

基于热湿耦合模型的三层多孔织物厚度决定反问题

潘启天,徐映红,徐定华

(浙江理工大学理学院,杭州 310018)

摘 要:在耦合的热湿传递数学模型基础上,提出了一类三层多孔织物厚度决定反问题。首先给出了完整的三层多孔织物热湿传递数学模型,使用有限差分法求解该模型,并分析了差分格式解的唯一性;其次以该热湿传递模型为基础,根据低温环境下保暖性设计要求,提出了三层多孔织物厚度决定反问题;最后利用遗传算法进行数值求解,通过 Matlab 进行数值模拟,数值结果验证了算法的有效性。

关键词:热湿传递;正问题;唯一性;反问题;数值模拟

中图分类号: O242.1

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851(2017)06-0771-07

0 引 言

虽然人们对服装的个性化或者美观性越来越关注,但是保暖性能仍是人们选择服装时考虑的重要因素。纺织材料的热湿传递性能的优劣,对于服装保暖效果有直接影响。根据服装热功能性要求来反推纺织材料参数,能够给服装设计师在设计织物、选择纺织材料的类型、结构以及厚度等方面提供理论指导,有利于达到省时省力节约成本的目的。

对纺织材料传热传质机理的研究始于 20 世纪 30 年代,主要集中在与有关纺织品热湿舒适性的衡量指标探索以及织物传热传质模型建立和数值求解方面。1939 年, Henry^[1] 提出了第一个建立在微元体上的描述织物中热湿传输的耦合数学模型。1992 年, Li 等^[2] 建立了更精确的服装热湿舒适调节模型。此后, Fan 等^[3]、Wu 等^[4]、Ye 等^[5] 都对纺织材料中几种典型的热湿传递过程进行了深入研究,提出或修正了相关模型。目前,对于织物热湿耦合研究已不断完善,其模型已经由简单发展到复杂,综合考虑了吸湿/放湿机理、湿气扩散、液态水的毛细芯吸、凝结/蒸发等多种复杂现象。

从 2008 年开始,一些学者采用传热传质方程,根

据热湿舒适性和其它功能性要求,研究纺织材料厚度、孔隙率、热传导率等参数识别问题。Du 等^[6-7] 对由两块不同温度的平板和织物构成的系统给出了一个包含传导和热辐射的热交换模型,研究了以隔热性最佳为目标,求多层均匀纺织材料的最优孔隙率值以及非均匀纺织材料随厚度变化的最优孔隙率分布的问题。Korycki^[8-9] 采用热质传递耦合模型,通过灵敏度分析,分别研究了三层纺织材料最优厚度识别问题以及三维各向异性的复合纺织材料形状优化问题。Xu 等根据人体着装后热湿舒适性要求,研究了纺织材料厚度、热传导率和孔隙率等参数识别问题。^[10-14]

本文根据文献[8]采用的热质传递耦合模型,给出了求解正问题模型的数值算法,并讨论了解的唯一性;根据低温环境下保暖性要求,提出了在总厚度一定的条件下的三层多孔织物厚度决定反问题,并采用遗传算法进行数值求解,通过数值实验验证算法的有效性。

1 纺织材料热湿传递数学模型

1.1 纺织材料热湿传递模型

“人体-织物-环境”系统示意如图 1 所示。在该系统中,三层多孔织物由贴近环境的表层、中间层以

及贴近皮肤处的里层组成,以皮肤与三层织物的接触面为坐标原点构建坐标系。

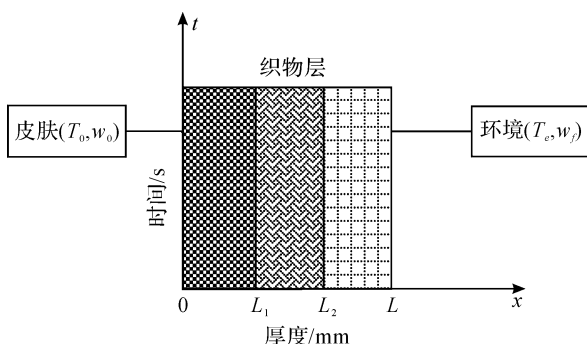


图1 人体-织物-环境系统

注: T_0 表示皮肤处的温度; w_0 表示皮肤处的水蒸气浓度; T_e 表示环境的温度; w_e 表示皮肤处的水蒸气浓度; L_1 、 L_2 、 L 表示厚度。

在低温条件下,本文给出模型的假设条件:

- 每一层织物都是各向同性的;
- 忽略辐射传热;
- 热湿传递过程中,织物结构几乎不变,各层孔隙率保持不变;织物因含湿量和温度的改变而造成的体积变化忽略,织物空隙的曲折系数视为常数;
- 系统内水分通过吸附和去吸附在环境和材料两者间传输;
- 纤维表面的温度与其附近的空气温度相同;
- 纤维表面的饱和水蒸气压力和其附近的空气饱和水蒸气压力相同;
- 织物层之间紧密联系在一起,忽略微气候区和织物层间的空气层。

Korycki^[8]提出的三层模型主要参考了Li等^[15]的单层织物热湿传递模型。由质量守恒和热量守恒定律,在织物层内纤维内的水蒸气浓度 w_f 、纤维孔隙间空气中的水蒸气浓度 w_a 以及织物温度 T 满足如下偏微分方程组:

$$\begin{cases} \epsilon \frac{\partial w_a}{\partial t} + (1 - \epsilon) \frac{\partial w_f}{\partial t} = \frac{h_a \epsilon}{\zeta} \frac{\partial^2 w_a}{\partial x^2} \\ c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_w \frac{\partial w_f}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \end{cases} \quad (1)$$

其中: ϵ 为织物的孔隙率, h_a 为水蒸气的扩散系数, ζ 为织物的有效曲折率, c 为织物的体积热容, λ_w 为织物吸收水蒸气所释放的热量, λ 为织物的热传导率。

为了研究偏微分方程(1)中状态变量 w_a 和 w_f 的关系, Li等^[15]通过实验发现 w_f 满足

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{dw_f}{dt} = (H_a - H_f)k_1(1 - e^{k_2|H_a - H_f|}),$$

其中: H_a 为空气的相对湿度, H_f 为织物的相对湿

度, k_1 和 k_2 为调整系数。

通过使用以下物理量: 水蒸气压力 e 、水蒸气浓度相对湿度 w 、绝对湿度 H 、饱和水蒸气压力 E , 得到:

$$H_a > H_f, H = \frac{e}{E} \cdot 100\%, w = 38582.8 \frac{e}{T}.$$

假设纤维周围空气与纤维表面具有相同温度和相同饱和水蒸气浓度, 则有:

$$\frac{H_f}{H_a} = \frac{\frac{e_f}{E_f} \cdot 100\%}{\frac{e_a}{E_a} \cdot 100\%} = \frac{e_f}{e_a} = \eta,$$

以及

$$\frac{w_f}{w_a} = \frac{38582.8 \frac{e_f}{T_f}}{38582.8 \frac{e_a}{T_a}} = \frac{e_f}{e_a} = \eta \quad (2)$$

其中: e_f 表示纤维表面处的水蒸气压力, e_a 表示孔隙间的水蒸气压力, E_f 表示纤维表面处的饱和水蒸气压力, E_a 表示孔隙间的饱和水蒸气压力, T_f 表示纤维表面处的温度, T_a 表示孔隙间的温度。称为吸收系数, 反映织物吸收水蒸气的能力, 在假设条件下, 由式(2)可知, 其与纤维表面处的水蒸气压力以及孔隙间的水蒸气压力有关, 当温度变化范围较小时, 水蒸气压力变化较小, 从而可假定在同种纺织材料内的吸收系数保持不变。于是偏微分方程(1)可写为:

$$\begin{cases} \left(1 - \epsilon + \frac{\epsilon}{\eta}\right) \frac{\partial w_f}{\partial t} = \frac{h_a \epsilon}{\zeta \eta} \frac{\partial^2 w_a}{\partial x^2} \\ c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_w \frac{\partial w_f}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \end{cases} \quad (3)$$

令 $\Omega_1 = (0, L_1)$, $\Omega_2 = (L_1, L_2)$, $\Omega_3 = (L_2, L)$ 。三层多孔织物的热湿传递模型归结如下:

a) 在织物层中水蒸气浓度 $w_f(x, t)$ 满足:

$$\begin{cases} \left(1 - \epsilon_1 + \frac{\epsilon_1}{\eta_1}\right) \frac{\partial w_f}{\partial t} = \frac{h_a \epsilon_1}{\zeta_1 \eta_1} \frac{\partial^2 w_f}{\partial x^2}, \\ (x, t) \in \Omega_1 \times (0, t_{\text{final}}) \\ \left(1 - \epsilon_2 + \frac{\epsilon_2}{\eta_2}\right) \frac{\partial w_f}{\partial t} = \frac{h_a \epsilon_2}{\zeta_2 \eta_2} \frac{\partial^2 w_f}{\partial x^2}, \\ (x, t) \in \Omega_2 \times (0, t_{\text{final}}) \\ \left(1 - \epsilon_3 + \frac{\epsilon_3}{\eta_3}\right) \frac{\partial w_f}{\partial t} = \frac{h_a \epsilon_3}{\zeta_3 \eta_3} \frac{\partial^2 w_f}{\partial x^2}, \\ (x, t) \in \Omega_3 \times (0, t_{\text{final}}) \end{cases} \quad (4)$$

初始条件:

$$w_f(x, 0) = w_1(x), \quad 0 \leq x \leq L \quad (5)$$

内外边界条件:

$$\begin{cases} w_f(0, t) = w_0(t), t \in (0, t_{\text{final}}) \\ \left. \frac{\partial w_f}{\partial x} \right|_{x=L} + \frac{h_{w3}}{\lambda_{w3}\epsilon_3} w_f \Big|_{x=L} = \frac{h_{w3}}{\lambda_{w3}\epsilon_3} w_e(t), \\ t \in (0, t_{\text{final}}) \end{cases} \quad (6)$$

以及织物层中间两个接触面条件:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow L_1^-} w_f(x, t) = \lim_{x \rightarrow L_1^+} w_f(x, t), \\ t \in (0, t_{\text{final}}) \\ \lim_{x \rightarrow L_2^-} w_f(x, t) = \lim_{x \rightarrow L_2^+} w_f(x, t), \\ t \in (0, t_{\text{final}}) \\ \lim_{x \rightarrow L_1^-} \lambda_{w1}\epsilon_1 \frac{\partial w_f(x, t)}{\partial x} = \lim_{x \rightarrow L_1^+} \lambda_{w2} \epsilon_2 \frac{\partial w_f(x, t)}{\partial x}, t \in (0, t_{\text{final}}) \\ \lim_{x \rightarrow L_2^-} \lambda_{w2}\epsilon_2 \frac{\partial w_f(x, t)}{\partial x} = \lim_{x \rightarrow L_2^+} \lambda_{w3} \epsilon_3 \frac{\partial w_f(x, t)}{\partial x}, t \in (0, t_{\text{final}}) \end{cases} \quad (7)$$

b) 在织物层中温度 $T(x, t)$ 满足

$$\begin{cases} c_1 \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_{w1}(1 - \epsilon_1) \frac{\partial w_f}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \\ (x, t) \in \Omega_1 \times (0, t_{\text{final}}) \\ c_2 \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_{w2}(1 - \epsilon_2) \frac{\partial w_f}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \\ (x, t) \in \Omega_2 \times (0, t_{\text{final}}) \\ c_3 \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_{w3}(1 - \epsilon_3) \frac{\partial w_f}{\partial t} = \lambda_3 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \\ (x, t) \in \Omega_3 \times (0, t_{\text{final}}) \end{cases} \quad (8)$$

初始条件:

$$T(x, 0) = T_1(x), 0 \leq x \leq L \quad (9)$$

内外边界条件:

$$\begin{cases} T(0, t) = T_0(t), t \in (0, t_{\text{final}}) \\ \lambda_3 \epsilon_3 \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = -k(T|_{x=L} - T_e), t \in (0, t_{\text{final}}) \end{cases} \quad (10)$$

以及织物层中间接触面条件:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow L_1^-} T(x, t) = \lim_{x \rightarrow L_1^+} T(x, t), t \in (0, t_{\text{final}}) \\ \lim_{x \rightarrow L_2^-} T(x, t) = \lim_{x \rightarrow L_2^+} T(x, t), t \in (0, t_{\text{final}}) \\ \lim_{x \rightarrow L_1^-} \lambda_1 \epsilon_1 \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} = \lim_{x \rightarrow L_1^+} \lambda_2 \epsilon_2 \frac{\partial T(x, t)}{\partial x}, \\ t \in (0, t_{\text{final}}) \\ \lim_{x \rightarrow L_2^-} \lambda_2 \epsilon_2 \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} = \lim_{x \rightarrow L_2^+} \lambda_3 \epsilon_3 \frac{\partial T(x, t)}{\partial x}, \\ t \in (0, t_{\text{final}}) \end{cases} \quad (11)$$

其中: w_e 与 T_e 分别为外部环境的水蒸气浓度和温度, t_{final} 表示时间, h_a 为水蒸气在空气中的扩散系数, $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 为图1中对应的 $(0, L_1), (L_1, L_2), (L_2, L)$ 层相应的孔隙率, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为对应层的热传导率, $\lambda_{w1}, \lambda_{w2}, \lambda_{w3}$ 为织物对应层吸收水蒸气所释放的热量, c_1, c_2, c_3 为对应层的有效体积热容, $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ 为对应层的有效曲折率有效曲折率, h_{w1}, h_{w2}, h_{w3} 为对应织物层的质对流系数, η_1, η_2, η_3 为对应层的吸收系数, k 为热对流系数。

式(4)~(11)所组成的耦合偏微分方程组的定解问题称为正问题。

1.2 有限差分求解格式及数值解的唯一性

使用有限差分法求解正问题。取四个整数 N, m_1, m_2 和 m_3 , 令时间步长为 $\tau = \frac{T}{N}$, 织物三层对应的空间步长分别为 $h_1 = \frac{L_1}{m_1}, h_2 = \frac{L_2 - L_1}{m_2}$ 和 $h_3 = \frac{L - L_2}{m_3}$, 则时间节点和空间节点分别为:

$$\begin{aligned} t_j &= j \cdot \tau, j = 0, 1, \dots, N; \\ x_i &= \begin{cases} i \cdot h_1, i = 0, 1, \dots, m_1 \\ L_1 + (i - m_1) \cdot h_2, i = m_1 + 1, \dots, m_1 + m_2 \\ L_2 + (i - m_1 - m_2) \cdot h_3, \\ i = m_1 + m_2 + 1, \dots, m_1 + m_2 + m_3 \end{cases} \end{aligned}$$

令

$$\alpha_{i_k}^2 = \frac{h_a \epsilon_{i_k}}{\zeta_{i_k} (\eta_{i_k} - \eta_{i_k} \epsilon_{i_k} + \epsilon_{i_k})}, i_k = 1, 2, 3.$$

a) 假设 $w_f(x_i, t_j)$ 的数值解为 U_i^j , 初始条件 $U_i^0 = W_1(x_i)$, 可得到如下的数值格式:

$$\frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{\tau} = \alpha_{i_k}^2 \frac{U_{i+1}^{j+1} - 2U_i^{j+1} + U_{i-1}^{j+1}}{h_{i_k}^2} \quad (12)$$

其中: $i_k = 1, 2, 3$, 且 $i = 1, \dots, m_1 - 1, m_1 + 1, \dots, m_1 + m_2 - 1, m_1 + m_2 + 1, \dots, m_1 + m_2 + m_3 - 1$.

左右边界差分格式为:

$$\begin{aligned} U_0^j &= w_0^j, \frac{U_{m_1+m_2+m_3}^{j+1} - U_{m_1+m_2+m_3-1}^{j+1}}{h_3} + \frac{h_{w3}}{\lambda_{w3}\epsilon_3} U_{m_1+m_2+m_3}^{j+1} \\ &= \frac{h_{w3}}{\lambda_{w3}\epsilon_3} w_e(t) \end{aligned} \quad (13)$$

在第一层与第二层接触面, 即当 $i = m_1$ 时有:

$$\lambda_{w1}\epsilon_1 \left(\frac{U_{m_1}^{j+1} - U_{m_1-1}^{j+1}}{h_1} \right) = \lambda_{w2}\epsilon_2 \left(\frac{U_{m_1+1}^{j+1} - U_{m_1}^{j+1}}{h_2} \right) \quad (14)$$

在第二层与第三层接触面, 即当 $i = m_1 + m_2$ 时有:

$$\lambda_{w2}\epsilon_2 \left(\frac{U_{m_1+m_2}^{j+1} - U_{m_1+m_2-1}^{j+1}}{h_2} \right)$$

$$= \lambda_{w3} \varepsilon_3 \left(\frac{U_{m_1+m_2+1}^{j+1} - U_{m_1+m_2}^{j+1}}{h_3} \right) \quad (15)$$

b) 假设 $T(x_i, t_j)$ 的数值解为 T_i^j , 初始条件 $T_i^0 = T_1(x_i)$, 可得到关于温度的有限差分格式:

$$c_{i_k} \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\tau} - \lambda_{i_k} \frac{T_{i+1}^{j+1} - 2T_i^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}}{h_{i_k}^2} = \lambda_{w3} \frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{\tau} \quad (16)$$

其中: $i_k = 1, 2, 3$, 且 $i = 1, \dots, m_1 - 1, m_1 + 1, \dots, m_1 + m_2 - 1, m_1 + m_2 + 1, \dots, m_1 + m_2 + m_3 - 1$.

左右边界差分格式为:

$$T_0^j = T_0^j, \lambda_3 \varepsilon_3 \frac{T_{m_1+m_2+m_3}^{j+1} - T_{m_1+m_2+m_3-1}^{j+1}}{h_3} = -k(T_{m_1+m_2+m_3}^{j+1} - T_e^{j+1}) \quad (17)$$

在第一层与第二层接触面, 即, 当 $i = m_1$ 时有:

$$\lambda_1 \varepsilon_1 \left(\frac{T_{m_1}^{j+1} - T_{m_1-1}^{j+1}}{h_1} \right) = \lambda_2 \varepsilon_2 \left(\frac{T_{m_1+1}^{j+1} - T_{m_1}^{j+1}}{h_2} \right) \quad (18)$$

在第二层与第三层接触面, 即, 当 $i = m_1 + m_2$ 时有:

$$\lambda_2 \varepsilon_2 \left(\frac{T_{m_1+m_2}^{j+1} - T_{m_1+m_2-1}^{j+1}}{h_2} \right) = \lambda_3 \varepsilon_3 \left(\frac{T_{m_1+m_2+1}^{j+1} - T_{m_1+m_2}^{j+1}}{h_3} \right) \quad (19)$$

下面证明求解水蒸气浓度有限差分格式解的唯一性。

定理 1 格式(12)—(15) 和格式(16)—(19) 均有唯一解。

证明 令 $U^k = (U_2^k, U_3^k, \dots, U_{m_1+m_2+m_3+1}^k)$. 当 $j = 0$ 时, 由初始条件可知 U^0 , 由有限差分格式(12)—(15) 可得到关于 U^1 的 $(m_1 + m_2 + m_3)$ 维线性方程组, 该线性方程组所对应的系数矩阵为不可约对角占优矩阵, 因此存在一个唯一解 U^1 . 同理, 当 $j = l$ 时, 可得到关于 U^{l+1} 的系数矩阵矩阵为不可约对角占优的 $(m_1 + m_2 + m_3)$ 维线性方程组, 因此存在一个唯一解 U^{l+1} . 由数学归纳法知格式(12)—(15) 有唯一解. 同理可证格式(16)—(19) 有唯一解。

2 基于保温性能的纺织材料厚度决定反问题

服装材料的热湿传递性能能够直接影响人体的着装舒适度, 而织物的厚度、孔隙率、热传导率对于织物的热湿传递性能的影响占据着很大比重^[16], 所以在服装设计选择材料时, 须确定这三个参数. 本节根据服装保暖性最佳为目标, 提出了低温环境下三层纺织材料最优厚度设计问题。

2.1 三层织物厚度决定反问题的数学归结

在人体-织物-环境系统中, 假设织物的孔隙率、曲折系数和导热系数均已知, 考虑在低温环境下, 当三层织物总厚度给定时, 根据控制方程和给定的初边值条件, 最优决定织物每层的厚度, 使得服装保暖性(即隔热性) 最佳。

令 $l_1 = L_1, l_2 = L_2 - L_1, l_3 = L - L_2$, 织物与环境接触的边界上的热流密度为:

$$q(x, t) \Big|_{x=L} = k(T(x, t) \Big|_{x=L} - T_e),$$

上述厚度决定反问题可以表示为以下最优表达式:

$$\min Q(l_1, l_2) = \int_0^{t_{\text{final}}} q(x, t) \Big|_{x=L} dt \quad (20)$$

2.2 求解算法

采用遗传算法求解厚度决定反问题. 遗传算法是由 Holland 和他的同事于 20 世纪 60 年代提出, 是借鉴生物进化过程而提出的一种启发式搜索算法^[17-18]. 该算法具有良好的全局搜索能力, 可以快速地搜索出解空间中的全局解, 是一种高效、并行、全局搜索的方法. 遗传算法求解上面最优化问题的基本计算步骤为:

Step 1 准备工作. 个体采用二进制编码, 定义适当的适应度函数, 设置初始化群个体数 n 、染色体基因个数、最大迭代次数 C 、交叉概率、变异概率。

Step 2 种群初始化. 以随机的方式产生个体的集合作为初始种群 $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ 。

Step 3 选择操作. 计算适应度, 采用基于适应度比例的选择策略, 确定各个体在下一代出现的次数。

Step 4 交叉操作. 按照交叉概率从群体中随机确定进行交叉的个体数目, 配对进行交叉操作, 在对应位置交换若干个基因片段, 产生新的个体。

Step 5 变异操作. 按照变异概率, 随机选取相应数目的个体, 对选中的个体的某些基因位执行变异. 在二进制时, 对执行变异的个体的对应位求反即可。

Step 6 终止条件判断. 当最优个体的适应度和群体的适应度不再上升, 或者迭代次数 $i > C$ 时终止, 输出解, 否则转到 Step 3, 继续循环执行。

3 数值计算

3.1 正问题的数值计算

本节首先给出正问题的一个数值实验. 采用常见的纺织材料(棉、涂棉(经过涂覆加工的棉纤维产

品)、涤纶、羊毛) 做数值模拟。方程中对应织物的物理参数见表 1(数据来源参考文献[8])。其余参数为:水蒸气在空气中的扩散系数 $h_a = 2.49 \times 10^{-5}$ m/s,三层织物的总厚度 $L = 0.007$ m,总时间 $t_{\text{final}} = 360$ s,环境温度 $T_e = 1$ °C,织物左边界条件温度

$T_0(t) = (35.84 + \exp(0.0002t))$ °C,初始温度 $T_1(x) = 1$ °C,左边界纤维中水蒸气浓度满足关系式 $w_0(t) = (0.05 + 0.25t - 0.0001t^2)$ kg/m³,环境中水蒸气浓度 $w_e(t) = 0.05$ kg/m³,初始时刻纤维中水蒸气浓度 $w_1(x) = 0.05$ kg/m³。

表 1 纺织材料结构参数和物理参数

参数	棉	包棉	涤纶	羊毛
热传导率/(W · K ⁻¹ · m ⁻¹)	0.541	0.580	0.500	0.385
吸收系数	0.4	0.4	0.2	0.4
孔隙率	0.950	0.950	0.980	0.925
曲折率	1.50	1.50	1.95	1.20
质对流系数/(m · s ⁻¹)	0.170	0.170	0.010	0.137
热对流系数/(W · K ⁻¹ · m ⁻²)	105.0	105.0	120.0	99.4
密度/(kg · m ⁻³)	1350	1350	1255	1320
热容/(J · K ⁻¹ · m ⁻³)	1.863×10^6	1.910×10^6	1.531×10^6	1.609×10^6
潜热/(J · kg ⁻¹)	3.5529×10^6	3.1000×10^6	2.5220×10^6	4.1245×10^6

在总厚度一定的情形下,给定各层材料的厚度,进行数值计算,分别得到了三层织物内的温度和水蒸气浓度的分布,如图 2—图 3 所示。

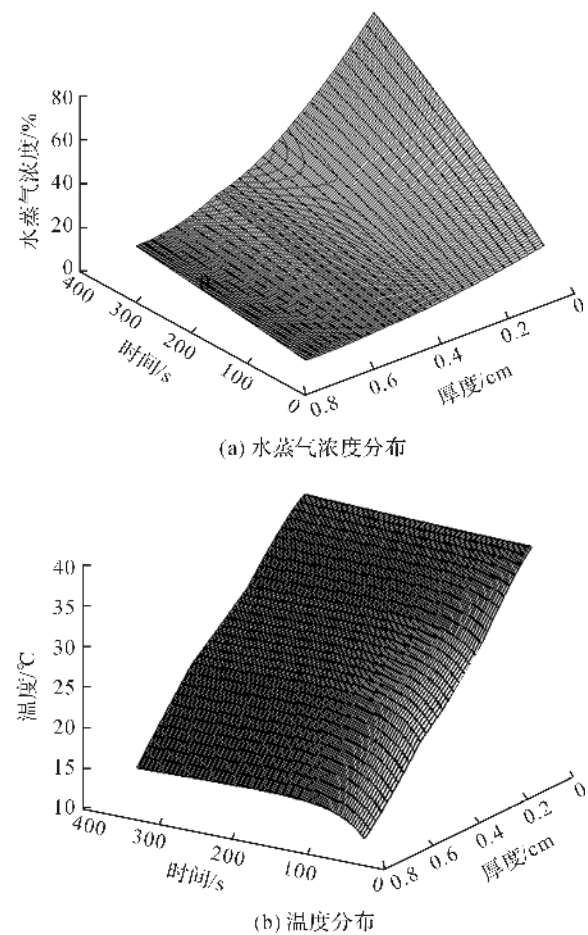


图 2 三层多孔织物模拟时的水蒸气浓度和温度的分布
($l_1 = 0.002$ m, $l_2 = 0.002$ m)

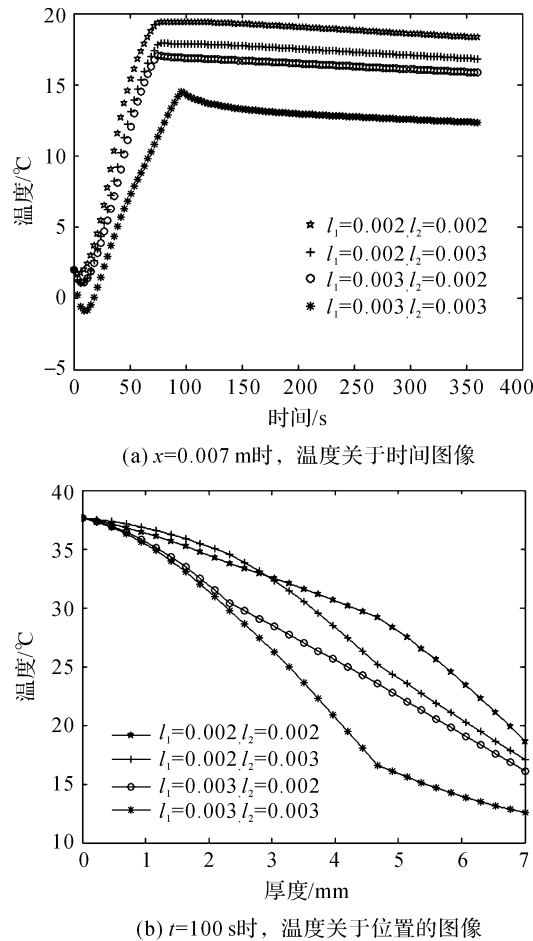


图 3 固定位置和固定时刻时的温度图像
从图 2 中可以看出,水蒸气浓度和温度沿厚度方向从内到外均是逐渐降低的,这是符合实际情况的。从图 3 (a)中可以看出,在总厚度不变的情况下,如果三层织物厚度组合不同,在同一时刻,最外层的温度

是不同的。从图3(b)中可以看出,同一位置,因为厚度组合的不同,温度降低的速率也有所不同。

3.2 反问题的数值计算

利用 Matlab 进行数值实验寻找厚度最优组合。仅考虑最佳保暖性可能导致所得的解不唯一,当目标函数最小值对应多组厚度组合时,优先考虑三层织物的总重量最轻。参考表1中给出的各种织物的密度值可知,在目标函数值相同的情形下,优先选择涤纶层厚度最大组合,其次选择羊毛层厚度最大的织物组合,最后选择棉织物层厚度最大组合。

首先以棉—包棉—涤纶组成的三层织物为例。当第一层织物和第二层织物厚度取不同值时,画出其不同厚度值对应的总热量散失图形,如图4所示。利用 Matlab 直接计算求得其中最小点对应的厚度组合为(3.0, 3.2) mm,即当第一层棉产品厚度为3.0 mm,第二层包棉产品厚度为3.2 mm,第三层涤纶的厚度为0.8 mm时,目标函数达到最小值。

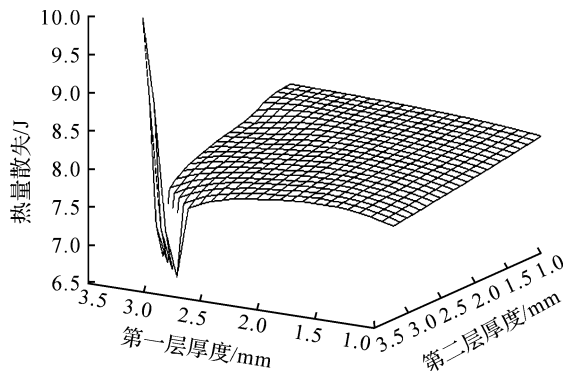


图4 (棉-包棉-涤纶)情形下的不同厚度组合对应的热量散失

以羊毛-棉-涤纶为三层织物材料时进行数值模拟,得到不同厚度值对应的总热量散失图形,如图5所示。利用 Matlab 直接计算求得当第一层厚度为3.2 mm,第二层厚度为2.9 mm时取得最小值。

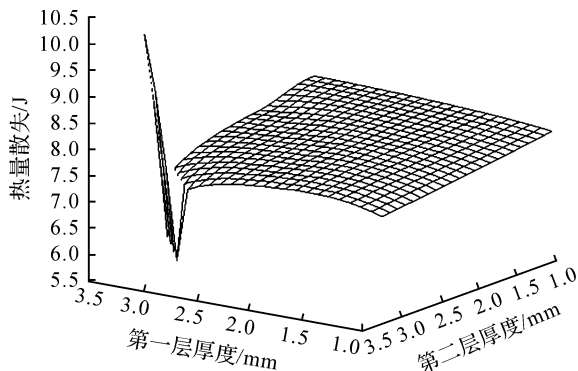


图5 (羊毛-棉-涤纶)情形下的不同厚度组合对应的热量散失

采用遗传算法利用 Matlab 编程计算以上两个例子,计算结果见表2。

表2 厚度优化近似值

情形	第一层 厚度/mm	第二层 厚度/mm	第三层 厚度/mm
棉-包棉-涤纶	3.146	3.089	0.765
羊毛-棉-涤纶	3.194	2.953	0.853

遗传算法计算结果与图形结果一致,说明了遗传算法的有效性。由于总厚度给定,该厚度设计反问题只有两个参数所以能画出其图形,利用图形检验遗传算法的有效性。当厚度参数多于两个时,没法直接画出热量散失的空间图形,只能利用遗传算法直接计算各层厚度最佳值。

4 结 论

本文主要给出了一类三层多孔织物热湿传递耦合模型的数值解的唯一性证明,在该模型的基础上,根据保暖性要求提出了新的厚度决定反问题。由于边界条件的复杂性,文中没有给出稳定性和收敛性分析,只给出了总厚度一定的条件下的三层多孔织物厚度决定反问题,还可以继续做更多层厚度决定反问题,以及多层织物孔隙率、热传导率决定反问题等,下一步工作需要利用实验的方法来验证本文中提出的反问题的合理性。

参考文献:

- [1] HENRY P S H. Diffusion in absorbing media[J]. Proceeding of the Royal Society A, 1939, 171(945): 215-241.
- [2] LI Y, HOLCOMBE B V. A two-stage sorption model of the coupled diffusion of moisture and heat in wool fabrics[J]. Textile Research Journal, 1992, 62(4): 211-217.
- [3] FAN J T, LUO Z X, LI Y. Heat and moisture with sorption and condensation in porous clothing assemblies and numerical simulation[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2000, 43(16): 2989-3000.
- [4] WU H J, FAN J T. Study of heat and moisture transfer within multi-layer clothing assemblies consisting of different types of battings[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2008, 47(5): 641-647.
- [5] YE C, HUANG H, FAN J T, et al. Numerical study of heat and moisture transfer in textile materials by a finite volume method[J]. Communications in Computational Physics, 2008, 4(4): 928-948.
- [6] DU N, FAN J T, WU H J. Optimal porosity of fibrous

- porous materials for thermal insulation [J]. *Fibers and Polymers*, 2008, 9(1): 27-33.
- [7] DU N, FAN J T, WU H J, et al. Optimal porosity distribution of fibrous insulation [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2009, 52(19): 4350-4357.
- [8] KORYCKI R. Method of thickness optimization of textile structures during coupled heat and mass transport [J]. *Fibers & Textiles in Eastern Europe*, 2009, 17(1): 33-38.
- [9] KORYCKI R. Sensitivity oriented shape optimization of textile composites during coupled heat and mass transport [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, 53(11/12): 2385-2392.
- [10] XU D H, CHEN J X, ZHOU X H. An inverse problem of thickness design for single layer textile material under low temperature [J]. *Journal of Math-for-Industry*, 2010, 2(1): 139-146.
- [11] XU D H, WEN L, XU B X. An inverse problem of bi-layer textile thickness determination in dynamic heat and moisture transfer [J]. *Applicable Analysis*, 2014, 93(1): 445-465.
- [12] 徐定华. 纺织材料热湿传递数学模型及设计反问题 [M]. 北京: 科学出版社, 2014: 17-43.
- [13] XU Y H, XU D H, ZHANG L P, et al. A new inverse problem for the determination of textile fabrics thickness [J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2015, 23(4): 635-650.
- [14] 余跃. 纺织材料热湿传递数学建模及其设计反问题 [D]. 杭州: 浙江理工大学, 2016: 17-28.
- [15] LI Y, LUO Z X. An improved mathematical simulation of the coupled diffusion of moisture and heat in wool fabric [J]. *Textile Research Journal*, 1999, 69(10): 760-768.
- [16] LI Y. *The Science of Clothing Comfort* [M]. The Textile Institute, 2001: 66-72.
- [17] FALKENAUER E. *Genetic Algorithms and Grouping Problems* [M]. John Wiley & Sons, Inc, 1998: 11-21.
- [18] 玄光男, 程润伟. 遗传算法与工程优化 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 1-17.

An Inverse Problem of Thickness Determination for Three-Layer Porous Fabric Based on a Coupled Heat and Moisture Model

PAN Qitian, XU Yinghong, XU Dinghua

(School of Sciences, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Based on a coupled heat and moisture transfer mathematical model, an inverse problem of thickness determination for three-layer porous fabric is put forward. Firstly, a complete heat and moisture transfer mathematical model for three-layer porous fabric is given, and the finite difference method is used to solve this model. Besides, the uniqueness of the solution is analyzed. Secondly, based on the heat and moisture transfer model, inverse problem of thickness determination for three-layer porous fabric is proposed according to the requirement of thermal insulation. Finally, the genetic algorithm is used to solve this problem, and numerical simulation was carried out through Matlab. The numerical result verified the effectiveness of this algorithm.

Key words: heat-moisture transfer; direct problem; uniqueness; inverse problem; numerical simulation

(责任编辑: 康 锋)