

基于 Petri 网的不确定时间 workflow 成本分析

倪夏静, 李仁旺, 王 赞, 陈昆昌, 莫灿林

(浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018)

摘 要: 为了实现对不确定时间 workflow Petri 网的成本控制, 在原型 Petri 网的基础之上, 基于模糊理论, 通过建立模糊时间 Petri 网, 实现对不确定性时间信息的全面描述。在考虑 workflow 具体运作的情况下, 扩展模糊时间 Petri 网, 设定定义在变迁集上的价格函数, 从而提出不确定时间价格 Petri 网。而后规定了该网的化简规则和算法, 并通过实例演算该流程。

关键词: 模糊时间; 线性逻辑; 成本分析

中图分类号: TP311 **文献标志码:** A

0 引 言

成本控制是企业扩大盈利的一种重要方式。Petri 网既有严格的数学表述方式, 也有直观的图形表达方式, 既有丰富的系统描述手段和系统行为分析技术, 又为计算机科学提供坚实的概念基础。Petri 网的发展使得 workflow 建模开启了新篇章, 但是将 Petri 网应用于成本控制领域的研究却相当有限。孟磊等^[1]修改了原型 Petri 网, 在模型中加入了定义在变迁集上的价格区间函数, 这样在建立 Petri 网模型时就引入了成本的概念, 根据任务间的依赖关系计算最终的代价值。文献[2]提出了面向网格用户的价格时间 Petri 网, 但其只针对网格计算下的 QoS 分析, 没有涉及一般业务流程。可达状态图的方法在系统初始变化时需要重新构造整个可达状态图, 而且当变迁较大时会出现空间爆炸问题。刘峰^[3]和张伟^[4]都是在着色网的基础上扩展价格信息, 提出价格着色网。杨欣等^[5]针对资源配置混杂的 Petri 网区分连续和离散的制造过程, 提出了“加工速度”和“价格系数”二者的乘积为该任务的代价值。上述文件建立的价格 Petri 网模型较为粗略, 基本没有提及时间在成本控制中的重要性, 文献[2]

中虽然有时间的设置, 但其值是固定的, 这点与实际情况有较大出入。况且在具体企业应用中, 往往由于测量不精确、信息不完备以及信息包含噪声等原因, 活动的时间信息会产生不确定性^[6], 会直接影响流程中的成本控制问题, 所以如何有效地表达企业产品生产过程中的不确定时间信息, 并对之进行推理和验证问题进行分析 and 处理就显得非常重要了。

本文针对文献[2-5]的不足, 在杜彦华等^[7]的研究基础上扩展定义在变迁集上的价格函数, 以线性逻辑为工具, 表达资源消耗与变迁代价之间的关系。

1 不确定时间价格 Petri 网的定义

1.1 模糊时间

模糊理论(fuzzy theory)^[8]作为处理不确定信息的一种方法的发展和已经 60 余年了, 因为其较为符合人类的思维方式, 且具有较低的信息量和时间计算复杂度, 得到了越来越多学者的关注。特别是近年来与神经网络的结合, 可将人类思维和概念之间的过渡边界以数学方式表达及运算; 另一方面也扩展了不确定性(uncertainty)的现象, 将随机

性中的不确定性呈现出来。

模糊时间是一种可能性分布,该可能性分布是从时间轴 Γ 到区间 $[0,1]$ 的一个映射。设 a 为某一时间点,用 π_a 表示与 a 相关的可能性分布函数。对 $\forall \tau \in \Gamma, \pi_a(\tau)$ 表示时间点 τ 等于 a 的可能性分布的数学估计。设模糊时间集 A 表示 a 的可能性值的范围, $A \in U, \mu_A$ 表示模糊集 A 上的隶属度函数,则时间点 τ 等于时间点 a 的可能性可以用时间点 τ 在模糊集 A 上的隶属度函数来表示,即 $\forall \tau \in \Gamma, \pi_a(\tau) = \mu_A(\tau)$ 。且隶属度函数 μ_A 是单峰的正态分布函数。为了简化又不失普适性,通常采用时间轴上的梯形模糊时间区间来表示不确定性时间(包括时间点和时间段)^[9-10]。对于模糊时间区间 $X = [\alpha_x, \beta_x, \gamma_x, \omega_x]$ 和 $Y = [\alpha_y, \beta_y, \gamma_y, \omega_y]$ 常用的运算如下^[10-11]: 其中 θ_x 和 θ_y 分别为 X 和 Y 相应的可能性值:

$$\text{Earliest}\{X, Y\} = \max\{\theta_x, \theta_y\} [\min\{\alpha_x, \alpha_y\}, \min\{\beta_x, \beta_y\}, \min\{\gamma_x, \gamma_y\}, \min\{\omega_x, \omega_y\}] \quad (1)$$

$$\text{Lastest}\{X, Y\} = \min\{\theta_x, \theta_y\} [\max\{\alpha_x, \alpha_y\}, \max\{\beta_x, \beta_y\}, \max\{\gamma_x, \gamma_y\}, \max\{\omega_x, \omega_y\}] \quad (2)$$

$$X + Y = \min\{\theta_x, \theta_y\} [\alpha_x + \alpha_y, \beta_x + \beta_y, \gamma_x + \gamma_y, \omega_x + \omega_y] \quad (3)$$

1.2 不确定时间价格 Petri 网的定义

定义 1: 模糊时间工作流 Petri 网是一个五元组, 即 $N_T = (P, T, F, M_0, D)$ 。

a) P : 表示库所; T : 表示变迁; F : 表示网 N_T 的流关系, 对 $x, y \in P \cup T$, 若 $(x, y) \in F$, 则从 x 到 y 画一条有向边, 有向边只存在于库所和变迁之间, 任意两个库所和变迁之间都无有向边相连接; M_0 : 为 N_T 的标识。表示初始库所中托肯(token)的数量; N_T 中有两个特殊的库所: 初始库所 P_I 和结束库所 P_O , 初始库所无输入, 结束库所无输出;

b) $P \cap T = \emptyset$;

c) $P \cup T \neq \emptyset$;

d) $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$;

e) $\text{dom}(F) \cup \text{cod}(F) = P \cup T$

其中, $\text{dom}(F) = \{x \in P \cup T \mid \exists y \in P \cup T: (x, y) \in F\}$, $\text{cod}(F) = \{x \in P \cup T \mid \exists y \in P \cup T: (y, x) \in F\}$ 。

f) N_T 的初始状态为 $M_0 = \{P_I\}$, 终止状态为 $Me = \{P_O\}$ 。

g) 时间函数 $D: T \times P \rightarrow \{[a, b, c, d] \mid 0 \leq a \leq b \leq c \leq d < \infty\}$ 使得 $\forall t \in T, D_t(\tau)$ 为变迁 t 的触发延迟时间的可能性分布, 即变迁 t 从触发开始至触发结束所需时间的可能性分布; $[a, b, c, d]$ 表示模糊时间

区间。

定义 2: 托肯的模糊时间: 在不确定时间价格 Petri 网中, 托肯的模糊时间函数 $\pi(\tau)$ 表示在时间点 τ 到达某个库所的可能性分布。

定义 3: 变迁的模糊使能时间: 变迁 t 在时间点 τ 使能的可能性分布, 记作 $e_t(\tau)$ 。

定义 4: 变迁的模糊触发时间: 变迁 t 在时间点 τ 触发的可能性分布, 记作 $o_t(\tau)$ 。

在处理实现以经济化指标, 如利润、成本等为目标的应用系统时, 将价格这样的经济信息引入到现有的 Petri 网模型中, 是运用 Petri 网对此类系统进行建模以及进一步的进行成本预算分析的关键。本文采用基于资源消耗的成本控制方法建立价格参数, 资源消耗会计(RCA)把作业成本法(ABC)和弹性边际成本法(GPK)相结合, 弹性边际成本法通过把弹性边际成本法的核心即追踪资源的消耗到成本中心与作业成本法的核心即分配资源成本于作业结合起来, 从而为成本管理提供更大的益处。本文从实际应用考虑以及为了保持网的易理解性将价格信息引入到变迁上并将价格类型定为价格函数。

定义 5: 工作流产生的价格是由消耗的资源的价格决定的, 设 $\{r_1, r_2, \dots, r_l\} \subseteq R$, 为一个工作流消耗的资源集。所对应的成本集合为 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_l\}$ 。

定义 6: 成本区间 $c = \{[x, y] \mid x, y \in R \wedge x < y\}$ 。设 $c_1, c_2 \in C, c_1 = [x, y]$, 则有:

成本区间的一元运算:

$$\downarrow c_1 = x_1, \uparrow c_1 = y_1, \downarrow c_2 = x_2, \uparrow c_2 = y_2 \quad (4)$$

成本区间的二元运算:

$$c_1 + c_2 = [\downarrow c_1 + \downarrow c_2, \uparrow c_1 + \uparrow c_2] = [x_1 + x_2, y_1 + y_2] \quad (5)$$

定义 7: 不确定时间价格 Petri 网是一个六元组, 即 $N_C = (N_T, \lambda) = (P, T, F, M_0, D, \lambda)$ 。

a) N_T 是满足定义 1~4 的模糊时间工作流 Petri 网;

b) λ 是定义在变迁集上的成本区间函数, $\lambda: T \rightarrow R = \lambda(t_i, R_i, \lambda_i')$, 其中 t_i 为消耗资源的某一变迁, R_i 为变迁 t_i 所消耗的资源集合, λ_i' 为 R_i 对应的成本区间集。

2 不确定时间价格 Petri 网模型的线性分析方法

传统的 Petri 网描述分析方法均存在某些不足, 不能够全面准确地描述变迁之间并发和冲突逻

辑关系以及 Petri 网的推理运行过程^[11], 如上文提到的可达状态图方法。

在数理逻辑中, 线性逻辑是拒绝弱化和收缩的结构规则的一种亚结构逻辑, 区别于平常的逻辑, 比如经典逻辑或直觉逻辑。在经典逻辑中, 统治判断是真理, 它可以按需要被自由使用多次。但是, 真理经常在应用于关于这个世界的陈述的时候太抽象或不实用。比如资源的数量不像真理是可以随意使用和支配的自由事实, 而是必须在所有“状态变更”中仔细计算的。在经典逻辑基础上提出的线性逻辑^[12]采用的是系统状态的概念, 其核心就是逻辑推导过程中资源的不可再生性, 这正符合了现实世界中的规律, 即一种或几种资源经过生产劳动后产生了另外的新资源, 在这过程中, 原来的资源已被消耗而不复存在。线性逻辑和 Petri 网中托肯在资源表示方面是一致的, 因此它能很好地和不确定时间价格 Petri 网相融合, 定义不确定时间价格 Petri 网中变迁间的各种触发关系和规则, 全面准确地描述分析网结构的推理运行过程, 从而为其提供相应的逻辑表达和推导能力。

2.1 线性逻辑主要的连接符及其含义

\otimes ——“与”关系, 表示两个条件同时成立, 相当于生活用语中的“并且”, 其逻辑表达式为: $A \otimes A = 2A$;

\oplus ——“或”关系, 表示两个条件有一个成立即可, 相当于生活用语中的“或者”, 其逻辑表达式为: $A \oplus A = A$;

$_{-}^{\circ}$ ——“因果”关系, 表示后者由前者产生后, 前

$$\frac{t_1: I-oA, D(t_1, A), \lambda(t_1, R_1, \lambda_1') \quad t_2: A-oO, D(t_2, O), \lambda(t_2, R_2, \lambda_2')}{t_1 \cdot t_2: I-oO, e(t_1) + D(t_1, A) + D(t_2, O), \lambda_1' + \lambda_2'} \quad (7)$$

式(7)中“ \cdot ”表示变迁连续。

2.2.2 并发关系, 如图 2 所示。

规则 2: 对于两个变迁 $t_2: A-oB, D(t_2, B)$ 和 $t_3: C-oD, D(t_3, D)$, $pre(t_2) = pre(t_3)$, 且 $post(t_2) \neq post(t_3)$, t_2 和 t_3 是一种并发冲突关系, 满足规则 2:

$$\frac{t_2: A-oB, D(t_2, B), \lambda(t_2, R_2, \lambda_2') \quad t_3: C-oD, D(t_3, D), \lambda(t_3, R_3, \lambda_3')}{t_2 | t_3: (A-oB) \oplus (C-oD), (e(t_2) + D(t_2, B)) | (e(t_3) + D(t_3, D)), \lambda_2' | \lambda_3'} \quad (8)$$

式(8)中“ $|$ ”表示变迁并发。

规则 3: 对于两个变迁 $t_2: A-oB, D(t_2, B)$ 和 $t_3:$

$$\frac{t_2: A-oB, D(t_2, B), \lambda(t_2, R_2, \lambda_2') \quad t_3: C-oD, D(t_3, D), \lambda(t_3, R_3, \lambda_3')}{t_2 \parallel t_3: (A-oB) \otimes (C-oD), \max\{e(t_2) + D(t_2, \tau_2), e(t_3) + D(t_3, \tau_3)\}, \lambda_2' + \lambda_3'} \quad (9)$$

式(9)中“ \parallel ”表示并行独立触发关系。

者不再成立, 如 $A_{-}^{\circ}B$ 表示 A 推出 B 之后 A 不再成立;

$|$ ——“包含”关系, 表示前者包含了后者, 后者被前者包含。

2.2 任务的逻辑关系及线性逻辑表达

对于任意不确定时间价格 Petri 网模型, 当前标识采用线性逻辑可描述为

$$M = \bigotimes_{t \in \text{set-of-marked-places}} p_k^{m_k} \quad (6)$$

式(6)中 p_k 表示库所; m_k 表示 p_k 中托肯的数目。

在不确定时间价格 Petri 网模型中, 变迁表示输入库所和输出库所中的因果关系, 且变迁的触发意味着托肯的转移, 对于变迁 t_j , 表示为 $t_j: pre(t_j)_{-}^{\circ} post(t_j), D(t_j, p), \lambda(t_j, p)$,

$pre(t_j)$ 表示 t_j 输入到库所, $post(t_j)$ 表示 t_j 输出到库所, $D(t_j, p)$ 表示从 t_j 到库所 p 弧的时间区间, $\lambda(t_j, p)$ 表示从 t_j 到库所 p 弧的价格区间。

任务之间存在的逻辑关系, 如顺序、并行、选择和循环等, 可以分别构造出这些关系的价格模糊时间 Petri 网模型。

2.2.1 顺序关系, 如图 1 所示。

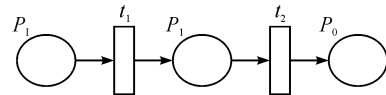


图 1 顺序关系

规则 1: 对于两个变迁 $t_1: I-oA, D(t_1, A), \lambda(t_1, R_1, \lambda_1')$ 和 $t_2: A-oO, D(t_2, O), \lambda(t_2, R_2, \lambda_2')$, t_2 的触发以 t_1 的触发为条件, 则 t_1 和 t_2 是顺序触发关系, 满足规则 1:

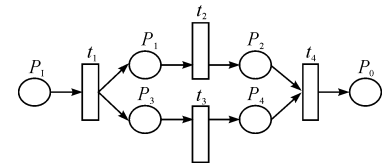


图 2 并发关系

$C-oD, D(t_3, D), pre(t_2) \neq pre(t_3), post(t_2) = post(t_3)$, t_2 和 t_3 是并列独立触发关系, 满足规则 3:

2.2.3 选择关系,如图3所示。

规则4:对于两个变迁 $t_1: I \rightarrow oO, D(t_1, O), \lambda(t_1, R_1, \lambda_1')$ 和 $t_2: I \rightarrow oO, D(t_2, O), \lambda(t_2, R_2, \lambda_2'), pre(t_1) = pre(t_2)$ 且 $post(t_1) = post(t_2)$ 是一种选择关系,满足规则4:

$$\frac{t_1: I \rightarrow oO, D(t_1, O), \lambda(t_1, R_1, \lambda_1') \quad t_2: I \rightarrow oO, D(t_2, O), \lambda(t_2, R_2, \lambda_2')}{t_1/t_2: I \rightarrow oO, \max\{e(t_1) + D(t_1, O), e(t_2) + D(t_2, O)\}, \lambda_1'/\lambda_2'} \quad (10)$$

式(10)中“/”表示变迁选择。

2.2.4 循环关系,如图4所示:

规则5:对于两个变迁 $t_1: A \rightarrow oB, D(t_1, B), \lambda(t_1, R_1, \lambda_1')$ 和 $t_2: B \rightarrow oA, D(t_2, A), \lambda(t_2, R_2, \lambda_2'), pre(t_1) = pre(t_2)$ 且 $post(t_1) = post(t_2)$ 是一种循环关系,满足规则5:

$$\frac{t_1: A \rightarrow oB, D(t_1, B), \lambda(t_1, R_1, \lambda_1') \quad t_2: B \rightarrow oA, D(t_2, A), \lambda(t_2, R_2, \lambda_2')}{t_1 \sim t_2: A \rightarrow oB, e(t_1) + (n+1) * D(t_1, \tau_1) + n * D(t_2, \tau_2), (n+1) * \lambda_1' + n * \lambda_2'} \quad (11)$$

式(11)中“~”表示变迁循环。

2.3 模糊时间区间运算

模糊时间区间运算的不等式是基于隶属度函数在时间轴的投影面积的, X 的隶属度函数的投影面积由区域 $ABCD$ 表示, Y 的隶属度函数的投影面积由区域 $LMNK$ 表示,如图5所示。

$$Possibility(X \leq Y) = \frac{Area(ABCD)}{Area(LMNK)} \quad (12)$$

式(12)中 $Area(\cdot)$ 用于面积计算。

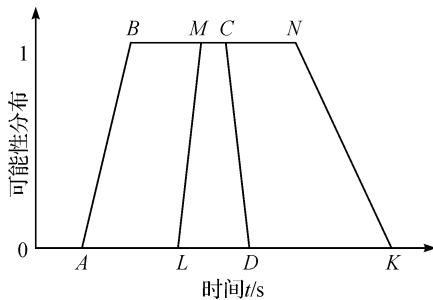


图5 模糊时间区间图

3 实例应用

某中型项目管理企业中的一个项目流程如图6所示。

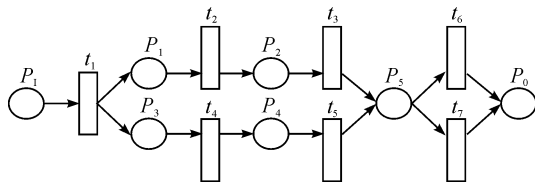


图6 某项目流程示意

已知 t_2 和 t_3, t_4 和 t_5 分别是顺序关系,二者之间又是并行独立触发关系, t_6 和 t_7 是选择关系,且发生的概率皆为 0.5。以下为各变迁的相关数据:

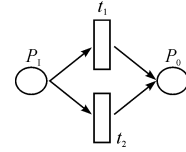


图3 选择关系

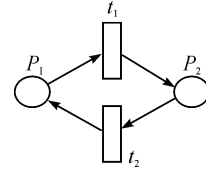


图4 循环关系

$t_1: I \rightarrow oA \otimes C, D(t_1, A \otimes C) = [3, 3, 5, 5], \lambda(t_1, R_1, \lambda_1') = [10, 20];$

$t_2: A \rightarrow oB, D(t_2, B) = [3, 3, 5, 5], \lambda(t_2, R_2, \lambda_2') = [40, 55];$

$t_3: B \rightarrow oE, D(t_3, E) = [1, 3, 5, 5], \lambda(t_3, R_3, \lambda_3') = [20, 30];$

$t_4: C \rightarrow oD, D(t_4, D) = [2, 3, 3, 4], \lambda(t_4, R_4, \lambda_4') = [35, 40];$

$t_5: D \rightarrow oE, D(t_5, E) = [3, 4, 5, 5], \lambda(t_5, R_5, \lambda_5') = [15, 30];$

$t_6: E \rightarrow oO, D(t_6, O) = [4, 4, 6, 6], \lambda(t_6, R_6, \lambda_6') = [25, 30];$

$t_7: E \rightarrow oO, D(t_7, O) = [2, 4, 6, 8], \lambda(t_7, R_7, \lambda_7') = [5, 20].$

问该流程在 20 d 之内完成的概率为多少? 最大花费成本为多少?

经分析,计算过程如下:

首先 t_1 触发, p_1, p_3 同时得到托肯,且它们的时间戳和价格戳分别为 $[3, 3, 5, 5]$ 和 $[10, 20]$ 。 t_2 和 t_3, t_4 和 t_5 分别是顺序关系,对它们分别使用规则1,

$$\frac{t_2: A \rightarrow oB, [3, 3, 5, 5], [40, 55] \quad t_3: B \rightarrow oE, [1, 3, 5, 5], [20, 30]}{t_2 \cdot t_3: A \rightarrow oE, [4, 6, 10, 10], [60, 85]};$$

$$\frac{t_4: C \rightarrow oD, [2, 3, 3, 4], [35, 40] \quad t_5: D \rightarrow oE, [3, 4, 5, 5], [15, 30]}{t_4 \cdot t_5: C \rightarrow oE, [5, 7, 8, 9], [50, 70]}.$$

t_2 和 t_3, t_4 和 t_5 两者之间是并行独立触发关系,对其使用规则3,消耗的时间和代价分别为: $D((t_2 \cdot t_3) \parallel (t_4 \cdot t_5)) = \max\{t_2 \cdot t_3, t_4 \cdot t_5\} = [4, 6, 10, 10]; \lambda((t_2 \cdot t_3) \parallel (t_4 \cdot t_5)) = [60 + 50, 85 + 70] = [110, 155].$

其次由 p_5 得到托肯,其时间信息为 $D = [3, 3,$

$5,5]+[4,6,10,10]=[7,9,15,15]$,成本信息为 λ
 $=[10,20]+[110,155]=[120,175]$ 。

$$\frac{t_6:E-oO,0.5[4,4,6,6],0.5[25,30]}{t_6/t_7:E-oO,[3,4,6,7],[15,25]}t_7:E-oO,0.5[2,4,6,8],0.5[5,20]$$

最后由 p_o 得到托肯,其时间信息为 $D=[7,9,15,15]+[3,4,6,7]=[10,13,21,22]$,成本信息为 $\lambda=[120,175]+[15,25]=[135,200]$ 。然后采用上文阐述的模糊时间区间运算, $\text{Possibility}([10,13,21,22]\leq 20)=17/20=0.85$ 。

因此可知,该流程在 20 d 之内完成的概率为 0.85,花费的最大成本为 200。

4 结束语

本文提出了基于资源消耗的成本控制概念,在模糊时间 Petri 网的基础上,扩展了定义在变迁集上的价格函数。使工作流程中成本的控制更符合现实的情况。在线性逻辑的基础之上,定义了几种时间价格区间的计算方法。此方法能全面清楚地表达出模糊时间价格 Petri 网运行中变迁序列的触发顺序和时间关系,并通过例子证明了其可行性。

参考文献:

- [1] 孟磊,于汪洋. 基于 Petri 网的业务流程成本分析方法[J]. 微型计算机应用, 2010, 31(2): 24-29.
- [2] Liu W D, Song J X, Lin C. Modeling and analysis of grid computing application based price timed Petri net [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(8): 1416-1420.
- [3] 刘峰,张伟. 一种扩展了价格信息的着色 Petri 网

由于 t_6 和 t_7 是选择关系,且概率都是 0.5,对 t_6 和 t_7 使用规则 4,

及其应用[J]. 计算机应用, 2007, 27(10): 2501-2503.

- [4] 张伟,刘峰. 价格着色 Petri 网的最小成本可达问题[J]. 计算机工程, 2009, 35(1): 79-81.
- [5] 杨欣,陈谋,费树岷. 资源配置混杂 Petri 网的混杂系统生产过程动态调度[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(2): 173-178.
- [6] 杜彦华. 基于 EFTPN 的不确定性时间知识分析处理及其铁路中的应用[D]. 北京: 中国铁道科学研究院, 2006.
- [7] 杜彦华,范玉顺. 资源约束下多过程的不确定时间建模与分析[J]. 机械工程学报, 2010, 46(4): 169-176.
- [8] 杨敏生,刘曼君. 模糊理论简介[J]. 数学传播, 1983, 18(1): 7-11.
- [9] Dubois D, Prade H. Processing fuzzy temporal knowledge[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1989, 19(4): 729-744.
- [10] Zhou Y, Murata T, Defanti T. Modeling and performance analysis using extended fuzzy-timing Petri nets for networked virtual environment [J]. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics: part B: Cybernetics, 2000, 30(5): 737-755.
- [11] 高梅梅,吴智铭. 一种基于 TWF-net 的扩展时间工作流模型及其应用[J]. 计算机研究与发展, 2003, 4(4): 524-530.
- [12] Girard J Y. Linear logic [J]. Theoretical Computer Science, 1987, 50(1): 1-102.

Cost Analysis on Workflow with Uncertain Time Based on Petri Net

NI Xia-jing, LI Ren-wang, WANG Yun, CHEN Kun-chang; MO Can-lin

(School of Machinery and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To realize the cost control of Petri net of workflow with uncertain time, this paper comprehensively describes uncertain time information by establishing Petri net of fuzzy time according to fuzzy theory based on prototype Petri net; expands Petri net of fuzzy time while considering the specific operation of workflow, sets the price function defined on transition set and thus puts forward the Petri net of price with uncertain time; then defines the simplification rule and algorithm of this net and perform this process through example.

Key words: fuzzy time; linear logic; cost analysis

(责任编辑: 陈和榜)