

# 混流装配线第二类平衡问题优化研究

李 伟, 董宝力

(浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018)

**摘 要:** 针对混流装配线第二类平衡问题, 分析了以往数学模型和算法对求解混流装配线第二类平衡问题的不足, 综合产品的作业时间、装配工艺等因素, 以生产节拍最小化、各工作站加权平均负荷均衡化为目标, 建立了基于作业空间和装配工具约束等条件下的优化模型; 利用遗传算法对该模型进行求解, 通过对各优化目标的进行加权, 实现了对生产节拍和工作站加权平均负荷平衡同时优化的目的。实例验证了优化模型的有效性。

**关键词:** 混流装配; 第二类平衡问题; 优化; 遗传算法

**中图分类号:** TP311      **文献标志码:** A

## 0 引 言

混流装配线可在同一条生产线上连续生产装配结构类似、工艺相近的不同型号的产品, 与传统的单一产品装配线平衡问题相比, 混流装配线平衡问题具有下列特点: 首先, 不同品种产品装配任务的作业时间各不相同, 因此, 混流装配线上, 同一工作站装配不同品种产品的单件作业时间有所不同, 甚至相差很大; 其次, 装配过程中, 由于各工作站同步传送产品, 装配线的实际节拍等于任意品种产品在各工作站上单件作业时间的最大值, 如果不同品种产品在各工作站上单件作业时间相差较大时, 则混流装配线的实际生产节拍大于设计节拍; 最后, 由于装配产品不同导致装配工具有所不同, 如果作业分配不合理将导致装配工具的闲置或不足。根据已知条件的不同, 可以将混流装配线平衡问题分为两类: 第一类平衡问题为: 已知生产节拍, 求最小工作站数; 第二类平衡问题为: 已知工作站数, 求最小生产节拍<sup>[1]</sup>。

目前, 对混流装配线平衡问题的研究多集中在第一类平衡问题, 对混流装配线第二类平衡问题研究较少。苏平等<sup>[1]</sup>对混流装配线第一类平衡问题建

立了多目标优化模型, 利用遗传算法进行求解。李险峰等<sup>[2]</sup>针对混流装配线第一类平衡问题, 提出了包含模拟退火因子的改进遗传算法模型。Akpınar等<sup>[3]</sup>建立了混流装配线第一类平衡问题多人共站数学模型。凌文曙<sup>[4]</sup>和皮兴忠等<sup>[5]</sup>对混流装配线等效于单一品种产品装配线进行平衡问题求解, 但没有考虑混流生产时不同产品装配工艺的差异对生产线平衡的影响。郭胜会等<sup>[6]</sup>针双边多工位装配线第二类平衡问题提出基于可行作业序列的遗传算法, 提高模型求解的效率和精度。鲁建厦等<sup>[7]</sup>采用粒子群和模拟退火的混合算法求解单一产品装配线第二类平衡问题, 有效避免了陷入局部最优解。鲁素丽等<sup>[8]</sup>针对第二类装配线平衡问题提出一种基于元胞自动机的动态仿真求解算法, 并根据装配线平衡问题重新定义了元胞自动机各组成元素, 制定了演化规则。彭慧等<sup>[9]</sup>建立了兼顾装配线瞬时平衡和生产节拍的混流装配线优化模型, 并采用多人工站的方式对作业任务进行配置以达到优化目标, 但对实际生产过程中的约束问题考虑不足。Scholl等<sup>[10]</sup>运用两种装配线平衡问题的对偶关系求解装配线第二类平衡问题, 但也只解决了单一产品装配线平衡问题。Simaria等<sup>[11]</sup>提出了混流装配线第二类平衡问

收稿日期: 2014-08-06

基金项目: 浙江省自然科学基金项目(LY12G02015)

作者简介: 李 伟(1989-), 男, 河南永城人, 硕士研究生, 主要从事精益生产方面的研究。

通信作者: 董宝力, E-mail: tydbl@zstu.edu.cn

题解决方法,提出的目标函数中两个优化目标数量级相差较大,最小化生产节拍占据主导地位,工作站平衡无法体现。上述研究从不同角度提出了解决混流装配线问题的模型方法,但各自都存在相应的局限性,对生产节拍、工作站数量、工作站负荷平衡、作业空间、装配工艺等问题的研究缺乏系统性和整体性考虑。

本文从生产节拍和各工作站瞬时负荷平衡方面研究混流装配线第二类平衡问题,并对装配工艺、作业空间和装配工具约束等条件进行系统性分析,提出的模型更加符合混流装配线实际生产情况,以实现混流装配线第二类平衡问题多目标、多因素的综合研究。

## 1 问题描述及模型建立

本文主要研究混流装配线第二类平衡问题,即混流装配线在给定工作站数量、满足生产约束条件的前提下,把有限的工序分配到各工作站内,使生产节拍最小。在进行工序分配过程中,不仅要考虑装配工序先后顺序的约束,而且要考虑不同品种产品所包含的工序在作业时间上的差异以及各种生产约束。因此,在满足各种生产约束条件下,在装配线上各个工作站中合理分配装配工序,使得各工作站间作业负荷均衡,而且各工作站的单件产品作业时间尽可能小。这是混流装配线第二类平衡问题研究的关键。

混流装配线第二类平衡问题可以描述为:混流装配线有  $S$  个工作站完成  $M$  种产品的装配作业,这些产品装配结构类似、工艺相近。混流装配线上所有类型的产品所包含工序数为  $N$ ;  $t_{im}$  表示第  $m$  种产品在第  $i$  道工序的作业时间,由于不同类型的产品装配工艺有所区别,所以若第  $m$  种产品不含有第  $i$  道工序,则  $t_{im}=0$ ;  $q_m$  为第  $m$  种产品占总需求产品的比例;  $T_{mk}$  为第  $m$  种产品在第  $k$  个工作站单件装配时间。该问题的数学模型描述如下:

$$\begin{aligned} \min Z &= w_1 C + w_2 A \\ \text{s. t.} \end{aligned} \quad (1)$$

$$A = \sqrt{\frac{\sum_{h=1}^S \left[ \sum_{m=1}^M q_m T_{mh} - \left( \sum_{j=1}^S \sum_{m=1}^M \right) / S \right]^2}{S}} \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^S x_{ij} = 1, i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^S x_{aj} - \sum_{j=1}^S x_{bj} \leq 0, a \in N, b \in Fa \quad (4)$$

$$T_{mj} = \sum_{i=1}^N t_{im} x_{ij}, m = 1, 2, 3, \dots, M \quad (5)$$

$$\sum_{m=1}^M q_m T_{mj} \leq C \quad (6)$$

$$x_{aj} + x_{bj} \leq 1, (a, b) \in Q_1, j = 1, 2, 3, \dots, S \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^S x_{aj} = \sum_{j=1}^S x_{bj}, (a, b) \in Q_2 \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (9)$$

式(1)表示综合优化目标,保证生产节拍最小和各工作站间作业负荷均衡,其中  $w_1$ 、 $w_2$  为目标权重系数,用于平衡两个优化目标,  $w_1 + w_2 = 1$ 。式(2)表示最小化工作站间平均单件作业时间标准差,即达到各工作站的加权平均负荷均衡目标<sup>[1]</sup>。式(3)表示确保一个工序只能由一个工作站来完成。式(4)表示确保装配过程中是按照装配工序的先后顺序进行的,设  $F_i$  为作业任务  $i$  的后置作业集合。式(5)表示计算第  $m$  种产品在工作组  $j$  中的单件作业时间。式(6)表示保证每个工作组中产品的平均单件作业时间不超过生产节拍。式(7)表示由于作业区域的限制或作业安全的影响,无法在同一个工作站内装配,其中  $Q_1$  代表无法在同一个工作站完成的工序集合。式(8)表示由于需要共用一套装配工具完成的作业,为提高装配工具的使用效率,将这类装配工序安排在同一个工作站,其中  $Q_2$  为安排在一个工作站内进行的工序集合。式(9)表示规定变量的取值范围,当第  $i$  个工序被分配到第  $j$  工作组时  $x_{ij}$  取值为 1,当第  $i$  个工序未被分配到第  $j$  个工作站时  $x_{ij}$  取值为 0。

## 2 求解步骤

### 2.1 算法流程

由于混流装配线第二类平衡问题是一个 NP-Hard 问题,采用遗传算法可以充分发挥其并行和随机搜索能力,避免陷入局部最优化,进而能够较快地找到较优解;同时利用遗传算法进行求解,可直接根据作业序号编码遗传基因位,计算过程简单,算法在收敛精度方面也较其他算法高,可保证输出最优解的准确性<sup>[12]</sup>。运用遗传算法求解混流装配线第二类平衡问题流程如图 1 所示。

### 2.2 编码方法

染色体基因的编码采用自然数编码,将所有作业任务排成一列进行编码,每条染色体上一个基因位与一个装配任务相对,基因位上信息代表各工站号如图 2 所示。

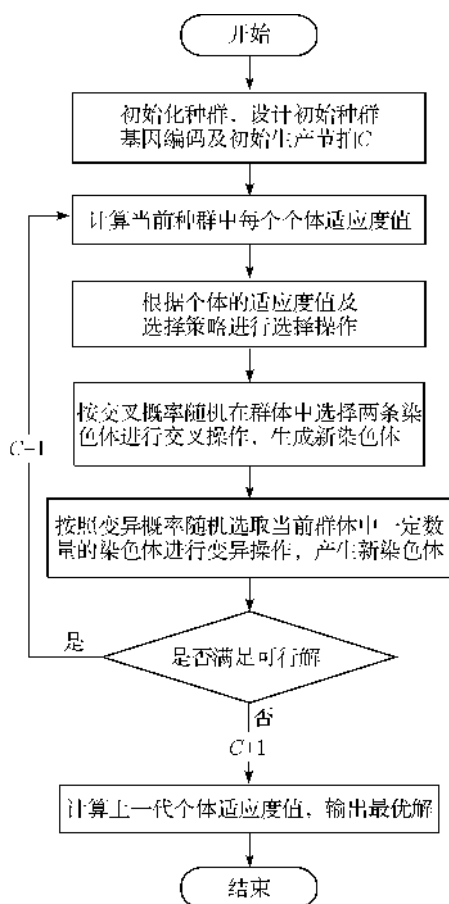


图1 算法流程



图2 基因编码与解码

### 2.3 种群初始化

将前置作业为空的作业任务  $i$  分配到染色体基因的起点, 然后根据装配任务优先关系图得到作业任务  $i$  的后置作业集合  $F_i$ , 从  $F_i$  中任选一个后置作业任务分配至基因位  $i$  的后面, 循环上述操作直到装配任务优先关系图中所有任务均被分配到染色体基因上为止<sup>[9]</sup>。用工作站编号对染色体基因位进行标记, 被标记的基因位表示分配到相应的工作站, 如果被某一个工作站标记的工序总时间超过了  $C$ , 则将最后一个标记的工序分至一个工作站内, 依次分配所有基因位。重复进行  $n$  次上述操作, 得到  $n$  条染色体组成初始种群。每条染色体都是一个可行解的编码, 并受装配顺序、生产节拍和作业空间约束。

遗传算法初始运算时需对生产节拍进行初始化

设定, 以生产节拍最大值为初始  $C$  值<sup>[10]</sup>。经过运算迭代后输出最优的生产节拍, 初始生产节拍最大值可以由式(10)得到:

$$C = \text{Max} \left\{ \left[ \frac{\sum_{i=1}^n t_{im}}{s} \right], \overline{C}_T \right\} \quad (10)$$

其中  $\overline{C}_T$  为平均生产节拍, 即计划期内的总生产时间  $T$  与总需求量  $D$  之间的比值。

### 2.4 适应度函数

本文以最小化生产节拍和工作站间平均单件作业时间标准差为目的, 该优化问题为求解最小值问题, 所以设计适应度函数表示为式(11):

$$f(Z) = 1 - \frac{Z}{\mu} \quad (11)$$

其中:  $Z$  为目标函数,  $\mu$  为适应度函数参数<sup>[9]</sup>。

### 2.5 选择操作

对于染色体的选择, 根据适应度值概率分布的轮盘赌法来确定<sup>[5]</sup>。设群体总适应度值为  $F =$

$\sum_{i=1}^n f_i$ ,  $f_i$  其中为第  $i$  条染色体的适应值, 所以第  $i$  条染色体的累积概率为:

$$p_{ij} = \sum_{j=1}^i \frac{f_{ij}}{F} \quad (12)$$

每次轮盘转动时产生一个介于  $[0, 1]$  之间的随机数, 当该随机数小于  $p_{ij}$  则选择第  $i$  条染色体, 否则选择累积概率在  $p_{i-1j}$  和  $p_{ij}$  之间的染色体。

### 2.6 交叉操作

在遗传算法中, 交叉操作是产生新个体的主要运算过程。本文中交叉操作按交叉概率随机在当前群体中选择两条染色体, 以一个小于工作站数的随机整数  $k$  作为交叉点, 父代 1 中基因值小于  $k$  的元素被复制到子代 1 染色体, 子代 1 染色体中剩下的基因位由父代 2 中基因值大于  $k$  的元素补充。图 3 所示为选择交叉点为 2 时的交叉操作。

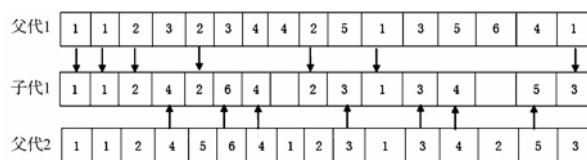


图3 染色体交叉操作

进行交叉操作过程中可能会导致染色体上的基因位出现空缺, 需要对染色体进行适当的调整<sup>[11]</sup>。首先选择没有紧前作业的未分配工序  $i$ , 计算可接受工序  $i$  的最早工作站  $E_i$  和最晚工作站  $L_i$ , 将工序分配到  $E_i$  和  $L_i$  之间可以满足式(6)式(8)所要求

的节拍和空间及设备约束条件的工作站内;若不存在这样的工作站,则需要增加工作站。

2.7 变异操作

变异可能会加速求解过程,在种群中按照变异概率选取一定数量的染色体,然后按照初始化的方法产生相应数量的染色体,替换之前选出的染色体,设染色体参加变异的概率为  $p_m$ 。

3 实例验证

以某叉车生产线为例,该生产线生产同时标准型 A 和豪华型 B 两种的叉车,两种叉车生产比例分别为  $q_A=68\%$ 、 $q_B=32\%$ 。图 4 为 A、B 两车型的综合工序优先顺序图,表 1 为两种车型各工序的装配时间。混流装配线上共 8 个工作站完成 18 个装配工序,平均生产节拍  $\overline{CT}=45.0\text{ min}$ 。其中工序 17 和工序 18 均要使用天车才能完成。

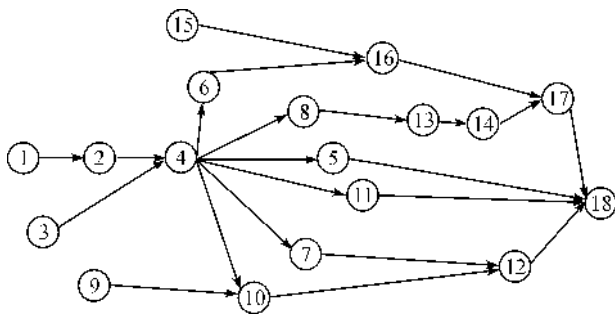


图 4 两种产品的综合工序优先顺序

根据优化模型选择权重  $w_1=0.6$ 、 $w_2=0.4$ ,将数据代入遗传算法进行运算。用 Matlab2013 进行遗传算法编程,取初始染色体为 40 个,交叉率为 0.8,变异率为 0.1,分别进行 50 次和 100 次迭代,得到遗传算法最优解进化收敛曲线,如图 5 所示。从进化收敛曲线图中可以看出两次仿真分别在 15 代和 18 代时适应度值趋于稳定,且两次仿真最终得出的适应度值相差只有 1%左右,这表明增加遗传算法迭代次数没有对适应度值产生较大的影响,此时输出的解为最终解。

表 2 多目标优化工序分配结果

工作站序号	1	2	3	4	5	6	7	8
工序号	1、2、4	3、8、9	5、7	10、12	11、13	14	6、15、16	17、18

表 3 多目标优化后装配线平衡率及平衡损失率

工序	各工作站负荷/min								平衡率/%
	1	2	3	4	5	6	7	8	
加权平均	36.7	33.7	35.9	37.9	36.7	33.6	36.3	36.1	94.60
产品 A	35	33.7	35.9	36.9	35.5	33.6	36.3	34.8	95.40
产品 B	40.4	33.7	35.9	40	39.4	33.6	36.3	38.8	92.20

表 1 每道装配工序的作业时间

序号	任务描述	$T_A/\text{min}$	$T_B/\text{min}$
1	前桥变速箱组装	9.4	9.4
2	发动机变速箱组装	16.0	16.0
3	车体拆分	4.6	10.0
4	驱动和车体组合	8.3	8.3
5	散热器安装	6.4	6.4
6	后桥安装	7.6	7.6
7	电路安装	29.5	29.5
8	液压油路安装	17.8	17.8
9	转向器组装	12.6	12.6
10	转向器安装	12.0	14.0
11	消声器安装	4.3	4.3
12	仪表盘安装	24.9	26.0
13	脚刹系统安装	31.2	35.1
14	座椅安装	33.6	33.6
15	轮胎组装	20.7	20.7
16	轮胎安装	8.0	8.0
17	门架安装	22.0	26.0
18	配重安装	12.8	12.8

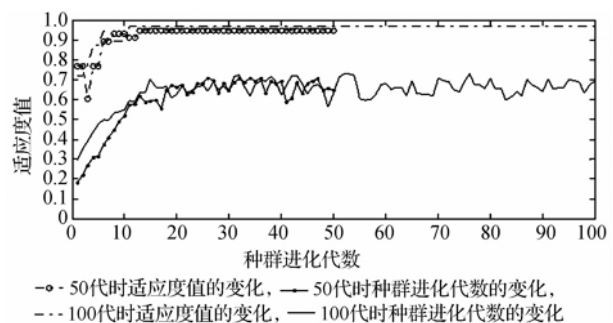


图 5 遗传算法收敛曲线

100 次循环迭代得到的最小生产节拍为 36.4 min,比平均生产节拍小。工序分配结果如表 2 所示,优化后各工作站之间的平衡率如表 3 所示。通过表 3 可以看出各工作站作业负荷加权平均后的平衡率为 94.6%,在满足各种生产约束后,生产节拍到达最小,生产线加权平衡率达到了最大,验证了优化的有效性。

## 4 结 论

本文针对混流装配线第二类平衡问题,考虑产品作业时间、作业空间、装配工艺等约束条件,以生产节拍最小、各工作站瞬时负荷均衡为目标,建立多目标优化模型,并采用遗传算法对模型进行求解,实现了对混流装配线第二类平衡问题多目标、多因素的综合研究。对某叉车装配线进行实例验证,优化后的工序降低了装配线的生产节拍,提高了装配线平衡率,验证了模型的有效性。

### 参考文献:

- [1] 苏 平, 于兆勤. 混流装配线平衡问题的多目标优化方法研究[J]. 中国机械工程, 2009, 20(19): 2342-2347.
- [2] 李险峰, 董绍华. 混合遗传算法对混流装配线平衡问题的研究[J]. 北京科技大学学报, 2012, 34(08): 952-958.
- [3] Akpinar S, Bayhan G M. A hybrid genetic algorithm for mixed model assembly line balancing problem with parallel workstations and zoning constraints [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2011, 24(3): 449 - 457.
- [4] 凌文曙. 基于遗传算法的混流装配线工作站平衡研究[J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 2008, 31(8): 1287-1291.
- [5] 皮兴忠, 范秀敏, 严隽琪. 基于可行作业序列的遗传算法求解第二类装配线平衡问题[J]. 上海交通大学学报, 2005, 39(7): 1123-1127.
- [6] 郭胜会, 吴 坤. 双边多工位装配线第二类平衡问题应用研究[J]. 经营管理者, 2014(10): 379.
- [7] 鲁建厦, 蒋玲玲, 李修琳. 基于混合粒子群算法求解装配线第二类平衡问题[J]. 中国机械工程, 2010, 21(4): 420-424.
- [8] 鲁素丽, 唐秋华, 李明. 基于元胞自动机的第Ⅱ类装配线平衡问题求解[J]. 中国机械工程, 2013, 24(5): 654-658.
- [9] 彭 慧, 徐克林, 倡占华. 采用遗传算法的混流装配线平衡多目标优化[J]. 现代制造工程, 2011(11): 49-53.
- [10] Scholl A, Voß S. Simple assembly line balancing: heuristic approaches[J]. Journal of Heuristics, 1997, 2(3): 217-244.
- [11] Simaria A S, Vilarinho P M. A genetic algorithm based approach to the mixed-model assembly line balancing problem of type II [J]. Computers & Industrial Engineering, 2004, 47(4): 391-407.
- [12] 毛蔚菲. JIT生产方式下混流装配线平衡及其投产排序研究[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2014.

## Optimization of Type-II Balancing Problem of the Mixed-Model Assembly Line

LI Wei, DONG Bao-li

(School of Mechanical Engineering & Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** In allusion to Type-II balancing problem of mixed-model assembly line, this paper analyzes shortcomings of previous mathematic models and algorithms in solving Type-II balancing problem of mixed-model assembly line. This paper synthesizes product operating time and assembly technology and regards production pace minimization and weighted average load equilibrium of each workstation to establish an optimization model based on working space and assembly tool constraint. In addition, this paper utilizes genetic algorithm to solve this model. Through weighting of each optimization objective, the purpose of optimizing production pace and weighted average load equilibrium of each workstation is achieved. The example verifies effectiveness of optimization model.

**Key words:** mixed-model assembly line; Type-II balancing problem; optimization; genetic algorithm (GA)

(责任编辑: 康 锋)