

基于傅里叶级数的织物成结褶皱模拟研究

毛珍丽, 金学波

(浙江理工大学信息学院, 杭州 310018)

摘 要: 在织物的计算机辅助设计中, 织物褶皱的模拟一直是一个重要的研究内容。以包袱皮为研究案例, 提出了一种新的基于傅里叶级数的织物成结褶皱的实现方法, 应用傅里叶级数建立的数理图形, 对织物图像进行处理, 实现具有节奏感和韵律美的织物成结褶皱。实验结果表明, 该方法将褶皱的元素融入织物的细节中, 能有效地表现包袱皮的褶皱现象, 增加织物的审美感。

关键词: 计算机辅助设计; 织物模拟; 傅里叶级数; 褶皱; 包袱皮

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A

0 引 言

随着计算机的迅速普及, 越来越多的人开始研究织物模拟方法。织物模拟的应用领域极其广泛, 本文着重探讨包袱皮的褶皱模拟方法。包袱皮是一种用以包裹衣物的布, 是“少用塑料袋”运动的最佳替代品, 对环保有利。但是, 包袱皮尚没有普及到现代日常生活中去, 越来越多的设计师致力于设计精美的包袱皮图案, 希望有助于包袱布的普及应用。而计算机辅助设计方法无疑会在设计效果和设计成本方面为包袱皮的推广带来良好的商业利益。在设计方面, 从平面到立体效果及预期的立体包裹图之间的对应关系是保证包袱皮艺术感的重要因素, 尤其是褶皱的介入可以使平面的图形呈现立体跳跃感, 使人们产生造型上的视觉效果和丰富的联想, 如图 1 所示的包袱皮褶皱效果。因此, 关于织物成结褶

皱的计算机模拟方法具有及其重要的意义。

在计算机织物褶皱模拟技术方面, 目前比较经典的就是弹性体模型和粒子系统模型(弹簧-质点模型)^[1]。弹性体模型是通过分析传统弹性力学参数(杨氏模量、泊松比等), 得到柔性效果的力学模型。但织物具有小应变、大变形的特点, 若利用弹性体模型则只能进行窗帘悬挂和红旗飘动等较为简单的仿真模拟, 对于现时研究的包袱皮褶皱设计并不适合。

同样, 弹簧-质点模型^[2-3]是分析织物的物理属性(如弹性、质量等), 与微分方程相结合, 运用牛顿运动定律, 建立质点运动的物理模型。但其具有超弹性, 会造成较大的失真。

除上述方法外, 近几年一些图形学家也提出了基于有限元和有限体积元模型。有限元模型和有限体积元模型在理论推导和力学基础方面都有严格的理论体系, 其就是进行单元分析后对整体结构再进行综合分析。因此其适用于以力学分析为主的模拟。但由于该模型高度的复杂性, 计算量太庞大, 耗时较多, 有一定的延迟, 不能满足实时性的要求, 且目前刚处于初级阶段, 研究较少, 并不适合研究织物成结褶皱。包袱皮的成结褶皱效果是由外力的拉伸、揉压所成, 此时利用傅里叶级数的原理和方法使



图 1 包袱皮的褶皱效果

画面充满了和谐与美感,包袱皮的包裹褶皱视觉效果,在电脑里能轻易实现^[4-5]。

1 三角函数形式的傅里叶级数的原理

由傅里叶级数的定义^[6] 知,依赖于三角函数组的正交性,任何周期函数 $f(t)$ 都可由正弦函数和余弦函数的线性组合来表示,其周期为 T ,频率为 $f = \frac{1}{T}$,角频率为 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 。傅里叶级数展开式为:

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t) + a_2 \cos(2\omega t) + \\ &\quad b_2 \sin(2\omega t) + \cdots + a_n \cos(n \omega t) + b_n \sin(n \omega t) + \\ &\quad \cdots = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n \omega t) + b_n \sin(n \omega t)] \end{aligned} \tag{1}$$

式(1)中 n 为正整数,各次谐波系数 a_0 、 a_n 、 b_n 分别为:

直流分量:
$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \tag{2}$$

余弦分量的幅度:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n \omega t) dt \quad (n = 0, 1, 2, \cdots) \tag{3}$$

正弦分量的幅度:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(n \omega t) dt \quad (n = 0, 1, 2, \cdots) \tag{4}$$

如果公式中的积分都存在,则将其代入式(1) 右端,所得的三角函数即为函数 $f(t)$ 的傅里叶级数。傅里叶级数具有谐波性和收敛性,其含有 4 种对称:

偶函数: $f(t) = f(-t)$;

奇函数: $f(t) = -f(-t)$;

半周期重叠对称: $f(t) = f(t \pm \frac{T}{2})$;

奇谐函数:半周期镜像对称

$$f(t) = -f(t \pm \frac{T}{2})。$$

利用傅里叶级数的对称性,将其绝对值化,下半坐标翻上得到规律的曲线图像,如图 2(a) 为一阶傅里叶级数,图 2(b) 为一阶傅里叶级数绝对值化后所得图像。利用三角函数不同的频谱振幅叠加,得到规则多变的曲线图像。图 3(a) 为五阶的傅立叶函数,叠加后的三角函数幅值为 $-1 \sim 1$, $n = 1 \sim 5$ 的图像;图 3(b) 为五阶的傅立叶级数的绝对值效果图,三角函数的幅值 $0 \sim 1$, $n = 1 \sim 5$ 。由图 3(a)、图 3(b) 对比可看出,绝对值前后的波浪都是凹凸有致,形状自然。为此,本文利用这两种傅里叶级数分别对织物图像进行处理,并对两种处理方法进行比较选择。

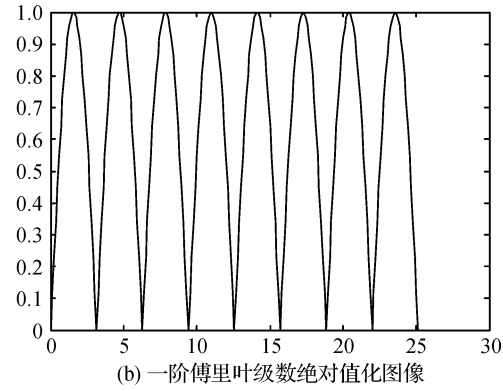
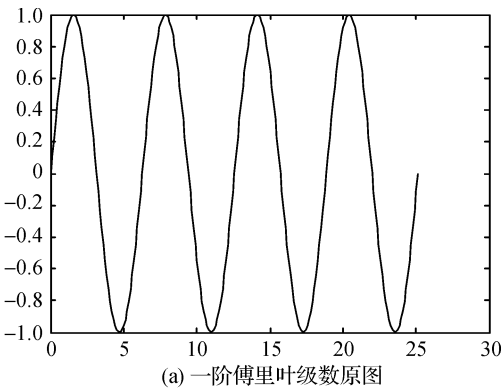


图 2 一阶傅里叶级数

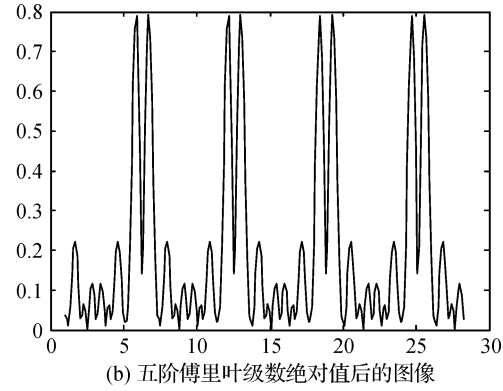
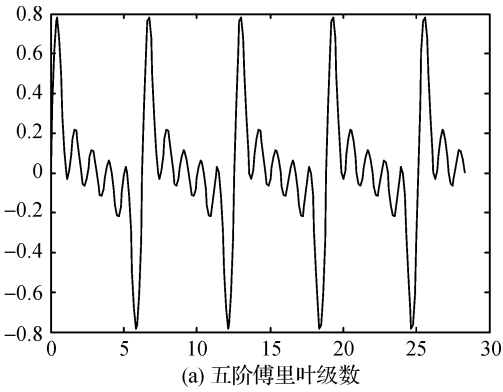


图 3 五阶傅里叶级数

2 利用傅里叶级数对褶皱的绘制

由于三角函数的周期性、谐波性和收敛性,可将其形状看成反复的高低起伏的褶皱^[7],随着谐波次

数的增大,谐波分量的振幅就减小,直至次数无限大时,振幅无限小,至最后趋于平滑,使形成的褶皱在视觉上能够出现中间紧凑而两边逐渐放缓的效果。因为三角函数的阈值为 $-1\sim 1$ 之间,作用于布匹产生的效果即为接近于1时发白为亮色,接近于0时为暗色,小于0时为全暗,使布匹在循序地在这忽明忽暗中形成褶皱。同时由于三角函数的幅度可由参数 a_n, b_n 改变,周期大小可由参数 n 改变,为此可以利用 a_n, b_n 改变幅度大小,利用 n 改变周期大小,使波浪幅度、跨度产生变化,得到节奏感和韵律感很强的褶皱图像^[8]。

2.1 一阶三角函数绘制的褶皱

周期的选择十分重要,若太小则会看不清褶皱图像。以 $f(t) = a_n \sin(n\omega t)$ 为例,此时设置三角函数不随行阵的改变而改变,在不改变其幅度 a_n 、周期 $\frac{2\pi}{n}$,即幅度 $a_n = 1, n = 1$,周期为 2π 时,得到完全平铺的重复变化的褶皱图像。如图4所示,粗看之下并不能看清褶皱的显现。改变其幅度 $a_n = 0.9, n = 0.1$ 周期 $\frac{2\pi}{0.1} = 20\pi$ 后得到的新的褶皱图像,如图5所示。

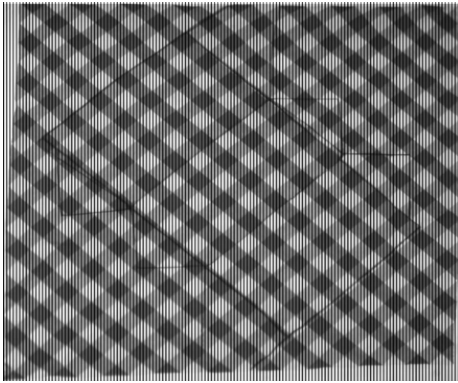


图4 不改变幅度周期的褶皱图像

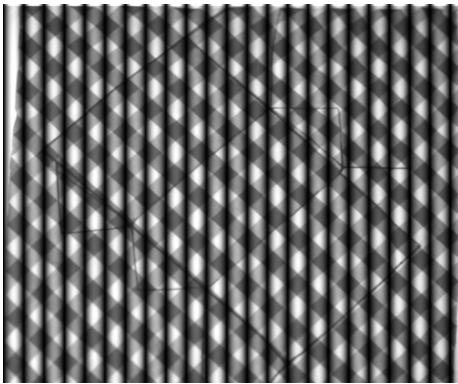


图5 改变幅度周期后的褶皱图像

此时便能很明显地看出褶皱,上下高低凹凸起伏,平整、规律。但褶皱的模拟并不逼真,因为真实的包袱皮所叠出的褶皱上紧下松,其所表现出来的褶皱也具有一定的随机性,并不能象图5所示那样出现如此平整、规律完美的褶皱。

2.2 多阶三角函数绘制的褶皱

多阶的三角函数 $f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$ 利用 a_0, a_n, b_n 而得到不同的三角函数,从而使褶皱有更多的上下高低起伏与波浪。这里可以利用随机函数rand取得 a_0, a_n, b_n 三个随机数值。通过rand函数产生的是0到1(不包括1)的伪随机数,使得加在三角函数上后不会使其产生都大于1的数。这就能保证布匹图像不会在三角函数的作用下得到全白的没有褶皱的图像,而是能很好地显示布匹的褶皱效果。

在每行以及每列上,循序改变 n 值,使褶皱在行上从上到下、在列上由中间向两边逐步将每个周期的三角函数的跨度增加一点点。既不会使其显得改变突兀,也不会使其形状上看似刻意,显得不自然。从上到下,从中间向两边一点点扩大,更能充分显示包袱皮包裹时产生的自然褶皱。

但如前所述,若将整个三角函数都施加于图像时,就会有半个周期全部显暗,这对于褶皱来说缝隙太大,显得不自然。本文采用了两种方法:a)对三角函数不采取任何处理,取全部周期;b)对三角函数进行绝对值化

2.2.1 整个周期的三角函数

将整个三角函数均作用于图像,只对作用于图像后所产生的大缝隙褶皱进行处理,使之自然、完美。此时,可以利用循环,将小于等于0的像素全部去除,同时两边的大于的褶皱图像向中间移动,达到自然的褶皱图像。

一阶图像如图6所示,两边褶皱向中间聚集,褶皱自然。多阶函数因函数阶数的叠加,峰值接近1的多且近,小于0的虽少了但都大于0且接近于0,而像素没有被去除。因此,显示时趋于1的部分越来越亮,趋于0的部分越发多了且显暗了。如图7所示,其所显示的褶皱已不是十分自然美观。虽可对亮点及暗处进行处理,但个别处理已不易,且效果易不佳,故综合分析后本文不用该方法来得到织物成结褶皱。

2.2.2 三角函数绝对值化

将三角函数绝对值后,小于0的数将全部翻转

得到大于 0 的数,这样就不会有大量的褶皱缝隙存在,也能产生完美的褶皱。一阶如图 8 所示,虽过于平滑,但也显自然,此时也可再多几阶,并对其亮点暗点进行处理,得到多阶绝对值化后的褶皱图像,如图 9 所示。褶皱凹凸明显,平滑自然,能充分显示包袱皮包裹时产生的褶皱现象。

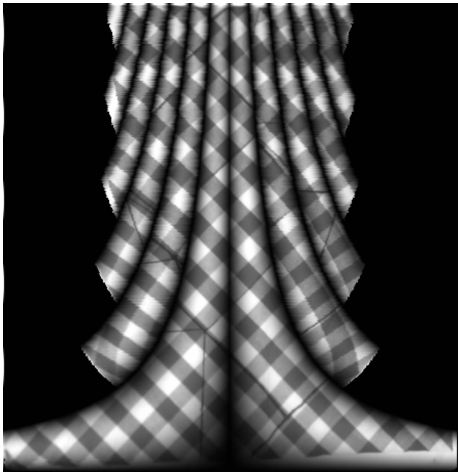


图 6 一阶整个周期的褶皱



图 7 多阶整个周期的褶皱

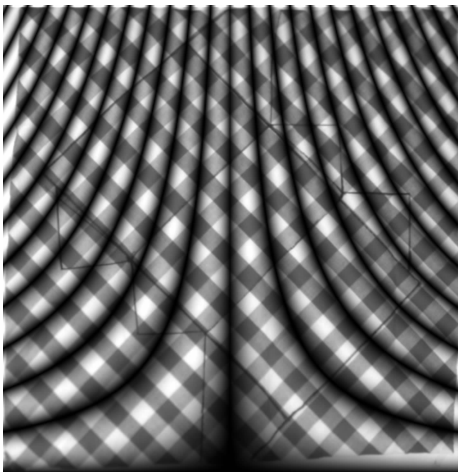


图 8 一阶绝对值化后的褶皱

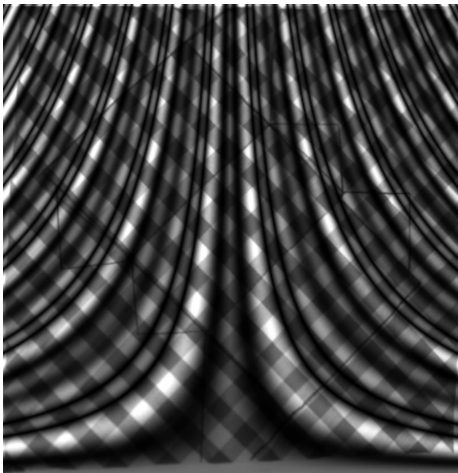


图 9 多阶绝对值化的褶皱

3 仿真成形结果

根据上小节提出的褶皱模拟算法作用于包袱皮形成包袱皮的褶皱。利用实验研究中所用的格子布产生成结褶皱图像,如图 10 所示。由图 10(a)、图 10(b)图模拟出的效果图与实际包裹图对比可看出,模拟效果较好,有一定的真实感。

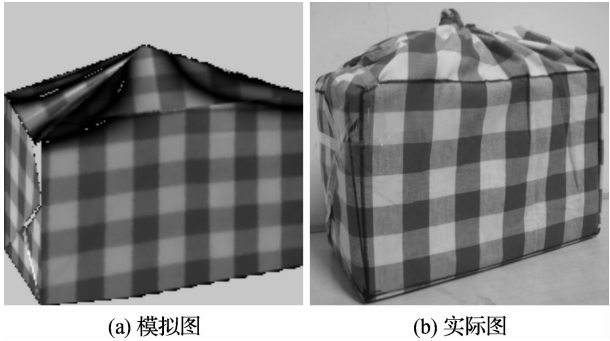


图 10 实验布匹的褶皱模拟效果

基于上述模拟效果,利用所研究的褶皱模拟算法对另一块方形布匹进行包袱皮的模拟,如图 11 所



图 11 方巾平摊图

示为平面平摊图的整图。对其进行模拟,如图 12 所示,图 12(a)为从前方左侧实际包裹图,图 12(b)为褶皱模拟后的效果图,图 12(c)为从后方右侧拍到的实际包裹图,而图 12(d)为模拟后方右侧产生褶皱后的效果图。

分析图 12 左右两侧图像可看出,实际包裹图与模拟的包裹图有一定的向相似性,模拟还是有了一定的效果,在真实感与平滑度有了一定的成效。

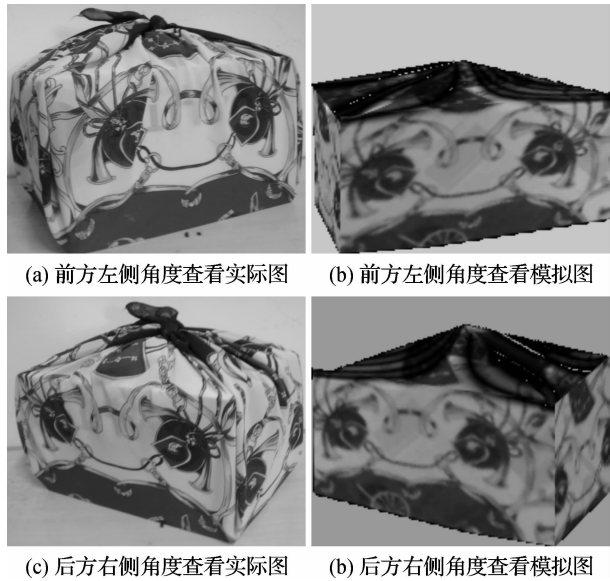


图 12 实际布匹褶皱模拟效果

4 结 语

本文在综合分析各种织物模拟方法的基础上,

选择了利用傅里叶级数来模拟织物的成结褶皱,注重傅里叶级数形状的特征,并进行幅值、频率变化、叠加,得到布料图形产生成结褶皱的效果。通过实验中的两种情况即:对三角函数不采取变化取其全部周期的图像,以及对三角函数进行绝对值化后的图像,对比证明将傅里叶级数绝对值后对织物图像进行处理得到的图像效果更能逼真地表现布匹褶皱,设计师通过查看模拟效果能设计出更完美的包袱皮。

参考文献:

[1] 钟跃琦,王善元. 基于粒子系统的织物仿真模拟[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2001, 13(10): 881-885.

[2] 李 健,李鹏坤,廖秋筠. 基于改进的质点-弹簧模型的织物模拟[J]. 计算机应用, 2009, 29(9): 2386-2388.

[3] 刘 卉,陈 纯,施伯乐. 基于改进的弹簧-质点模型的三维服装模拟[J]. 软件学报, 2003, 14(3): 619-627.

[4] 李雪枫,袁 涛. 傅里叶级数图案设计初探[J]. 湖南工程学院学报, 2010, 20(1): 21-23.

[5] 李雪枫,袁 涛. 利用傅里叶级数设计的图案的节奏研究[J]. 硅谷, 2008(22): 122, 134.

[6] 郑君里,应启珩,杨为理. 信号与系统[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2000: 88-170.

[7] 刘望微,万宗瑜,吴佳倩. 褶皱在服装中的应用[J]. 纺织科技进展, 2008(5): 92-94.

[8] Sze K Y, Liu X H. Fabric drape simulation by solid-shell finite element method[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2007, 43(11/12): 819-838.

Fabric Drape Simulation Based on the Fourier Series

MAO Zhen-li, JIN Xue-bo

(School of Informatics, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In the fabric computer aided design, the simulation of fabric drape has been an important studied content. Based on Fourier series to establishing the mathematical graphics for cloth-wrappers, this paper develops a new method of fabric drape. The fabric image is analyzed and the fabric drape is obtained with beauty in rhythm and rhyme. The experimental results show that, the method developed here can effectively perform the drape of cloth-wrappers and increase the aesthetic feeling of fabric.

Key words: computer aided design; fabric simulation; drape; cloth-wrapper; Fourier series
(责任编辑: 陈和榜)