\lambda-1}$ 的近似算法，其中 $\lambda>1$。

参考文献：

[1] Thomas D J，Griffin P M. Coordinated supply chain management[J]. European Journal of Operations Research，1996，94：1-15.

[2] Lu L，Chen Y，Yuan J. Single machine scheduling and job delivery to minimize makespan with the processing times of jobs being proportional to their sizes[J]. OR Transactions，2007，1：19-22.

[3] Zhong W，Dosa G，Tan Z. On the machine scheduling problem with job delivery coordination[J]. European Journal of Operational Research，2007，182：1057-1072.

[4] Chen Z L，Vairaktarakis G L. Integrated scheduling of production and distribution operations[J]. Management Science，2005，51(4)：614-628.

[5] Lee C Y，Chen Z L. Machine scheduling with transportation considerations[J]. Journal of Scheduling，2001，4：3-24.

[6] van den Akker M，Hoogeveen H，Vakhania N. Restarts can help in the on-line minimization of the maximum delivery time on a single machine[J]. Journal of Scheduling，2000，3：333-341.

[7] Chang Y C，Lee C Y. Machine scheduling with job delivery coordination[J]. European Journal of Operational Research，2004，158：470-487.

[8] Hall N G，Potts C N. Supply chain scheduling：batching and delivery[J]. Operations Research，2003，51(4)：566-584.

[9] Pundoor G，Chen Z L. Scheduling a production-distribution system to optimize the tradeoff between delivery tardiness and distribution cost[J]. Naval Research Logistics，2005，52：571-589.

[10] Li C L，Ou J. Machine scheduling with pickup and delivery[J]. Naval Research Logistics，2005，52：17-30.

[11] Chang Y C，Lee C Y. Machine scheduling with job delivery coordination[J]. European Journal of Operational Research，2004，158：470-487.

Approximation Algorithms for a Three-Stage Supply Chain Scheduling Problem

HU Jue-liang，*ZHA Cong*，*JIANG Yi-wei*

(School of Sciences，Zhejiang Sci-Tech University，Hangzhou 310018，China)

Abstract：In this paper，we study a three-stage supply chain scheduling problem. The warehouse that stores all materials and finished jobs，as well as the machines that process the jobs are located at different places. The jobs travel between the factory and warehouse. The paper mainly considers two models：one involves two vehicles and a single machine；the other involves a vehicle and two parallel machines. The objective is to minimize the makespan of the schedule，i. e. ，the period within which all jobs are transported back to the warehouse after processing. For both models，we present algorithms and show that their worst-case ratios are 2 and $2+\frac{1}{2\lambda\text{-}1}$ $(\lambda>1)$，respectively.

Key words：supply chain scheduling；approximation algorithm；worst-case ratio

(责任编辑：马春晓)