



# 基于频域法的二阶多智能体系统快速一致性分析

王春平, 潘海鹏

(浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018)

**摘要:** 一致性分析是多智能体系统(Multi-agent systems, MASs)理论研究的基本问题, 研究目标是为系统中每一个智能体设计合理有效的分布式协议使其实现一致性。以图论为工具, 引入矩阵论和稳定性理论等方法, 讨论了具有无向拓扑网络结构的二阶 MASs 快速一致性控制, 并基于传统的一致性协议提出了改进的新算法。该算法采用线性系统的频域理论, 根据奈奎斯特稳定性判据给出了闭环系统稳定且具有较快收敛速度的充分性条件, 克服了常规的 Lyapunov 稳定性理论分析方法中难以构造 Lyapunov 函数的不足。提出两个具有不同网络拓扑结构的仿真实例, 通过 Matlab 对算法进行验证, 结果发现: 与传统算法相比, 该算法不仅能够镇定系统, 且能显著提高系统的收敛速度, 提升系统的平稳性与快速性。

**关键词:** 多智能体系统; 一致性; 收敛速度; 仿真; 频域方法

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-3851 (2020) 05-0356-06

## Fast consensus analysis of second-order multi-agent systems based on frequency domain method

WANG Chunping, PAN Haipeng

(Faculty of Mechanical Engineering & Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** The consistency analysis problem is the fundamental issue of multi-agent systems (MASs) theory, which aims to design a reasonable and effective distributed protocol for each agent in the system so that a group of agents can achieve consensus. The fast consistency control problem of second-order MASs with undirected topological networks was analyzed based on matrix theory, stability theory and graph theory. Besides, an improved new algorithm was obtained on the basis of conventional consistency protocol. The algorithm adopts the frequency domain of linear systems, and gives the sufficient conditions for stable closed-loop system and fast convergence speed based on Nyquist stability criterion. And the new algorithm overcomes the shortcomings of the conventional Lyapunov stability method which is difficult to construct Lyapunov function. Two simulation examples with different topological networks were proposed to verify the proposed algorithm by Matlab. The results show that the proposed algorithm cannot just stabilize the system, but also significantly improve the convergence speed, stability and rapidity of the system.

**Key words:** multi-agent systems; consistency; convergence speed; simulation; frequency domain method

收稿日期: 2019-09-29 网络出版日期: 2020-01-04

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374083); 浙江省自然科学基金重点项目(LZ15F030005)

作者简介: 王春平(1978-), 男, 浙江衢州人, 硕士研究生, 主要从事工业过程先进控制理论方面的研究。

通信作者: 潘海鹏, E-mail: pan@zstu.edu.cn

## 0 引言

多智能体系统(Multi-agent systems, MASs)是多个单智能体的集合,在耦合作用下,单个智能体的状态会影响其他个体的行为。此处的耦合网络可视为大量个体之间的互连结构,这种结构可以是通信网络、传感器网络或其他的连接关系<sup>[1-2]</sup>,在连接建立或者丢失的时候呈现出静态或动态的特性。在实际应用中,智能体实例均化为多种具体的物理实体,例如,计算机网络中路由器设备,航天、军事或民用领域的无人机,家用或工业流水线上的各种智能机器人,高速公路上的智能汽车,太空中的卫星等。MASs 相比于单个智能体(或同等个数的智能体独立工作集合),具有任务领域广、系统性能优、效率高、鲁棒性能好、内在并行性等显著优点。因此,研究 MASs 具有重要的意义。

从 MASs 控制目标的角度来看,多个智能体在合作过程中需要协调达到状态一致后才能在此基础上进一步完成编队、聚集、群集、包容控制等任务目标。因此一致性控制是 MASs 研究的基础与根本问题。对一致性控制问题的研究具有里程碑意义的工作是 1987 年 Reynolds 等<sup>[3]</sup>通过模仿自然界中动物的聚集行为提出了 Boid 模型。2003 年, Jadbaie 等<sup>[4]</sup>在无噪声的假设条件下对 Vicsek 模型<sup>[5]</sup>进行简化,且给出了其一致性的严格数学证明。Vicsek 模型又称粒子群模型,是对 Boid 模型的简化,该模型仅考虑动物聚集的速度匹配原则,可使初始状态随机的个体最终都趋于一致。在此基础上,美国加州大学河滨分校的 Ren 等<sup>[6]</sup>在固定拓扑结构的假设下,分别给出了连续或离散时间的控制协议,证明了所给协议使系统达到渐近一致的充要条件是其信息交换图中包含一棵生成树。迄今为止,大部分研究工作仍然以文献<sup>[5]</sup>中的条件为前提,该条件的提出意义深远。

在 MASs 中,智能体之间的信息交换必定存在时延。时延问题小到可以影响系统性能,大到可以破坏系统的稳定性,所以研究时延系统具有重要的现实意义。东南大学的 Tian 等<sup>[7]</sup>对多种时延下网络拥塞的稳定性进行了研究;Yu 等<sup>[8]</sup>对有向网络拓扑情况下二阶连续系统考虑固定时延的一致性控制问题进行了分析,得到了二阶连续系统要实现一致性需满足的充要条件,这是时延 MASs 研究领域的又一重要成果;张振华等<sup>[9]</sup>基于 Lyapunov 稳定性理论给出了二阶 MASs 拓扑切换下的领导跟随一

致性充分条件;马丹等<sup>[10]</sup>利用线性代数与矩阵论知识考虑无向图的拓扑设计,实现了 MASs 的一致性。上述结论考虑的均为时间触发 MASs 的一致性问题,Gao 等<sup>[11]</sup>则考虑事件触发机制的 MASs 领导跟随跟踪控制问题,从节省网络信息资源的角度重新给出了控制协议,但依然采用传统的 Lyapunov 稳定性理论方法。构造 Lyapunov 函数对很多系统来说难度很大并无据可循,且在系统趋于一致快速性的动态性能指标上难以突破。由此,本文引入频域方法研究二阶 MASs 的快速一致性问题,以克服难以构造 Lyapunov 泛函求解系统一致性条件的这一缺点。

本文以二阶 MASs 为研究对象,图论为工具,采用频域方法和矩阵论分析无向拓扑网络的二阶 MASs 快速一致性问题,特别是在已有一致性协议的基础上提出了改进的新算法。

## 1 问题描述

无向网络的静态一致性是指在时间趋于无穷大的时候,多个智能体运动到相同的位置,而速度为零。为了研究如何加快二阶 MASs 的收敛速度,需要引入如下图论基础和系统描述。

### 1.1 图论基础

通常用一个无向图  $G=(V, E)$  表示多智能体之间的交互拓扑结构,其中:  $V=\{1, \dots, N\}$  表示节点的集合,  $E \subseteq V \times V$  表示边的集合。从节点  $i$  到节点  $j$  的这条边表示为  $(i, j) \in E$ 。当  $(i, j) \in E$  时,则节点  $i$  是节点  $j$  的邻节点,而  $N_i = \{j \in V \mid (j, i) \in E\}$  表示节点  $i$  的邻居集。邻接矩阵  $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$  图  $G$  的 Laplacian 矩阵  $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$  定义:  $l_{ii} = \sum_{j \neq i} a_{ij}$ , 且  $l_{ij} = -a_{ij}, i \neq j$ 。

### 1.2 系统描述

考虑如下二阶 MASs, 每个智能体的二阶动态模型为:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i(t) = \zeta_i(t) \\ \dot{\zeta}_i(t) = u_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

$\xi_i(t) \in \mathbf{R}$ ,  $\zeta_i(t) \in \mathbf{R}$ ,  $u_i(t) \in \mathbf{R}$  分别描述第  $i$  个智能体的位置、速度和加速度。Ren 等<sup>[12]</sup>针对二阶系统提出了如下经典的一致性算法:

$$u_i(t) = -\gamma \zeta_i(t) - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \{ \gamma [\xi_i(t) - \xi_j(t)] + [\zeta_i(t) - \zeta_j(t)] \} \quad (2)$$

一致性算法(2)可使系统个体的最终状态满足:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t) = c, \lim_{t \rightarrow \infty} \zeta_i(t) = 0, \forall i \in N.$$

其中: $c$  为参数。该算法也称为静态一致性算法。

## 2 主要结论

为了改善系统(1)的一致性收敛速度,本文提出如下改进算法:

$$u_i(t) = -\gamma \zeta_i(t) - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \{ \gamma [(\xi_i(t) - \xi_j(t)) + (\xi_i(t - \theta) - \xi_j(t - \theta))] + [(\zeta_i(t) - \zeta_j(t)) + (\zeta_i(t - \theta) - \zeta_j(t - \theta))] \} \quad (3)$$

在得到本文的主要结论之前,需要用到如下引理 1 和引理 2。

引理 1<sup>[13]</sup> 无向图  $G$  的拉普拉斯矩阵  $L$  含有  $N$  个特征根分别为  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ , 满足  $0 = \lambda_1(L) \leq \lambda_2(L) \leq \dots \leq \lambda_N(L)$ ; 且

$$\min_{x \neq 0, 1^T x = 0} \frac{x^T L x}{\|x\|^2} = \lambda_2(L)。$$

其中: $x$  为相应维数的向量,  $\lambda_2(L)$  称为无向图  $G$  的代数连通度。

引理 2<sup>[14]</sup> 对于一个稳定的闭环控制系统而言,系统的极点离虚轴越远,系统的收敛速度越快。

基于如上引理和改进的新算法(3)、定理 1 和定理 2 分别给出了系统(1)达到一致与快速达到一致的主要结果。

定理 1 考虑具有  $n$  个个体的 MASs 系统(1),其拓扑图  $G$  为无向连通图,当  $\theta > 0$  时,基于一致性算法(3)能使系统(1)渐近达到一致。

证明 代入算法(3),系统(1)的状态空间模型描述如下:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \zeta(t) \\ \dot{\zeta}(t) = -\gamma \zeta(t) - L[\gamma(\xi(t) + \xi(t - \theta)) + (\zeta(t) + \zeta(t - \theta))] \end{cases} \quad (4)$$

此处  $\xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_n(t)]^T \in \mathbf{R}^n$ ,  $\zeta(t) = [\zeta_1(t), \zeta_2(t), \dots, \zeta_n(t)]^T \in \mathbf{R}^n$ ,  $L$  为图  $G$  对应的拉普拉斯矩阵。变换后得到:

$$\begin{cases} s\xi(s) = \zeta(s) \\ s\zeta(s) = -\gamma \zeta(s) - L[\gamma((1 + e^{-s\theta})\xi(s) + (1 + e^{-s\theta})\zeta(s))] \end{cases} \quad (5)$$

化简得:

$$s^2 \xi(s) = -\gamma s \xi(s) - L\{\gamma[\xi(s) + e^{-s\theta} \xi(s)] + s[\xi(s) + e^{-s\theta} \xi(s)]\} \quad (6)$$

其极点满足:

$$\det[s^2 \mathbf{I} + \gamma \mathbf{I} s + \gamma L(1 + e^{-s\theta}) + sL(1 + e^{-s\theta})] = 0 \quad (7)$$

$$\det\{(s\mathbf{I} + \gamma \mathbf{I})[s\mathbf{I} + (1 + e^{-s\theta})L]\} = 0。$$

由此可知,式(7)等价于:

$$\det(s\mathbf{I} + \gamma \mathbf{I}) = 0 \quad (8)$$

$$\det(s\mathbf{I} + (1 + e^{-s\theta})L) = 0 \quad (9)$$

由引理 1,其拉普拉斯矩阵有一个特征值为  $\lambda_1 = 0$ , 且  $\text{Re}(\lambda_i) > 0, i = 2, \dots, n$ 。根据式(9)得:

$$s \prod_{i=2}^n [s + (1 + e^{-s\theta})\lambda_i] = 0 \quad (10)$$

可知式(10)有一个根  $s = 0$ , 当  $s \neq 0$  且  $i = 2, \dots, n$  时:  $s + (1 + e^{-s\theta})\lambda_i = 0$ , 即:

$$1 + \left(\frac{1 + e^{-s\theta}}{s}\right)\lambda_i = 0 \quad (11)$$

开环系统不稳定的极点个数为  $p = 0$ , 其频率特性

$$g_i(\omega) = \lambda_i \frac{1 + e^{-j\omega\theta}}{j\omega}, \text{ 得幅频 } |g_i(\omega)| =$$

$$\frac{2\lambda_i}{\omega} \left| \cos \frac{\omega\theta}{2} \right|, \text{ 相频 } \arg(g_i(\omega)) = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega\theta}{2}。 \text{ 当 } \omega \in (0, \infty) \text{ 时, } |g_i(\omega)| \text{ 和 } \arg(g_i(\omega)) \text{ 都是递减的。}$$

经过 Matlab 仿真发现,曲线  $\lambda_i \frac{1 + e^{-j\omega\theta}}{j\omega}$  在  $\theta > 0$  时,

其奈奎斯特曲线不可能包围临界点  $(-1, j0)$ , 即奈氏曲线包围  $(-1, j0)$  的圈数为 0, 又因为  $p = 0$ , 根据奈奎斯特稳定性判据可知闭环系统稳定, 该系统的根位于  $s$  平面的左半平面。

综上所述可得,只有当  $\theta > 0$  时,式(9)有一个极点为零,其他的根均分布在复平面的左半平面,则基于算法(3)的闭环系统收敛到稳定状态,即:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t) = \xi_i^*$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta_i(t) = 0, \forall i \in \mathbf{N}$ 。由式(4)取极限得:  $L[\xi_1^*, \xi_2^*, \dots, \xi_n^*] = \mathbf{0}$ , 根据引理 2 得:  $\text{rank}(L) = n - 1$  且  $L[1, 1, \dots, 1]^T = \mathbf{0}$ , 即  $L[\xi_1^*, \xi_2^*, \dots, \xi_n^*] = \mathbf{0}$  的根为  $\xi^* = c[1, 1, \dots, 1]^T$ , 其中  $c$  为常数。综上可得:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t) = \xi_i^* = c, \lim_{t \rightarrow \infty} \zeta_i(t) = 0, \forall i \in N$ 。定理得证。

定理 1 给出了采用算法(3)可使多智能体系统(1)达到一致的基本结论,但是没有提及收敛速度与快速性指标,如下定理 2 给出了系统结合动态性能指标的稳定性结论。

定理 2 考虑具有  $n$  个个体的 MASs(1),其拓扑图  $G$  为无向连通图,当  $\theta \in (0, \sigma)$  时,基于一致性算法(3)比算法(2)能使系统(1)更快达到一致性状态,其中  $\sigma$  需满足:

$$\sigma = \min_{i \in N_i, \lambda_i \neq 0} \{ \sigma \mid \sqrt{1 - e^{-4\lambda_i \sigma}} = \sin(\lambda_i \sigma \sqrt{e^{4\lambda_i \sigma} - 1}) \}$$

证明 式(11)中所有根都是关于  $\theta$  连续的, 令  $s = x_i + jy_i, i=2, \dots, n, x_i \in \mathbf{R}, y_i \in \mathbf{R}$ , 有:

$$\begin{cases} x_i + \lambda_i + e^{-\theta x_i} \cos(y_i \theta) \lambda_i = 0 \\ y_i - e^{-\theta x_i} \sin(y_i \theta) \lambda_i = 0 \end{cases} \quad (13)$$

由  $x_i + \lambda_i + e^{-\theta x_i} \cos(y_i \theta) \lambda_i = 0$  得:  $x_i = -\lambda_i - e^{-\theta x_i} \cos(y_i \theta) \lambda_i$ , 构造函数  $x_i = x_i(\theta), y_i = y_i(\theta)$ , 两边对  $\theta$  求导得:

$$\frac{dx_i}{d\theta} = -\lambda_i \left[ -x_i e^{-x_i \theta} \cos(y_i \theta) - \theta e^{-x_i \theta} \cos(y_i \theta) \right]$$

$$\frac{dx_i}{d\theta} - e^{-x_i \theta} \sin(y_i \theta) \left( y_i + \theta \frac{dy_i}{d\theta} \right),$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{dx_i}{d\theta} = \lambda_i x_i.$$

由定理 1, 当  $\theta > 0$  时,  $x_i < 0$ , 所以  $\lambda_i x_i < 0$ , 即

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{dx_i}{d\theta} < 0$ . 根据函数局部保号性可知, 存在一个

$\delta > 0$ , 当  $0 < |\theta - 0| < \delta$  时,  $\frac{dx_i}{d\theta} < 0$ . 当  $\theta = 0$

时, 由式(11)可以得到  $x_i = -2\lambda_i$ . 当  $0 < |\theta - 0| < \delta$  时,  $x_i = x_i(\theta)$  单调递减, 则  $x_i < -2\lambda_i$ , 如算法(3)满足快速性条件,  $\sigma$  应满足  $x_i(\theta)|_{\theta=\sigma} = -2\lambda_i$  的最小值, 代入式(13)得:

$$\begin{cases} -\lambda_i + e^{2\lambda_i \sigma} \cos(y_i \sigma) \lambda_i = 0 \\ y_i - e^{2\lambda_i \sigma} \sin(y_i \sigma) \lambda_i = 0 \end{cases} \quad (14)$$

由式(14)得:  $\cos(y_i \sigma) = e^{-2\lambda_i \sigma}, y_i = \pm \lambda_i \sqrt{e^{4\lambda_i \sigma} - 1}$ , 因此:

$$\sigma = \min_{i \in N_i, \lambda_i \neq 0} \{ \sigma | \sqrt{1 - e^{-4\lambda_i \sigma}} = \sin(\lambda_i \sigma \sqrt{e^{4\lambda_i \sigma} - 1}) \}.$$

可得系统(1)采用算法(2)后的闭环极点:

$$\det(s\mathbf{I} + \gamma\mathbf{I}) = 0 \quad (15)$$

$$\det(s\mathbf{I} + \mathbf{L}) = 0 \quad (16)$$

比较式(8)和式(15)可知, 系统(1)采用这两种算法得到了相同的极点  $s = -\gamma$ . 根据定理 1, 当  $\theta \in (0, \sigma)$  且  $\sigma$  满足式(12)时, 式(11)的所有根都位于式(16)的左边, 由引理 2 可知算法(3)提高了二阶 MASs 的收敛速度。

定理得证。

定理 2 在定理 1 的基础上给出了 MASs 快速到达一致性的条件, 对于一个稳定的闭环控制系统而言, 系统的极点离虚轴越远, 系统的收敛速度越快。因此得到了新算法(3)相比传统的算法(2)能够大大提高二阶 MASs 的收敛速度这一重要的结论。以下将给出仿真算例验证这一结果。

### 3 算例

以下针对两类具有不同拓扑结构的 MASs 实

例, 采用新算法(3)对系统快速一致性性能进行仿真验证。

例 1 考虑由 5 个多智能体组成的系统(1), 其通信拓扑如图 1 所示。由图论知识可得系统的邻接矩阵  $\mathbf{A}$ , 入度矩阵  $\mathbf{D}$  以及拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ 。

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0.8 & 0.2 \\ 0.3 & 0 & 0 & 1 & 0.4 \\ 0 & 0.8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.4 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.2 & -0.3 & 0 & 0 \\ -0.2 & 1.2 & 0 & -0.8 & -0.2 \\ -0.3 & 0 & 1.7 & -1 & -0.4 \\ 0 & -0.8 & -1 & 1.8 & 0 \\ 0 & -0.2 & -0.4 & 0 & 0.6 \end{bmatrix}.$$

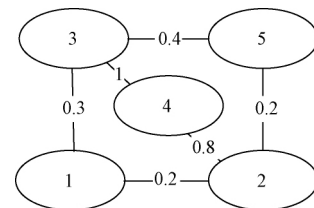


图1 含5个多智能体的系统无向拓扑图

智能体的初始状态可以随机给定, 因此仿真时取随机的初始位置和初始速度如图 2 和图 4 所示, 参数  $\gamma=1$ 。根据给定的拉普拉斯矩阵、定理 1 和定理 2 得到状态区间的上界  $\sigma=1.9$  s。当  $\theta \in (0, 1.9)$  s 时, MASs 的位置响应曲线与速度响应曲线分别如图 2—图 5 所示。其中图 2 和图 3 分别描述了系统使用这两种算法的位置响应。

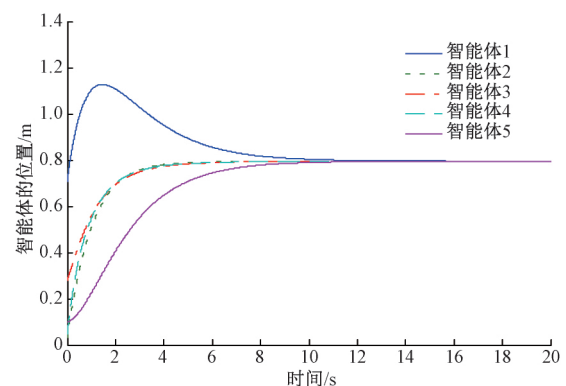


图2 基于算法(2)的MASs位置响应曲线

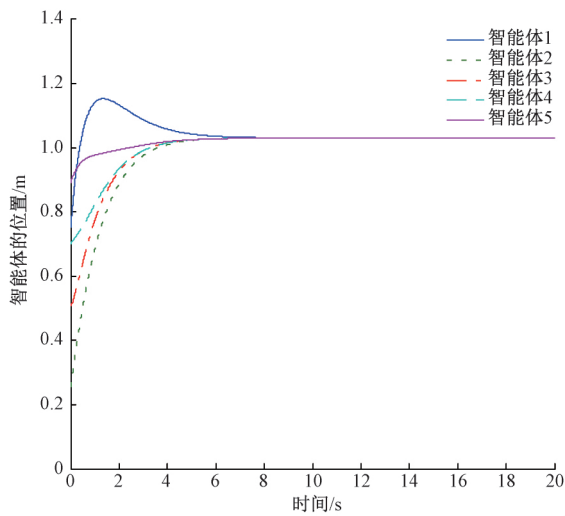


图3 基于算法(3)的MASs位置响应曲线

判断收敛速度的指标是各个智能体达到一致性的时间,时间越短表示该MASs的收敛速度越快。由图2和图3可知,基于算法(3)的MASs位置到达一致性时间少于7 s,而算法(2)需要12 s,因此本文提出的新算法(3)能使得系统状态更快达到一致。

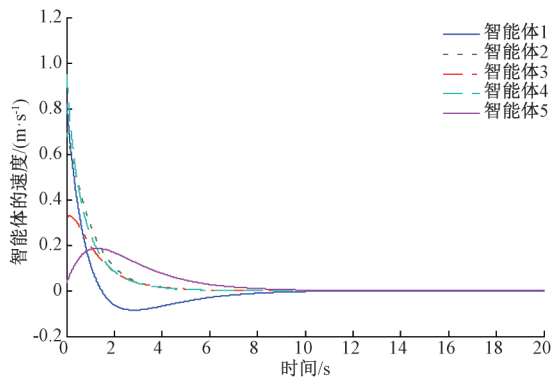


图4 基于算法(2)的MASs速度响应曲线

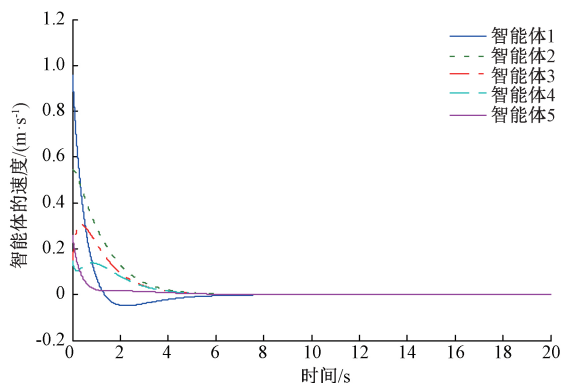


图5 基于算法(3)的MASs速度响应曲线

图4和图5则分别描述了系统使用算法(2)和算法(3)的速度响应曲线,由上述图形对比能够更加直观的看出所提算法(3)的快速收敛性。

例2 不失一般性地考虑由4个多智能体组成的系统(1),其通信拓扑见图6所示。

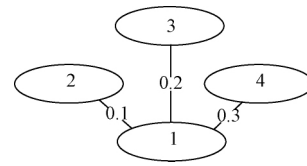


图6 含4个多智能体的系统无向拓扑图

由通信拓扑图可得系统邻接矩阵 $A$ 、入度矩阵 $D$ 及拉普拉斯矩阵 $L$ ,且由 $L=D-A$ 得:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.1 & -0.2 & -0.3 \\ -0.1 & 0.1 & 0 & 0 \\ -0.2 & 0 & 0.2 & 0 \\ -0.3 & 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}.$$

智能体的初始状态与初始速度随机给定,参数 $\gamma=1$ 。根据给定的拉普拉斯矩阵 $L$ 、定理1和定理2得到状态区间的上界 $\sigma=2.03$  s,当 $\theta \in (0, 2.03)$  s时,图7和图8分别是系统使用算法(2)与算法(3)的位置响应曲线。

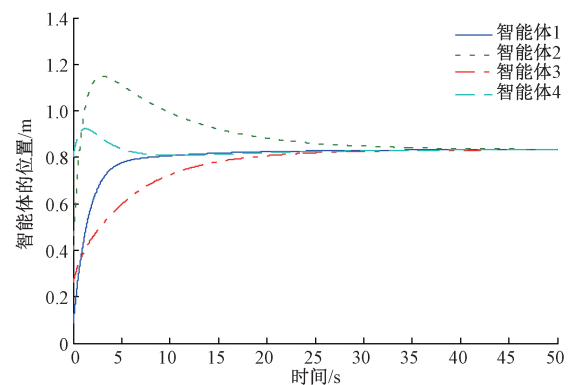


图7 基于算法(2)的MASs位置响应曲线

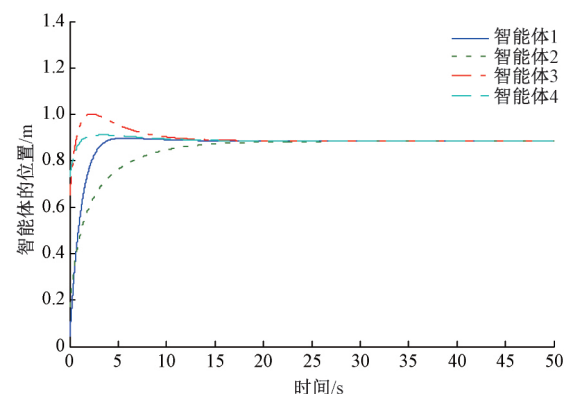


图8 基于算法(3)的MASs位置响应曲线

由图7和图8可知,基于算法(3)的MASs位置到达一致性时间是20 s,而算法(2)需要40 s,因此本文提出的新算法(3)能使得系统状态更快达到一致。

分别绘制出了MASs使用算法(2)和算法(3)的速度响应曲线,如图9和图10所示。

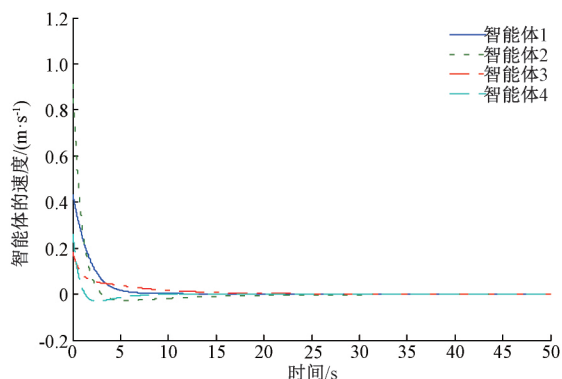


图9 基于算法(2)的MASs速度响应曲线

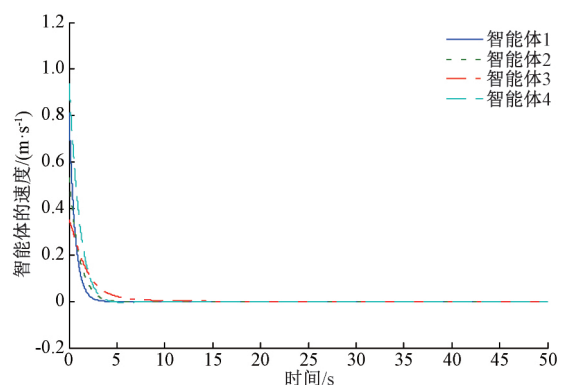


图10 基于算法(3)的MASs速度响应曲线

由图9和图10比较可知,算法(3)使得系统的速度响应在15 s之前就趋于一致,算法(2)需要30 s,新算法(3)大大提升了系统的快速性。

以上针对两种不同拓扑结构的MASs进行了算法仿真,第一种拓扑结构含5个智能体,第二种拓扑结构含4个智能体,各智能体连接方式不同,权值不同。通过仿真曲线图比较可知使用算法(3)能使MASs更快的到达一致性,即使拓扑结构改变,结果依然成立,说明算法(3)不失普遍性和有效性。

#### 4 结束语

本文研究了基于无向拓扑的二阶多智能体静态一致性和快速性问题,在已有结论的基础上提出了新算法,算法给出MASs快速到达一致性的简化条件,通过Matlab仿真验证了所提算法的有效性和优越性。新算法不仅能够使得系统状态快速到达一致,而且相比已有算法大大提高了系统的收敛时间。当然,该算法也存在一些不足,即新算法虽然给出了

能够使系统快速收敛的一个时间区间,但并不能给出使系统收敛最快的最优时间区间,这也是本课题后续需要深入研究的方向。

#### 参考文献:

- [1] Nedic A, Ozdaglar A. Distributed subgradient methods for multi-agent optimization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(1): 48-61.
- [2] Cao M, Anderson B D O, Morse A S. Sensor network localization with imprecise distances[J]. Systems & Control Letters, 2006, 55(11): 887-893.
- [3] Reynolds C W. Flocks, Herds, and Schools: a distributed behavioral model[J]. Computer Graphics, 1987, 21(4): 25-34.
- [4] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(6): 988-1001.
- [5] Vicsek T, Czirok A, Ben-Jacob E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(6): 1226-1229.
- [6] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.
- [7] Tian Y P, Yang H Y. Stability of the internet congestion control with diverse delays[J]. Automatica, 2004, 40(9): 1533-1541.
- [8] Yu W W, Chen G R, Cao M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems[J]. Automatica, 2010, 46(6): 1089-1095.
- [9] 张振华,彭世国. 二阶MASs拓扑切换下的领导跟随一致性[J]. 广东工业大学学报, 2018, 35(2): 75-79.
- [10] 马丹,张宝峰,王璐瑶. MASs一致性问题的控制器与拓扑协同优化设计[J]. 控制理论与应用, 2019, 36(5): 720-727.
- [11] Gao J F, Zheng M N. Distributed adaptive event-triggered protocol for tracking control of leader-following multi-agent systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(17): 10466-10479.
- [12] Ren W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations[J]. IET Control Theory & Applications, 2007, 1(2): 505-512.
- [13] Godsil C, Royle G. Algebraic Graph Theory[M]. New York: Springer-Verlag, 2001: 20-21.
- [14] Cao Y, Wei R, Chen Y Q. Multi-agent consensus using both current and outdated states[J]. Ifac Proceedings Volumes, 2008, 41(2): 2874-2879.

(责任编辑:康 锋)