

织机棉纱蠕变试验及蠕变特性数值仿真分析的应用

章 宇, 刘宜胜, 吴震宇

(浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018)

摘 要: 纱线的粘弹特性对织机停机后重新开机时的织口位置具有重要影响,为减小该影响,采用棉纱作为实验对象,在纱线强力仪上进行蠕变试验。运用 Burgers 四元件模型的本构关系建立蠕变理论方程,利用 Matlab 拟合蠕变试验结果,计算粘弹性参数。同时还用 ANSYS 对棉纱进行蠕变特性数值仿真计算,结果显示:仿真结果与试验结果拟合精度很高。可把织口向机后拉动来平衡织口移动量,使织口恢复到正常开机时的位置,为解决重新开机后织物停车挡的问题提供理论支持。

关键词: 织机织口; 经纱; 蠕变; Burgers 四元件模型; ANSYS

中图分类号: TS101.2 **文献标志码:** A

0 引 言

我国纺机产业虽然已取得一定的成就,在一些中档、先进适用的产品方面有了很大突破,但与国际的先进水平还存在着较大的差距,其原因之一是缺少基础理论方面的支持。织机停机时,经纱在自身张力的作用下,织口位置发生偏移,重启时会使坯布产生纬密突变出现停车挡,影响织物质量。由于纱线属于高分子聚合物^[1],具有粘弹性质,粘弹性材料拥有弹性固体和粘性流体特性,导致纱线在变形过程中应力与应变之间的对应关系遭到破坏,粘弹性纱线作为经纱在张力的作用下发生蠕变,引起织机织口位置的变化。

对于蠕变的理论和模拟目前已经有了较深入的研究。于伟东等^[2]认为长链分子聚集起来的纺织纤维是一种弹性体,其力学性能兼有弹性固体和粘性流体的特征,典型的表现是纤维具有应力松弛和蠕变现象。Gao^[3-4]对织机纱线的蠕变行为进行了分析,结果说明 Burgers 四元件模型更加符合蠕变试验的拟合结果。王新威等^[5]对 PE-UHMW 纤维拉伸进行蠕变性能测试,其研究结果说明多项式回归

方法适用于蠕变性能测试。王良熙等^[6]对汽车塑料采用有限元仿真,对其蠕变特性采用 Burgers 四元件模型转化为 Prony 级数的方法来计算,其计算结果效果可靠。

根据蠕变理论方程,本文运用 Burgers 四元件模型的本构关系,结合纱线强力仪测得的纱线实验数据,分析 Burgers 模型的粘弹性参数的拟合问题,采用 Prony 级数转化公式将 Burgers 模型的粘弹性参数转化为有限元分析的粘弹性参数,利用 ANSYS 有限元分析软件对棉纱蠕变进行力学计算^[7-9]。

1 蠕变试验

1.1 试样

富春染织印度进口棉纱(100%棉),其梳棉工艺采用精梳,主要用于针织、机织、毛巾和缝纫等;分别选用线密度为 14.3、18.0、27.4 tex 和 30.9 tex 四种棉纱进行蠕变试验。

1.2 试验装置与方法

采用 XL-2 纱线强伸度仪做纱线的蠕变试验。蠕变试验在 20℃ 恒温 and 65% 恒定相对湿度的恒温恒湿室里进行,对不同线密度的棉纱进行相同应力

收稿日期: 2015-04-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(51205362);浙江省自然科学基金项目(LQ12E05017)

作者简介: 章 宇(1990—),男,浙江台州人,硕士研究生,主要从事纺织材料力学特性的研究。

通信作者: 刘宜胜, E-mail: lysleo@zstu.edu.cn

的拉伸试验,预加张力为 1 cN,设定初始应变为 0,恒定拉力为 100 cN,蠕变时间设为 5 min,棉纱长度设为 100 mm,同一线密度的纱线测试 10 次,计算机程序设定从时间 $t=0$ 开始采样,采样的时间间隔为 1 s,采集 300 个数据,试验结束后,由计算机自动输出试验结果。

2 试验结果与分析

对 10 组试验的初始伸长取平均值,与初始伸长平均值最接近的试验数据作为试验结果。绘制不同线密度棉纱的蠕变试验数据点分布图(选取 300 个数据中部分数据作图),结果见图 1。

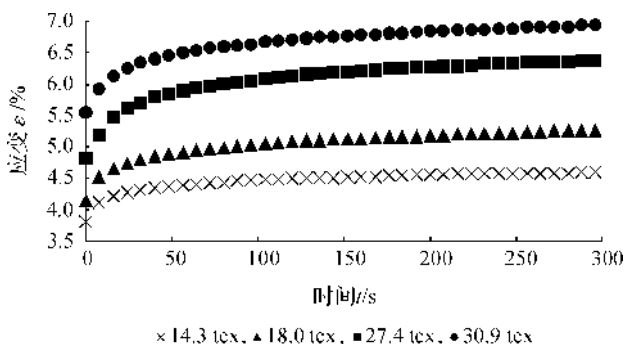


图 1 不同线密度棉纱蠕变试验结果

图 1 表明:a)棉纱作为一种粘弹性材料,在变形时存在三个变化阶段,分别是急弹性变形、缓弹性变形和塑性变形;b)随着棉纱的线密度的增大,棉纱的蠕变应变量随之增加(这与拉伸的应变关系不同),但是棉纱的线密度与蠕变应变量不具有线性比例关系,蠕变曲线是以指数关系变化的;c)蠕变试验初始时,棉纱处于急弹性变形阶段,应变量增加很快,之后应变缓慢增大,随着应变速率的缓慢下降,至 100 s 时,蠕变曲线基本达到平衡。

3 理论分析及数据拟合

Maxwell 模型是将弹簧和粘壶串联,其变形在载荷的作用下随着时间无限增大,其变形仅有弹性和塑性,没有粘弹性,不能表示蠕变现象^[10]。Kelvin 模型是将弹簧和粘壶并联,不能反映急弹性变形和永久塑性变形,也与蠕变现象也不符。Venderpoel 模型是将 Kelvin 模型和弹簧串联,其变形能反映弹性变形和粘弹性变形,但不能反映粘性流动变形,与蠕变现象也不符。Burgers 四元件模型(如图 2 所示)是将 Kelvin 模型和 Maxwell 模型串联,能反映瞬时弹性变形、粘弹性变形和粘性流动变形,能很好地描述蠕变行为。

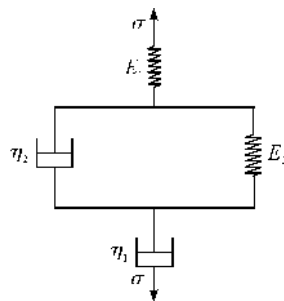


图 2 Burgers 四元件模型

3.1 本构关系力学分析

运用 Burgers 四元件模型的本构关系,对蠕变进行力学分析。在本构模型受到恒定应力 σ 时,Maxwell 模型的弹簧弹性常数设为 E_1 ,弹簧变形设为 ϵ_1 ,粘壶粘性常数设为 η_1 ,粘壶变形设为 ϵ_3 ,Kelvin 模型的弹簧弹性常数设为 E_2 ,粘壶粘性常数设为 η_2 ,变形设为 ϵ_2 ,那么它的总形变和粘弹性元件的受力为:

$$\begin{cases} \epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \\ \sigma = E_1 \epsilon_1 \\ \sigma = \eta_2 \dot{\epsilon}_2 + E_2 \epsilon_2 \\ \sigma = \eta_1 \dot{\epsilon}_3 \end{cases} \quad (1)$$

根据式(1),对总形变 ϵ 分别求一阶导以及二阶导,可得 Burgers 四元件模型应力应变关系为:

$$\sigma + \left(\frac{\eta_1 + \eta_2}{E_2} + \frac{\eta_1}{E_1} \right) \dot{\sigma} + \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2} \ddot{\sigma} = \eta_1 \dot{\epsilon} + \frac{\eta_1 \eta_2}{E_2} \ddot{\epsilon} \quad (2)$$

令式(2)中 $p_1 = \frac{\eta_1 + \eta_2}{E_2} + \frac{\eta_1}{E_1}$, $p_2 = \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2}$, $q_1 = \eta_1$, $q_2 = \frac{\eta_1 \eta_2}{E_2}$ 。

棉纱受到恒定应力 σ ,那么 $\sigma = \sigma_a = \text{常数}$,其初始条件为 $\dot{\epsilon}(0) = \frac{\sigma_a}{E_1}$, $\ddot{\epsilon}(0) = \frac{\sigma_a}{\eta_1} + \frac{\sigma_a}{\eta_2}$,得到恒定应力 σ 下蠕变关系式为:

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_a}{E_1} + \frac{\sigma_a}{\eta_1} t + \frac{\sigma_a}{E_2} (1 - e^{-t \frac{E_2}{\eta_2}}) \quad (3)$$

根据式(3)可以看出,Burgers 四元件模型的应变包括三部分:第一部分为短时间下的急弹性变形,其应变为 $\epsilon_1(t) = \frac{\sigma_a}{E_1}$;第二部分为粘弹性变形,其应变为 $\epsilon_2(t) = \frac{\sigma_a}{E_2} (1 - e^{-t \frac{E_2}{\eta_2}})$;第三部分为粘性流动变形,其应变为 $\epsilon_3(t) = \frac{\sigma_a}{\eta_1} t$ 。

3.2 蠕变试验数据拟合

根据式(3)简化得到:

$$\epsilon(t) = -Ae^{-Bt} + Ct + D \quad (4)$$

其中: $A = \frac{\sigma_a}{E_2}$, $B = \frac{E_2}{\eta_2}$, $C = \frac{\sigma_a}{\eta_1}$, $D = \frac{\sigma_a}{E_1} + \frac{\sigma_a}{E_2}$ 。

使用 Matlab 工具箱对实验数据进行处理,可求得应变随时间变化的拟合方程,表 1 是四种棉纱的蠕变拟合方程^[11]。

结合式(4)和表 1 求得 Burgers 四元件模型中的粘弹性参数 E_1 、 E_2 、 η_1 和 η_2 ,其结果如表 2 所示。

表 2 不同线密度棉纱 Burgers 模型粘弹性参数

线密度/tex	拉力/cN	应力/(cN·tex ⁻¹)	E_1	E_2	η_1	η_2
30.9	100	3.24	0.073	0.647	402.763	13.19
27.4	100	3.65	0.058	0.406	226.821	9.097
18.0	100	5.56	0.031	0.170	114.504	4.153
14.3	100	6.99	0.022	0.159	100.281	3.944

不同线密度棉纱蠕变试验数据分布图及理论拟合曲线如图 3 所示。

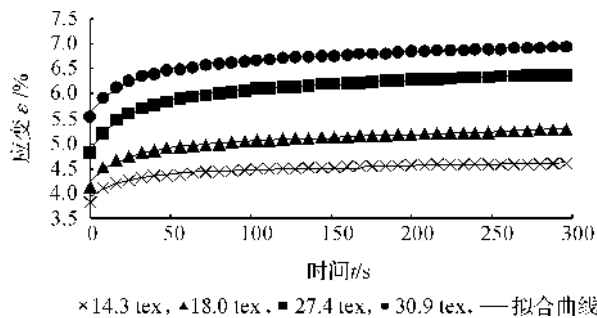


图 3 不同线密度棉纱蠕变试验

表 2、图 3 蠕变拟合结果表明:

a) 四种棉纱拟合的确定系数 R -square 均大于 0.99, R -square 越大,提示非线性回归方程拟合结果更准确,从图 3 可以看出,蠕变实验数据分布与拟合结果线基本重合,因此可认为棉纱的蠕变试验结果与拟合结果几乎一致,说明拟合结果能够反映实际试验所得到的真实数据。

b) 运用 Burgers 四元件模型对棉纱的蠕变过程建立蠕变方程,通过理论计算及数据拟合表明,在棉纱这种小应变下 Burgers 四元件模型能够很好地表征蠕变性能。

c) Burgers 四元件模型中的参数 E_1 、 E_2 、 η_1 和 η_2 的数值是随着棉纱线密度的减小而增大的,但均不构成比例关系。

4 棉纱蠕变伸长量的仿真计算

目前对于纱线蠕变的研究仅限于试验数据和理论模拟,对于纱线蠕变有限元仿真尚未涉及。由于棉纱是由棉纤维组成,其组成的几何模型是不规则的,三维建模难以实现,因此在有限元的仿真过程中

表 1 不同线密度棉纱蠕变拟合方程

线密度/tex	蠕变拟合方程
30.9	$\epsilon(t) = -0.4776e^{-0.04904t} + 0.0007672t + 4.397$
27.4	$\epsilon(t) = -0.6756e^{-0.04458t} + 0.001208t + 4.929$
18.0	$\epsilon(t) = -1.057e^{-0.041t} + 0.001572t + 5.94$
14.3	$\epsilon(t) = -0.9003e^{-0.04027t} + 0.001426t + 6.534$

需要做以下假设:a)假设棉纱的三维模型为圆柱体;b)精梳棉纱的体积质量在 $0.75 \sim 0.81 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$,假设试验中所有的棉纱的体积质量都为 $0.8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$;c)假设蠕变试验中的拉力为面拉力;d)假设棉纱为各向同性材料,属于小变形问题。

纱线直径的计算公式为:

$$d = 0.03568 \sqrt{\frac{N_{\text{tex}}}{\delta}} \quad (5)$$

式中: N_{tex} 为棉纱的线密度, δ 为棉纱的体积质量。根据式(5)可得试验中四种棉纱的直径分别为 0.15、0.17、0.21、0.22 mm。

4.1 Prony 级数粘弹性参数的求解

应用 Burgers 四元件模型的参数 E_1 、 E_2 、 η_1 和 η_2 。由于有限元分析中的 Prony 级数是根据剪切模量来表征的,剪切模量可以根据松弛变量得到(是松弛变量的一半),采用 Prony 级数转化公式将 Burgers 四元件模型的粘弹性参数转化为有限元分析的粘弹性参数 a_1 、 t_1 、 a_2 和 t_2 ,其中 a_1 和 a_2 为弹性元件的剪切模量, t_1 和 t_2 为松弛时间^[12]。

各向同性材料弹性模量 E 、泊松比 μ (泊松比取值 0.3)和剪切模量 G 存在以下关系:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (6)$$

根据式(2)可以得到松弛变量的表达式为:

$$Y(t) = \frac{2G_1}{\alpha - \beta} \left[\left(\frac{G_2}{\eta_2} - \beta \right) e^{-\beta t} - \left(\frac{G_2}{\eta_2} - \alpha \right) e^{-\alpha t} \right] \quad (7)$$

式中: $\alpha = \frac{p_1 + \sqrt{p_1^2 - 4p_2}}{2p_2}$, $\beta = \frac{p_1 - \sqrt{p_1^2 - 4p_2}}{2p_2}$ 。

剪切模量的表达式为:

$$G(t) = \frac{1}{2} Y(t) = \frac{G_1}{\alpha - \beta} \left[\left(\frac{G_2}{\eta_2} - \beta \right) e^{-\beta t} - \left(\frac{G_2}{\eta_2} - \alpha \right) e^{-\alpha t} \right] = G_{\infty} + G_0 (a_1 e^{-\frac{t}{t_1}} + a_2 e^{-\frac{t}{t_2}}) \quad (8)$$

根据式(8)可得:

$$G_{\infty}=0, G_0=G_1, a_1=\frac{1}{\alpha-\beta}\left(\frac{G_2}{\eta_2}-\beta\right),$$

$$a_2=-\frac{1}{\alpha-\beta}\left(\frac{G_2}{\eta_2}-\alpha\right), t_1=\frac{1}{\beta}, t_2=\frac{1}{\alpha}.$$

将 Burgers 四元件模型参数代入上述公式, 求解出有限元分析的粘弹性参数 a_1 、 t_1 、 a_2 和 t_2 , 结果如表 3 所示。

表 3 不同线密度棉纱 Prony 级数的粘弹性参数

线密度/tex	a_1	t_1	a_2	t_2
30.9	0.898 36	16 025	0.101 64	47.645
27.4	0.874 24	11 672	0.125 76	51.020
18.0	0.843 23	11 268	0.156 77	53.520
14.3	0.875 71	13 328	0.124 29	56.574

4.2 ANSYS 有限元模拟

首先对棉纱进行建模, 模型结构为圆柱体, 棉纱长度为 100 mm, 圆截面根据四种棉纱的直径来确定; 模型采用 Solid185 单元类型; 材料的粘弹性采用 Prony 级数; 对模型进行结构化网格划分; 棉纱一端采用固定约束, 一端拉力采用面拉力载荷, 载荷大小为 100 cN。求解 300 s 并保存各个时间点的结果数据, 对某一节点读取位移数据, 计算其应变数据、不同线密度棉纱试验数据, 绘制蠕变拟合曲线和 ANSYS 模拟曲线, 结果如图 4 所示。

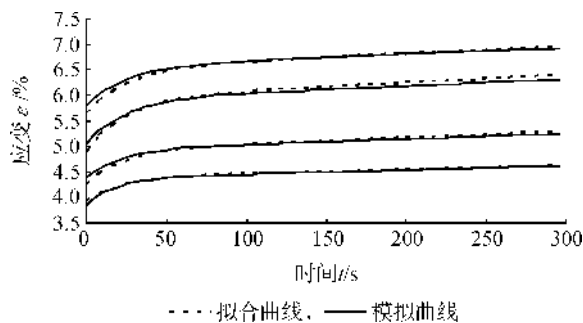


图 4 拟合曲线和 ANSYS 模拟曲线

对图 3 和图 4 四种棉纱试验数据、拟合数据和 ANSYS 模拟解三者进行对比, 可以发现棉纱的 ANSYS 模拟具有很高的精度, 虽然在各个时间点上的数据不能完全重合, 但是总体趋势一致, 其相对误差在 1% 以内。

5 结论

本文在对线密度为 14.3、18.0、27.4 tex 和 30.9 tex 四种棉纱进行蠕变试验的基础上, 进行了蠕变特性数值仿真, 分析对比数值仿真结果与实验结果, 结果表明:

a) 在粘弹性理论的基础上, 采用 Burgers 四元

件模型来分析棉纱的蠕变特性, 使用 Matlab 工具箱求解蠕变数据拟合方程, 该方程的值与实际试验值非常接近。

b) 采用 ANSYS 计算 Burgers 四元件模型粘弹性问题, 需要采用 Prony 级数的输入格式, 可采用 Prony 级数转化公式将 Burgers 四元件模型的粘弹性参数转化为有限元分析的粘弹性参数。

c) 棉纱蠕变 ANSYS 模拟解与实验数据进行对比, 结果表明模拟的精度很高, 验证了数值模拟棉纱蠕变过程的可行性。

实际应用不限于棉纱, 可以将这种方法应用到各种不同材料的纱线上, 根据纱线的品种、织机上经纱的张力和停机时间求解纱线的蠕变伸长, 在开机时经轴只需倒转纱线伸长的长度, 可使经纱恢复到正常开机的位置。

参考文献:

- [1] 何曼君, 张红东, 陈维孝, 等. 高分子物理[M]. 3 版. 上海: 复旦大学出版社, 2007: 38-70.
- [2] 于伟东, 储才元. 纺织物理[M]. 2 版. 上海: 东华大学出版社, 2009: 79-94.
- [3] Gao X P. Analytical approach of mechanical behavior of carpet yarn by mechanical models[J]. Materials Letters, 2011, 65(14): 2228-2230.
- [4] Gao X P. Analytical approach of creep behavior of carpet yarn[J]. Journal of Applied Polymer Science, 2012, 124(2): 1160-1167.
- [5] 王新威, 张玉梅, 王 萍, 等. PE-UHMW 纤维拉伸蠕变性能的测试方法研究[J]. 工程塑料应用, 2013, 41(11): 88-91.
- [6] 王良熙, 吴 峰, 李智聪, 等. 车门升降副开关蠕变特性的有限元分析[J]. 机电技术, 2014(4): 100-102.
- [7] 闫法义, 许向荣, 张 涵. ANSYS 14.5 有限元分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014: 355-359.
- [8] Sun H H, Zhang W. Study on constitutive relation of viscoelastic material described by fractional operator[J]. Journal of Materials Science & Engineering, 2006, 24(6): 926-930.
- [9] Chailleux E, Davies P. A non-linear viscoelastic viscoplastic model for the behaviour of polyester fibres[J]. Mech Time-Depend Mat, 2005, 9(2/3): 147-160.
- [10] 帅词俊, 段吉安, 王 炯. 关于黏弹性材料的广义 Maxwell 模型[J]. 力学学报, 2006, 38(4): 565-569.
- [11] 苏金明, 张莲花, 刘 波. MATLAB 工具箱应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004: 39-52.
- [12] 刘鸿文. 材料力学: 2[M]. 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2011: 76-78.

Application of Loom Cotton Yarn Creep Test and Numerical Simulation Analysis of Creep Property

ZHANG Yu, LIU Yi-sheng, WU Zhen-yu

(School of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University,
Hangzhou 310018, China)

Abstract: The viscoelastic behavior of yarn has an important influence on the cloth-fell position when the loom restarts after shutdown. To reduce this influence, this paper uses cotton yarn as the experimental subject and conducts creep test on yarn strength tester; establishes creep theoretical equation with the constitutive relation of Burgers four-element model and calculates viscoelasticity parameter with matlab fitting creep test result; and meanwhile conducts numerical simulation calculation of creep property for cotton yarn by using ANSYS. The result shows that the simulation result and test result have a high fitting precision. The cloth-fell can be pulled backwards to balance cloth-fell movement amount and make cloth-fell recover to the position in normal startup. This provides theoretical support for solving the problem of fabric parking structure after restart.

Key words: loom cloth-fell; warp; creep; Burgers four-element model; ANSYS

(责任编辑: 张祖尧)