

# 基于 Lamb 波的复合材料板损伤检测

张利绍, 陈换过, 李剑敏, 陈文华, 田 丽

(浙江理工大学机械与控制学院, 杭州 310018)

**摘 要:** 采用二分法在 MATLAB 中计算并绘制了复合材料层合板中 Lamb 波相速度和群速度频散曲线。根据所绘制的 Lamb 波频散曲线, 设计了合理的激励频率、激励脉冲、激励波形。在 ANSYS 中建立无损和有损模型, 对比结构无损和有损状态下的响应信号, 计算损伤信号飞行时间和 Lamb 波群速度, 判断损伤位置。

**关键词:** Lamb 波; 频散曲线; 群速度; 损伤定位

**中图分类号:** TB302.5      **文献标识码:** A

## 0 引 言

Lamb 波是在自由板中产生的平面应变波, 在板的上下表面应力为零, 是导波的一种形式<sup>[1]</sup>。Lamb 波能够在媒介中长距离传播, 利用较少的传感器实现大面积的结构检测, 及时准确发现损伤位置和大小, 因而广泛应用于结构无损检测中<sup>[2]</sup>。Cawley 团队已经开始突破 Lamb 波的技术局限性, 研究类似于机身上的大面积和厚结构<sup>[3]</sup>。暨南大学的张伟伟等人利用 Lamb 波回波方法对管道腐蚀进行了损伤位置和损伤程度判断<sup>[4]</sup>。南京航空航天大学彭鸽和袁慎芳等人利用 Lamb 波和小波变换进行二维结构损伤定位研究<sup>[5]</sup>。Lamb 波是一种体波, 随着结构形状、厚度、大小和激励频率变化, 其在结构中传播会发生多模式和频散现象, 在信号激励、接收和处理过程中增加难度, 故 Lamb 波在结构损伤检测中遇到了瓶颈<sup>[6]</sup>。绘制 Lamb 波频散曲线图对了解 Lamb 波在复合材料板中传播过程至关重要<sup>[7]</sup>。本文采用二分法计算并在 MATLAB 中绘制了复合材料层合板中 Lamb 波的相速度和群速度频散曲线, 在激励频率 50 kHz 的情况下, 可以确认 Lamb 波信号中主要存在  $A_0$  和  $S_0$  两种模式。对比分析有损和无损状态下的结构动力响应信号, 获得大量与损伤有关的信息。

## 1 Raleigh-Lamb 波方程的求解

### 1.1 相速度的求解

Lamb 波在薄板结构中的频散特性可以根据 Rayleigh-Lamb 波方程得到,

$$\frac{\tan(qfd)}{\tan(pfd)} = \left\{ \frac{4pqk^2}{(k^2 - q^2)^2} \right\}^{\pm 1} \quad (1)$$

$$k = \frac{\omega}{c_T}, p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2, q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2 \quad (2)$$

在各向同性材料中, 各材料参数之间有如下关系:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (3)$$

其中:

$$c_T^2 = \frac{G}{\rho}, c_L^2 = \frac{(\lambda + 2G)}{\rho} \quad (4)$$

方程中  $fd$  为频厚积,  $E$  为杨氏模量,  $\nu$  为泊松比,  $\rho$  为密度,  $c_T$  为横波速,  $c_L$  为纵波速。

本文采用二分法求解  $c_p$ , 其中  $c_p$  为相速度,  $f$  为激励频率,  $d$  为板的厚度。

求解步骤如下:

a) 选择一频厚积  $(fd)_0$ ;

b) 取相速度的原始估计值  $(c_p)_0$ ;

c) 判断式(1)左边的正负号(假定其不等零);

d) 另选择一个相速度  $(c_p)_1 > (c_p)_0$ , 重新估计式(1)左侧的符号;

e) 重复 c)、d) 步, 直到符号发生变化。因所研究的函数是连续的, 符号的变化必然伴随着函数值通过零点, 当函数值在区间上变号时, 即存在一个根。假定这一区间为  $(c_p)_n$  到  $(c_p)_{n+1}$ ;

f) 采用二分法精确确定在区间  $(c_p)_n < c_p < (c_p)_{n+1}$  中的相速度, 以使所求方程的左边足够小且逼近零;

g) 求得此根后, 在频厚积  $(fd)$  上根据第 b)~f) 步继续搜索其它根;

h) 另选一个频厚积, 重复 b)~g) 步。

## 1.2 群速度的求解

群速度  $c_g$  可以由相速度  $c_p$  利用以下公式求得:

$$c_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (5)$$

将  $k = \omega/c_p$ ,  $\omega = 2\pi f$  代入上式得:

$$c_g = c_p^2 \left[ c_p - (fd) \frac{dc_p}{d(fd)} \right]^{-1} \quad (6)$$

其中  $fd$  是频厚积, 在  $\frac{dc_p}{d(fd)} = 0$  时,  $c_p = c_g$ 。在  $\frac{dc_p}{d(fd)} \rightarrow \infty$  时,  $c_g$  趋于零。

## 1.3 复合材料板频散曲线

本文的研究对象为铺层为  $[0^\circ, 90^\circ]_{2s}$  的玻璃纤维环氧树脂复合材料正交层合板。Lamb 波的横波速和纵波速  $c_T = 3130$  m/s,  $c_L = 6350$  m/s, 复合材料的弹性参数为:  $E_1^0 = 21.5$  GPa,  $E_2^0 = 1.46$  GPa,  $G_{12}^0 = 8.1$  GPa,  $\mu_{21}^0 = 0.3$ ,  $\rho = 1830$  kg/m<sup>3</sup>, 通过数值求解式(1)和式(6)可求得其相速度和群速度, 其频散曲线如图 1 和图 2 所示。

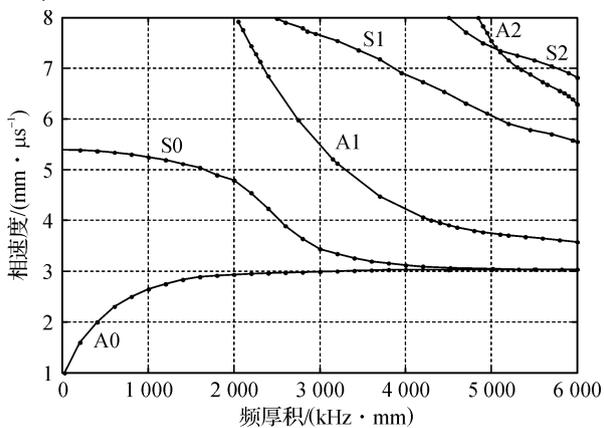


图 1 复合材料板相速度频散曲线

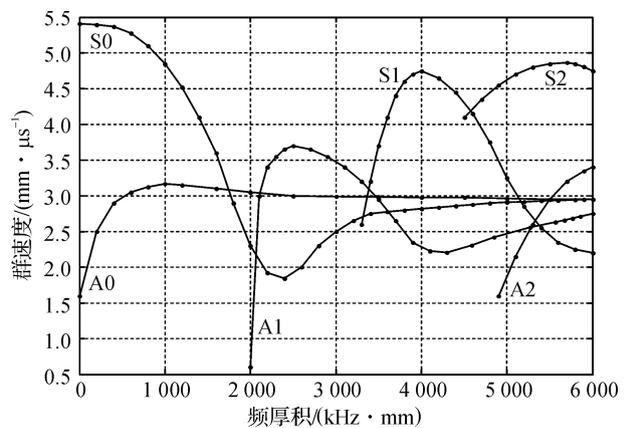


图 2 复合材料板群速度频散曲线

## 2 Lamb 波激励参数设计

目前, Lamb 波损伤检测还没有严格的标准甚至没有好的先验模式来参考。合理的激励参数设计对结构检测结果损伤分析至关重要。对损伤比较敏感的参数主要有 3 类: 激励频率、脉冲类型和激励波形。本文对这 3 类参数进行具体分析研究。

## 2.1 激励频率

各项同性复合材料板中频散曲线  $A_0$  模式,在构件中的传播几乎不发生变化。Lamb 波频散曲线中不同的频厚积对应不同的波速。在厚度一定的情况下,频率为变量,为了减小响应信息的散射,就要选择一个 Lamb 波散射相对最小的激励频率,这些位置出现在相速度频散曲线斜率相对较小的时刻。在低频率阶段,由于频散曲线斜率大,频率变化会引起相速度波动,故很难保持恒速来计算飞行时间。在高频率阶段相速度变化缓慢,但在一个频率下会出现多种传播模式,采集到的信号非常复杂,很难得到有用信息。频率越高,波速越快,增加了数据采集的难度。从图 2 中可以看出,在频厚积为  $100 \text{ kHz} \cdot \text{mm}$  时,Lamb 波相速度和群速度变化相对缓慢,且只有  $S_0$  和  $A_0$  模式。为了降低信号采集难度,提高信号分辨率,本研究采用  $50 \text{ kHz}$  的激励频率。

## 2.2 激励信号脉冲和波形

激励信号的频率能量越集中,Lamb 波传播的距离就越远,得到的波速就越准确,分析得到的飞行时间就越精确,计算出的损伤位置就越接近真实损伤位置。由于正弦信号相对于抛物线信号来说具有更好的周期性和光滑性,而且在相对时间内变化比较快的特点,所以选用 Hanning 加窗函数,减少信号能量泄露。在频率和信号类型选定的情况下,激励信号的长度取决于激励周期数。驱动脉冲中波数越多,带宽越窄,信号散射越少。但对于长度较短的样件或者激励位置和信号采集位置之间的距离太近的情况,脉冲中波速越多,第一个到达的信号和最后到达的信号之间的时间距离就越短,这样就加大了信号分辨的难度。本文选取窄带正弦调和信号:

$$U(t) = 5 \times 10^{-4} [H(t) - H(T - 5/f_c)] \times \left(1 - \cos \frac{2\pi f_c t}{5}\right) \sin(2\pi f_c t) \quad (7)$$

其中,  $f_c$  为信号中心频率,取为  $50 \text{ kHz}$ ,  $H(t)$  为 Heaviside 阶跃函数,激励信号波形如图 3 所示。

## 3 仿真分析

在有限元 ANSYS 软件中建立了 3 个复合材料层合板模型,分别对应无损基准板和损伤板,3 个板的材料特性和铺层完全相同,尺寸为  $1000 \text{ mm} \times 200 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ ,损伤是  $5 \text{ mm} \times 2 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  的长方形贯穿孔,模拟实际样件上裂纹孔洞损伤,模型上损伤位置和大小如图 4 所示。

依据脉冲回波法,对裂纹位置的测定可通过检测信号的位移曲线确定。选取单元 22493 为激励位置,单元 22712 为信号采集位置,如图 5 所示。

分析单节点的位移曲线可知:Lamb 波在板中传播时,在板不连续处(缺陷或边界),发生反射、散射现象,并伴有模式转换,媒介末端边界产生反射波。图 6(a)、图 6(b)所示为复合材料层合板无损和有损伤仿真结果。

图 6(a)中第一个波包是信号入射波包,A 点为波包峰值点,B 点为信号遇到板端部反射波包峰值点,无损信号飞行时间  $T_{AB} = 865 \mu\text{s}$ 。群速度计算公式:

$$c_g = \frac{L}{T} \quad (8)$$

式(8)中: $c_g$  为计算群速度, $L$  为信号传播距离, $T$  为信号飞行时间。由信号激励点和采集点的距离,可以得到  $c_g = 2265.9 \text{ m/s}$ 。图 6(b)为损伤信号,图中虚线为损伤位置  $400 \text{ mm}$  响应信号,实线为损伤位置  $600 \text{ mm}$  板响应信号,其中第一个波包为入射波包,其余为损伤

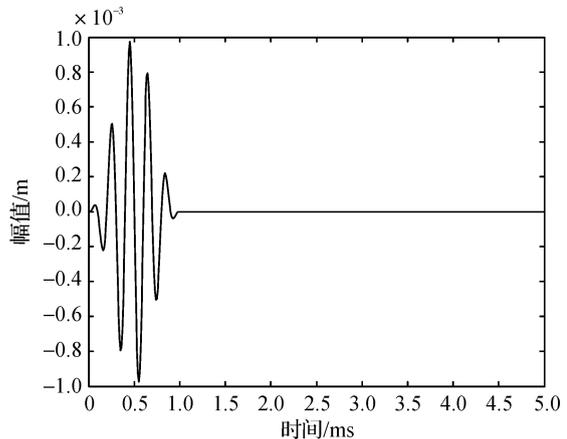


图3 激励信号波形图

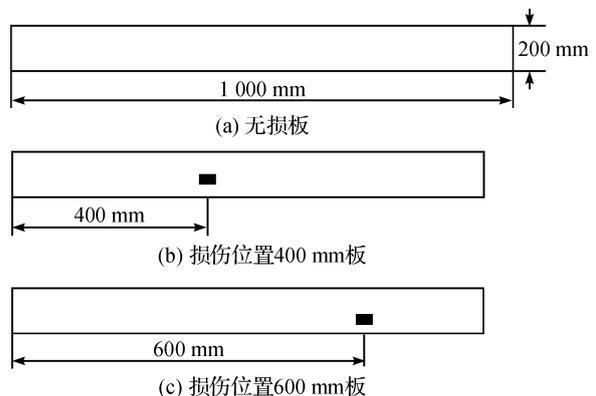


图4 样件模型

其中第一个波包为入射波包,其余为损伤

反射、散射波包和板末端反射波包。图 6(b)中,由于损伤程度比较小,所以损伤反射和散射波包能量低,波包幅值小。为了得到清晰的损伤反射波包,可以通过无损信号和损伤信号相减,得到消除公共信号后的差信号,如图 7 所示。

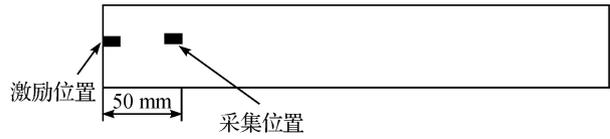


图 5 信号激励和响应位置

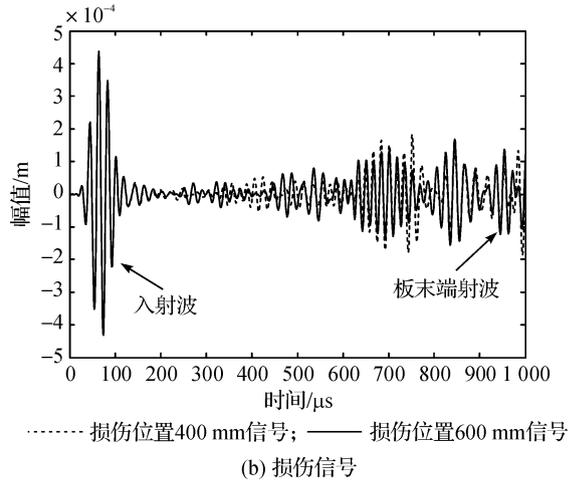
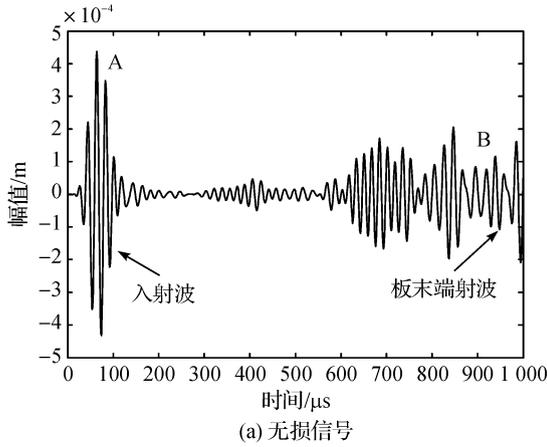


图 6 响应信号

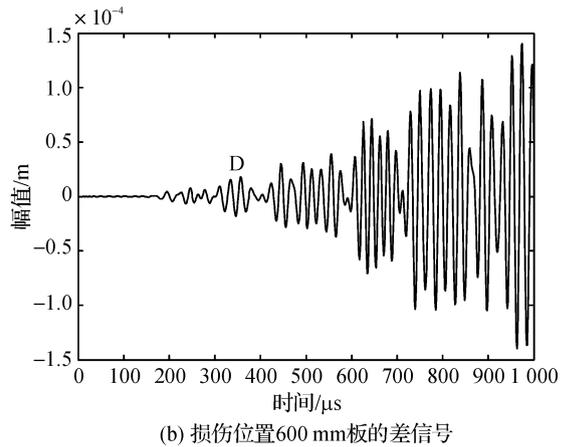
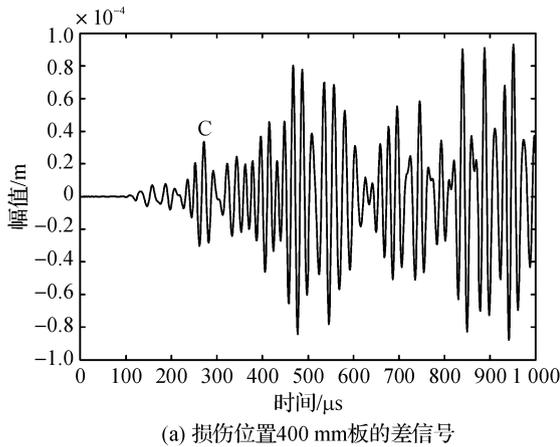


图 7 差信号

图 7 中 C 点和 D 点为损伤信号反射波包峰值点,计算得到损伤信号飞行时间  $T_{AC}=185 \mu\text{s}$ ,  $T_{AD}=270 \mu\text{s}$ 。根据损伤飞行时间和实际群速度可以计算出损伤位置,计算公式如下:

$$L_d = T \times c_g \quad (9)$$

式(9)中: $L_d$ 为损伤位置,根据损伤飞行时间和实际群速度,计算出损伤位置分别为 419.2 mm 和 611.8 mm 处。对比分析实际损伤位置和计算损伤位置,结果见表 1。

## 4 结 论

本文以复合材料层合板为研究对象,通过计算 Lamb 波实际群速度大小和损伤信号飞行时间,判断损伤位置。采用该方法计算得到的损伤位置与实际损伤位置相对误差在 2% 以下。结果表明,Lamb 波对复合材料层合板的损伤检测具有良好的可靠性。

表 1 损伤位置识别结果

样件	计算位置	实际位置	相对误差
	/mm	/mm	/%
400 mm 损伤板	419.2	400	1.92
600 mm 损伤板	611.8	600	1.18

**参考文献:**

- [1] Yoji O, Keiji F. Delamination detection in composite laminates using dispersion change based on mode conversion of Lamb waves[J]. *Smart Materials and Structures*, 2010, 19(11): 1-11.
- [2] 阎石, 张海凤, 蒙彦宇. Lamb波频散曲线的数值计算及实验验证[J]. *华中科技大学学报*, 2010, 27(1): 1-4.
- [3] 罗斯. 固体中的超声波[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 98-126.
- [4] 张伟伟, 马宏伟. 基于模态分析和应力波技术的结构裂纹识别方法研究[J]. *暨南大学学报*, 2010, 34(1): 1-6.
- [5] 徐颖娣, 袁慎芳, 彭鸽. 二维结构损伤的主动 Lamb波定位技术研究[J]. *航空学报*, 2004, 25(5): 476-479.
- [6] 孙凯, 孟光, 李富才, 等. 基于弹性导波的厚钢梁结构的损伤检测[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(12): 110-114.
- [7] Jurgen P, Gerhard M. SHM of CFRP-structures with impedance spectroscopy and Lamb waves[J]. *Int J Mech Mater Des*, 2010, 31(6): 53-62.

## Damage Detection in Composite Laminates Based on Lamb Wave

ZHANG Li-shao, CHEN Huan-guo, LI Jian-min, CHEN Wen-hua, TIAN Li

(School of Machinery & Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** The phase velocity and group velocity dispersion curves of composite material plate are calculated and plotted by using dichotomy method in MATLAB. The actuating frequency, pulse and actuating shape are designed by dispersion curve of Lamb wave. The dynamic response signals of the composite plate are obtained by finite element method. Damage location is calculated by the actual group velocity of Lamb wave and time of flight of the difference signal before and after damage.

**Key words:** lamb wave; dispersion curve; group velocity; damage detection

(责任编辑: 杨元兆)