

文章编号: 1673-3851 (2011) 06-0893-05

基于小波变换的振动信号分形维数研究

李颖琼, 潘海鹏, 熊卫华

(浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018)

摘要: 针对传统分析方法对振动信号频率变化不明显、故障特征难提取等问题,基于小波和分形理论,通过计算振动信号盒维数,有效地提取了振动特征;提出小波分解振动信号高频系数盒维数计算方法,对振动信号的高频部分进行描述。实验证明:随着干扰信号的频率变化,振动信号小波分解后的高频部分分形维数在分段区间内比振动信号整体分形维数分段变化趋势更加明显,能更有效地反映故障频率变化,对开展设备的故障诊断研究具有现实意义。

关键词: 振动信号; 小波变换; 分形理论; 盒维数

中图分类号: TP206 **文献标识码:** A

0 引言

小波变换(wavelet transform),是一个时间和频率的局部变换,它具有多分辨率分析的特点,而且在时域和频域都具有表征信号局部特征的能力。小波变换是一种时间-尺度分析方法,在时频域具有较好的局部特性,在低频部分具有较低的时间分辨率和较高的频率分辨率;在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率^[1-2]。

分形(fractal)理论定义为具有某种意义下的自相似集合,其研究对象是由非线性系统产生的不光滑和不可微的几何形体。分形有三大要素:形状(form)、机遇(chance)和维数(dimension)。分形维数(fractal dimension)作为分形理论的核心之一,是运用于分形信号处理技术的一种主要度量工具。目前由于定义和计算方法不同,有许多分形维数,如豪斯多夫(Hausdorff dimension)维数、盒维数(Box counting dimension)、相似维数、容量维数、信息维数、关联维数、广义维数等。其中,盒维数易于程序化计算,所以运用比较广泛^[3-5]。

在实际应用中,干扰信号往往具有高频特性,机械故障运行也会产生高频信号,所以不管是在信号滤波,还是故障诊断中,高频信号的分析都具有重要意义。本文结合小波和分形的方法,通过计算振动信号盒维数,有效地提取了振动特征,提出了小波分解振动信号高频系数盒维数的计算方法,对振动信号进行分析,对高频部分进行描述,并进行了实验研究。

1 小波变换原理与分形原理

小波分析方法可以用不同的分辨率来分析观察信号的概貌和细节,具有多分辨率分析思想^[6]。分形是近年来非线性科学研究中的重要方面,在揭示复杂系统所表现出来的非平稳性、不连续性等特性方面有出色表现。

1.1 小波变换原理

小波变换对非平稳振动信号进行分析时,可以在不同分辨率下分析异常信号的细节特征。小波变换可

以分为连续小波变换和离散小波变换。连续小波变换在应用中需要计算连续积分,在处理数字信号时很不方便,在实际问题中常采用离散形式,即离散小波变换。

离散小波变换的伸缩因子 a 和平移因子 b 为:

$$a = a_0^m, b = nb_0 a_0^m, \quad m, n \in Z \quad (1)$$

其离散小波函数为:

$$\psi_{m,n}(t) = |a_0|^{-m/2} \psi(a_0^{-m} t - nb_0), \quad m, n \in Z \quad (2)$$

相应的离散小波变换为:

$$f_\psi(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = |a_0|^{-m/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi(a_0^{-m} t - nb_0)} dt \quad (3)$$

1.2 分形原理

分形是一门新兴的交叉学科,其理论研究日益深入,应用范围也日益广泛,在信号处理、模式识别、非线性电路等方面都有广泛应用。分形维数是在分形意义上由标度关系得到的一个定量数值,它突破了一般拓扑集维数为整数的界限,把维数扩展到分数,是极其重要的特征参数,分形维数 D 的大小反映了对象的空间复杂、不规则、精细和充满空间的程度。

分形理论中由于定义和计算方法不同,有很多种分形维数,其中,盒维数具有计算简单、概念清晰、直观方便、易于数学计算和实验测量等优点。

设 F 是 R^n 中任一个非空有界子集, $N(A, \delta)$ 是最大直径为 δ 且能覆盖 F 的集合的最小数,则 F 的上、下盒维数定义为:

$$\overline{\dim}_b F = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(F, \delta)}{\ln \left(\frac{1}{\delta} \right)} \quad (4)$$

$$\underline{\dim}_b F = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(F, \delta)}{\ln \left(\frac{1}{\delta} \right)} \quad (5)$$

2 振动信号小波分形盒维数计算

在工程实际中,设备在运行状态时,会产生不同程度的振动,设备运行状态能直接从振动信号特征中反映出来,即振动信号特征能够反应设备结构及设备运行的异常变化。因此将振动信号分析运用于故障诊断是目前十分常见和有效的处理方法。振动信号多为确定性信号和随机信号的组合,存在着许多干扰信号,振动信号自身的复杂性和多变性使得在特征信息的提取、分析和处理都相当困难。对于振动信号等非平稳信号,人们越来越多的应用时频分析技术进行分析处理^[7]。

2.1 计算思想

小波理论中的多分辨率分析思想,体现了人们认识识别形体的过程遵循了一种从低分辨率到高分辨率的原理,分形的研究和观察也是这样的方式。从大到小的不同尺度变化,在越来越小的尺码上观察越来越丰富的细节信息。小波分析和分形在这一点上,有着深刻的内在联系。分形是一种几何语言,小波则是一种分析局部奇异性的工具,两者具有共通之处。

小波变换的实质是原始输入信号,通过两个互补的滤波器产生 ca_1 和 cd_1 两个信号,原始信号通过这样的一次滤波完成了一次分解。信号的分解过程可以继续,形成多级分解,如图 1 所示。在一级分解过程中 ca_1 为信号的低频分量, cd_1 为信号的高频分量。

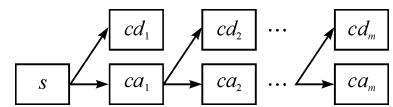


图 1 小波分解过程

由于扰动信号主要存在高频信号部分,系统产生的故障信号也主要是高频信号,所以高频信号部分的分析显得格外重要。通过小波分解得到高频分量 cd_1 ,针对高频分量 cd_1 进行盒维数分析。

2.2 盒维数计算

盒维数的常规算法^[8]用 $k\Delta t$ 的正方形网格来覆盖信号,然而振动信号不是雪花、海岸线等分形几何图形,它的横向尺度和纵向尺度分别表示时间和振幅,是两种物理量^[9]。

高频信号 cd_1 是一个离散信号,对于离散信号的最高时域分辨率为采样间隔 Δt 。在一个采样间隔内,离散信号是一条直线,则极限无法按定义最大直径 $\delta \rightarrow 0$,所以最小的网格宽度为 $\delta_{\min} = \Delta t$ 。在实际计算中,一般采用近似方法,将网格逐步放大为 $k\Delta t, k \in Z^+$ 。

N_δ 是以 δ 为边长的正方形网格与离散信号 $x(j)$ 相交的网格数。盒维数通过计算无标度区内做出的 $(-\ln(\delta), \ln N_\delta)$ 的双对数斜率可得,如公式(6)所示。其中 $k_1 < k < k_2, k_1, k_2$ 是无标度区的起点和终点。

$$\dim_b = \frac{(k_2 - k_1 + 1) \sum_{k=k_1}^{k_2} (\ln k \ln N_\delta) - \sum_{k=k_1}^{k_2} \ln k \times \sum_{k=k_1}^{k_2} \ln N_\delta}{(k_2 - k_1 + 1) \sum_{k=k_1}^{k_2} \ln^2 k - \left(\sum_{k=k_1}^{k_2} \ln k \right)^2} \quad (6)$$

N_δ 表示横轴从第一段起,通过计算纵轴跨越的累积格子数。离散振动信号的盒维数在 1 和 2 之间,信号越不规则盒维数越大。

2.3 仿真验证

以一个正弦叠加信号 $q = \sin(0.1t) + \sin(0.01t)$ 为例, $r = A\sin(2\pi ft)$ 为加入的扰动信号。表 1 列出了在不同频率的扰动情况下,对应原始信号和 10 Hz 高频信号的盒维数。

图 2 是频率变化对应盒维数变化曲线,下方的一条曲线是原始信号的盒维数变化曲线,上方的曲线是高频部分的盒维数变化曲线。从图 2 中可以看到,仅对信号的高频部分通过小波分解进行分析,高频部分的盒维数比原始信号盒维数要大,计算得到平均增大了 0.403 7。

表 1 频率变化对应盒维数变化表

原始信号盒维数	高频系数盒维数
1.349 6	1.763 5
1.371 6	1.788 1
1.366 2	1.723 5
1.369 2	1.780 2
1.361 4	1.779 2
1.327 0	1.746 7
1.339 2	1.749 4
1.370 2	1.783 2
1.366 4	1.753 7
1.367 9	1.758 0

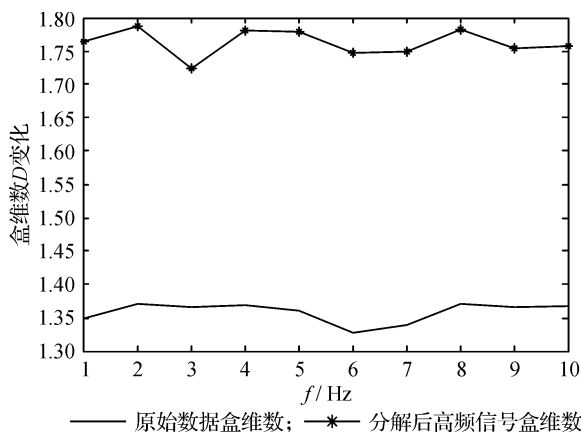


图 2 频率变化对应盒维数变化曲线

扰动信号频率增大,相对应的原始信号盒维数和 10 Hz 高频信号盒维数都不呈现单调性,然而高频信号盒维数在各个区间内的变化比原始信号盒维数变化更加显著。因此针对某一特定区间的高频信号对故障进行判断具有其实用意义的。

3 实验结果与分析

图 3~图 7 是振动信号测试系统采集到的短路绕组副边振动信号。图 3 是短路绕组正常运行时副边横向振动信号曲线图,图 4 和图 5 分别是短路绕组两种不同故障时副边横向振动信号。图 6 是短路绕组正常运行时副边纵向振动信号曲线,图 7 是短路绕组故障运行时副边纵向振动信号曲线。

根据上述的方法,正常运行时,图 3 短路绕组正常运行时副边横向振动信号的高频系数盒维数 $D = 1.517 2$ 。故障运行时,图 4 的短路绕组副边横向振动信号高频系数盒维数 $D = 1.599 5$,图 5 的短路绕组副边横向振动信号高频系数盒维数 $D = 1.606 7$ 。

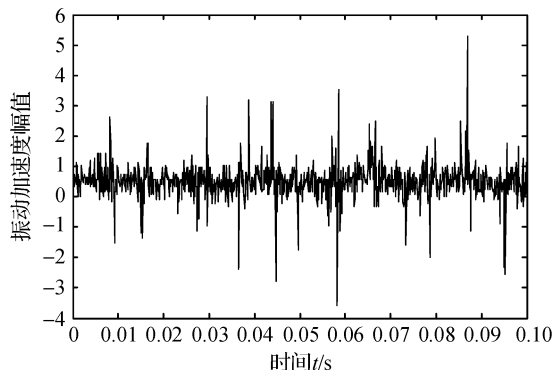


图 3 短路绕组正常运行时副边横向振动信号

图6 短路绕组正常运行副边纵向振动信号的高频盒维数 $D=1.5712$, 图7 短路绕组故障运行副边纵向振动信号的高频盒维数 $D=1.5538$ 。

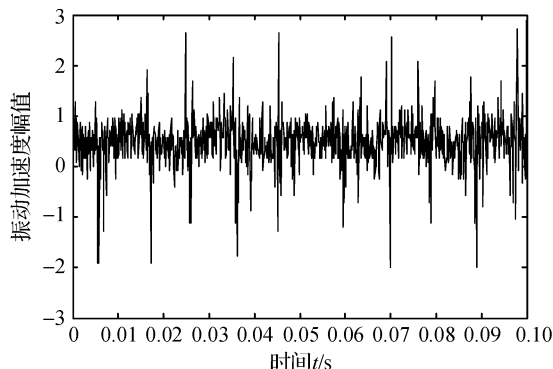


图4 短路绕组故障1运行时副边横向振动信号

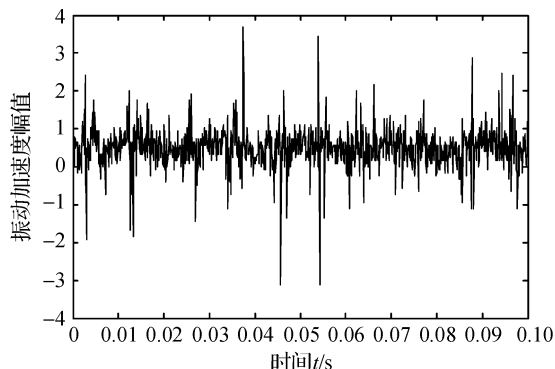


图5 短路绕组故障2运行时副边横向振动信号

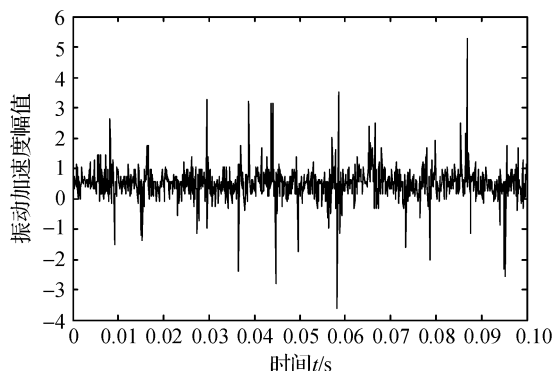


图6 短路绕组正常运行时副边纵向振动信号

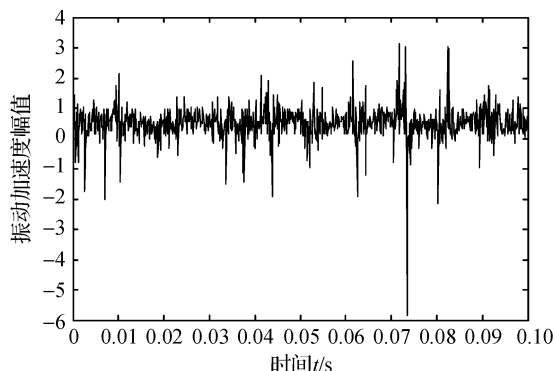


图7 短路绕组故障运行时副边纵向振动信号

变压器横向振动信号的盒维数比较见表2。

由表2可以看出,故障运行时,短路绕组副边横向振动的高频系数盒维数比正常运行时增大。故障1和正常运行原始信号盒维数相差0.0570,高频系数维数相差0.0823;故障1和故障2的原始信号盒维数相差0.0028,高频系数盒维数相差0.0072;可见高频系数盒维数变化比原始信号盒维数变化明显。故障运行时,短路绕组副边纵向振动的高频系数盒维数比正常运行时减小,其变化趋势与横向振动的变化趋势相反。

表2 变压器横向振动信号的盒维数比较

信号	原始信号盒维数	高频系数盒维数
正常运行横向振动	1.4975	1.5172
故障1横向振动	1.5545	1.5995
故障2横向振动	1.5517	1.6067

4 结论

振动信号具有分形特性,正是因为这种性质,奠定了分形理论用于信号处理的基础。文中提出了结合小波分析方法的信号盒维数计算方法,以典型信号为分析对象,发现随着扰动信号频率变化,高频信号盒维数变化比原始信号盒维数变化更加明显。对变压器振动信号进行分析,对故障运行与正常运行比较,对不同故障运行比较,计算结果表明信号的高频系数盒维数变化都比原始信号盒维数变化明显,验证了计算方法的有效性。目前分形的小波分析及小波变换产生分形的关系问题一直是小波分形研究领域的难点和热点问题,但作为一门新兴学科,分形理论还不够完善,它在许多方面距离实际应用还有着差距。

参考文献:

- [1] 徐佩霞, 孙功宪. 小波分析与应用实例[M]. 合肥: 中国科学技术出版社, 2001.
- [2] 何斌, 戚俊杰, 黎明和. 小波分析在滚动轴承故障诊断中的应用研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2009, 43(7): 218-221.
- [3] Mandelbort B B. The Fractal Geometry of Nature[M]. San Francisco: Freeman Press, 1982.
- [4] 赵健, 雷蕾, 蒲小勤. 分形理论及其在信号处理中的应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.

- [5] 李 兵, 张培林, 任国全, 等. 基于数学形态学的分形维数计算及在轴承故障诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2010, 29(5): 191-194.
- [6] 李舜酩, 李香莲. 振动信号的现代分析技术与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
- [7] 杨金才, 郝志勇, 贾维新. 用连续小波变换识别内燃机噪声源[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006, 40(3): 404-407, 428.
- [8] 曹媛媛, 杨 波, 徐光祐. 基于分形纹理特征和小波变换的网状纹理检测方法[J]. 自动化学报, 2007, 33(7): 688-692.
- [9] 慧阿丽, 林 辉. 高压绝缘子泄漏电流的线调频小波分形特征[J]. 高电压技术, 2010, 36(5): 1160-1166.

Study on Fractal Dimension about Vibration Signal Based on Wavelet Transform

LI Ying-qiong, PAN Hai-peng, XIONG Wei-hua

(School of Machinery & Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Considering that the traditional methods are not obvious in judging the vibrations of the frequencies of the signal and difficult to extract fault feature, this paper, based on wavelet and fractal theory, by calculating box counting dimension, extracts vibration feature effectively. Wavelet fractal vibration signal high-frequency coefficient box counting dimension algorithm is proposed. Vibration signal is described in high-frequency. The experiment result shows that with the vibration of the frequency of the noise signal, there are more distinct vibration trend to high-frequency fractal dimension compared with the whole vibration signal fractal dimension and can better reflect the vibration of fault frequency. It has important pragmatic significance to vibration detection fault diagnosis.

Key words: vibration signal; wavelet transform; fractal theory; box counting dimension

(责任编辑: 杨元兆)