

计算科学与工程学科视角下的计算方法课程教学改革

陈瑞林,徐定华

(浙江理工大学理学院,杭州 310018)

摘 要: 在综述计算科学与工程学科的内涵及其特点的基础上,分析计算方法课程教学改革的必要性和紧迫性,提出该课程教学改革的理念与思路,并对计算方法课程的教学改革进行了整体设计。瞄准学生数学素质、科学素养、工程素养与计算能力培养,提出了“融合背景、剖析思想、多维表达、多层训练”的教学模式。

关键词: 计算方法;教学改革;教学内容;教学方法;教学模式

中图分类号: G642 **文献标识码:** A

0 引 言

计算科学与工程学科 (computational science and engineering) 是一门多学科交叉、快速发展起来的学科,得到了科学界、工程界、教育界的认可和重视。计算科学与工程学科的研究重点在于建立合理的数学模型,研制数学模型的求解方法,以解决科学与工程领域中的实际问题^[1-2]。计算科学与工程学科涵盖从应用领域提出问题直到计算结果所需的相关专业知识,如数学建模、数值分析、算法研制、软件编制、程序运行与分析、计算结果的可视化等,所有这些知识与自然科学、工程技术、应用数学、计算机科学密切相关。

由于计算的功率可通过计算工具的能力与计算方法的效率的乘积来衡量,而计算科学与工程学科的核心是计算方法,因此构造好的计算方法与研制高性能计算机、高性能软件同样重要,甚至更加重要。许多科学与工程计算问题往往有如下特点^[3]: 高维数、多尺度、非线性、不适定、长时间、奇异性、复杂区域、高度病态,不仅计算规模大,而且要求精度高,所以光有高性能计算机并不能解决这些问题,拥有高性能的计算方法、高性能软件才能促进这些问题的解决,才表明计算水平高。

从计算科学与工程学科角度看,计算方法课程是该学科和相关工程技术领域的核心课程之一。计算方法是利用计算机及其软件研究并解决科学与工程问题的近似解数值方法,计算方法课程是一门与计算机应用密切结合的实用性很强的数学课程。作为一门大多理工科专业学生需修读的课程,学生通过对本课程的学习,要掌握常用的数值方法及其相关理论,培养应用计算机从事科学与工程计算的能力,并为进一步学习和解决科学与工程中的实际问题打下良好的基础。

1 计算方法课程教学改革的必要性与紧迫性

计算方法课程作为掌握计算科学与工程学科的重要知识领域,理应受到高度重视。然而由于传统教学中存在的缺陷和课程教学时数的限制,该课程并没有得到师生的广泛重视,教学效果并不理想。

1.1 课程内容抽象、计算复杂,教师难教

计算方法课程教学质量不理想,学生反映学习效果不佳。究其原因,教师在教学理念、教学内容、教学方法等方面都存在明显不足。

教师教学理念上偏重算法理论分析,轻视学生

的算法设计思维训练和算法实现的训练。任课老师大多毕业于数学类专业或相近专业,他们擅长数学理论与方法的推导,强调理论的严密性和算法的理论分析。由于他们自身往往缺乏对应用背景的了解,算法实现与数值模拟的能力不强,因此,很少甚至不能灵活应用贴近科技、工程、生活中的实例开展教学,不利于学生的算法设计思想训练,不利于提高学生的算法实现与应用能力。

教学内容设计上强调理论的完整性,轻视应用问题的兴趣激发和巧妙的算法设计的训练。当前大多数计算方法课程教材理论部分比重偏大,实用性和实验性部分的比重偏小,缺少科学与工程技术中应用问题的介绍。有些教材配有一些用 Matlab、Mathmatica 或 C 语言编写的程序,也有部分应用的介绍,但也只是蜻蜓点水,缺少与科学、工程、技术中问题贴切的案例。教师讲课往往囿于教材,不善于激发学生灵活分析算法、选择算法。这些都直接影响了学生的学习兴趣,学生学完了计算方法后不会分析算法的优劣,不知道如何选择算法运用于科学或工程计算问题,不知道如何改善算法。

教学方式上主要还是照本宣科,轻视学生的算法综合训练。当前讲授计算方法课程的教师授课时主要以讲授方式为主,学生处于被动状态。教师没有很好设计学生的算法综合训练内容,如算法设计的思维训练、算法设计的演变训练、算法的编程实现、数值模拟训练等,这样让学生无法真正融入到所学内容中来,老师讲得辛苦,学生学得痛苦。

1.2 前导课程涉及面宽,学生难学

计算方法是数学的一个重要分支,高等数学、线性代数和微分方程是计算方法的基础。另一方面,计算方法不仅有其它数学学科的高度抽象性与严密科学性的特点,也具有应用的广泛性与数值实验的高度技术性的特点^[4],又会涉及到物理、化学、工程技术中的相关知识。因此,学生在学习这门课程时会遇到不少困难。

数学理论内容丰富,算法分析难。计算方法首先要求学生高等数学、线性代数、微分方程等课程具有扎实功底。计算方法课程一般安排在大学的高年级开设,学生学习这门课程时,前面所学数学知识有相当部分都淡忘了。比如泰勒公式,其核心思想之一就是可以将非线性函数近似代之以一个线性函数,这在误差传递的推导、劈因子法求方程根的推

导、牛顿迭代公式的推导等均有体现。而泰勒公式是不少学生在学高等数学时比较头痛的地方,有些高等数学老师在讲到泰勒公式时,只是轻轻带过,学生对泰勒公式的学习也往往不够重视。计算方法着重研究求解问题的各种数值计算方法及其误差理论,包括算法的相容性、稳定性、收敛性及计算量等,这些问题是算法分析的主要内容,是教学中的难点。

应用背景广泛,理解工程技术问题难。计算方法是数学与科学技术之间的桥梁,在工程的众多领域如天气和气象预报、燃烧、核材料储存、交通工具的模拟、设计与控制、飞行器的设计、电子自动化设计、生物学、计算化学、材料学、生物工程学等都离不开计算方法。所以理工科学生,特别是计算科学与工程学科方面的学生,要学好计算方法并提高自己的解决实际问题能力,就要尽可能了解科学、技术、工程方面的知识,这些对初学计算方法的学生来说,无疑是个难点。

课程优质教学资源不足。适合理工科学生的计算方法教材和相关扩充性资料非常缺乏。当前的计算方法教材重点放在方法的描述、推导和理论的推导上,这些教材没有与科学计算、工程计算衔接好,缺少与科技、工程密切相关的案例,同样也缺乏适合计算科学与工程学科的辅助资料。与培养学生创新能力的目标相比,针对学生的算法综合训练的例题、习题、案例及其数字化资源,无论是数量上还是质量上,都不能满足需要。

综上分析,计算方法课程的教学改革确有必要。

2 计算方法课程教学改革的理念与思路

如何开展计算方法课程的教学改革,让学生系统地完整理解、掌握算法设计的理论、方法及其精髓,活学活用算法,体现计算方法课程的特色,提高其教学效果,笔者认为应树立如下理念。

2.1 注重落实学生知识、能力、素质协调发展的理念

理工科学生学习知识,目的是具有“纵横兼顾,融会贯通”的素养。这里“纵”指对知识掌握的深度,“横”指知识面的宽度和应用知识的能力。教师在讲授计算方法课程时既要让学生深度掌握知识要点,又要让学生拓宽知识面,提高应用知识的能力。学习知识是基础,是载体。要让学生通过学习知识培养他们获取知识的能力、运用知识的能力、创新知识

的能力,提高学生的数学素养、科学素养、工程素养和计算能力。在处理问题时很有可能会遇到困难甚至失败,因此还要引导学生培养耐心、毅力,提升自己的坚毅、抗压等品质。

2.2 重视算法设计思想的启发

研究计算方法的主要目标就是要为计算机提供理论可靠、实际可行、计算性能高的数值算法。因此,教师在讲解算法时既要讲述算法设计思想与算法形成过程,又要关注算法的误差分析(如收敛性、稳定性、计算量及所占内存等)。教师的教学艺术就是要透彻地向学生传授基本思想、基本方法和基本原理,使学生能够知其然,又知其所以然,从而让学生能够对算法的优劣进行比较,鼓励和启发学生建立新的算法,不局限于一些已有的、常用的典型算法,从而激发学生的创新思维。当然,要详尽地讲解计算方法中的所有理论是不现实的,因此要做到详略得当,主次分明,不能面面俱到。重要的、核心理论要详细透彻,而有些衍生性的理论、算法往往一带而过,留着学生自己研读、消化、吸收。如在讲到方程组数值求解的直接法时,可以主要讲解 LU 分解法,追赶法、改进平方根法则是 LU 分解法在特殊情况下的具体实现,可以让学生学习时举一反三、触类旁通,讲授时不宜平铺直叙、平均用墨。

2.3 加强学生算法设计训练与数值模拟实验

计算方法是一门实践性较强的课程,计算实验是其重要组成部分。针对每一个重要的问题,应让学生学会设计一系列不同算法,并通过编程实验进行数值模拟,在此基础上归纳算法的适用范围,在实验中发现新问题、解决新问题,在理论上进行误差分析和算法分析。比如在求方程根的近似值时,让学生设计至少三种算法,同时让学生上机实现这些算法,学生在实时计算中可能成功,也可能失败,正是在成败中增长见识,加深对算法的理解。比如在牛顿迭代法的实时计算过程中,学生发现,有的初值能求出根的近似值,有的初值却求不出近似值(运行结果显示为溢出),这促使学生分析算法的敛散性,认识到牛顿迭代法对初值的敏感,且具有局部收敛性,迫使学生进一步改善算法。

3 计算方法课程教学改革的举措与成效

要从根本上克服计算方法课程的难教、难学、优质资源不足等困惑,落实培养适合计算科学与工程学科发展的高素质人才的教学理念,着力培养学生

的数学素养、算法设计能力与数值模拟能力,必须对该课程进行教学改革。针对大学数学类课程的教学改革,笔者提出了“融合背景、剖析思想、多维表达、多层训练”为主要内容的 BIMM 教学模式(Background integration-Idea interpretation-Multidimensional description-Multilayer training)^[5-6]。这种教学模式运用于计算方法课程,发现该模式同样有效,并取得了理想的教学效果。

3.1 融合背景

计算方法课程的一个重要学习目标是让学生生活学活用算法。在解决科学计算、工程计算问题时,必须经历提出问题、建立数学模型、选择计算方法、进行程序设计、调试程序、结果表述等几个重要研究步骤。要特别强调任何一个数值算法都有其应用背景,通过对实际背景的介绍,既可以激发学生的求知欲,又可以启示学生为何要建立数值计算方法,如何引进数值方法。

例如针对科学与工程计算问题的高维数、多尺度、非线性、不适定、长时间、奇异性、复杂区域、高度病态等特征,就要克服计算规模大的困难,还要瞄准精度高的要求,启发学生关注科学与工程的背景,关注算法的优劣。

再如在讲解样条插值函数时,笔者特别指出飞机或轮船制造过程中的样条技术本质上是分段三次多项式拼合成的曲线,在拼接处,不仅函数是连续的,且一阶和二阶导数也是连续的,三次样条函数正是满足这些要求的最好的数学模型。再如在讲授最小二乘原理时联想到众多的科学与工程计算问题,如商品利润最大化问题、最小曲面问题、最优设计问题、控制问题等,并让学生查找资料总结归纳出更多的问题,尝试通过最小二乘算法去设计算法解决这些问题。

3.2 剖析思想

计算方法本身蕴涵着丰富的思想,如数学建模、连续问题离散化、非线性问题线性化、抽象问题形象化、算法比较寻优等数学思想。教师在讲授本课程时既要介绍基本内容,更要突出课程中包含的数学思想,努力使学生学习掌握知识的同时培养数学素养和解决实际问题的能力。

计算方法课程中有不少内容都是将一个连续问题离散化,比如数值积分、数值微分、微分方程数值解、积分方程数值解等,学生在学高等数学时所碰到的问题都是在连续框架下获得数学问题的精确解,

事实上,很多数学问题的解是没有具体的解析公式的或者解析式很复杂而难以直接采用,采用离散化方法既可以得到其近似解又可以用计算机进行数值计算,使数学成果能更快地用到科学技术中。

另一方面引导学生跳出经典数学理论的束缚。比如克莱姆法则给出了求解线性方程组的一个重要公式,但在具体应用时,对于高维线性方程组不实用,因为该方法的计算量随维数增大呈指数增长,计算量猛增。这样引导学生对经典算法的重新认识,激励学生学习高斯消去法、三角分解法、定常迭代法、非定常迭代法和各种最新算法。

3.3 多维表达

在讲授计算方法课程时,笔者尝试对同一个科学计算或工程计算问题采取不同的数值算法,对同一个重点算法采用多种表达形式描述问题的解。这样可以让学生体会算法的思想、设计思路、具体实施过程、适用范围、算法优劣等。

比如对数值积分,利用不同的插值公式可得到不同的数值积分公式,并由此设计代数加速算法。让学生举一反三,反复训练,学会以多维度的思路设计数值积分公式,而不是机械地死记套用数值积分公式。对于每一种重要算法,尝试对不同应用的领域都配以一定量的例子,让学生找出科学计算或工程计算问题,并写出算法,编出程序并运行。通过这种多维表达,学生容易掌握课程的核心内容。

再如常微分方程解的多维表达,尝试使用公式、数值、图形、动画控制等多媒体手段来实现。让学生直观地体会到解的可视化效果,进而加深对误差、计算量、算法收敛率的理解。

3.4 多层训练

学习计算方法课程时,学生接受全面训练对培养他们的数学思维、提高他们设计算法并应用算法解决实际问题的能力有着极为重要的作用。在教学中,首先可以进行第一层次的训练——算法设计与分析训练,让学生进行算法设计训练和误差分析训练,这样有利于提升学生的数学素养。其次进行第二层次的训练——计算机模拟训练,让学生写出算法、编出程序,这样有利于提升学生的计算机应用水

平。再次进行第三层次的训练——建模与求解训练,找出一些工程应用或科学计算的相关问题,让学生进行数学建模,并参与到一些课题当中来,让他们体会到数学在解决实际问题中的巨大作用。

根据计算方法课程的教学改革设计方案,按照“融合背景、剖析思想、多维表达、多层训练”为主要内容的教学模式,笔者进行了一系列的改革与实践,提高了修课学生的数学素养、数学建模能力和解决实际问题能力。部分学生参加了科研项目的讨论,既了解了应用领域的相关背景,又体悟到数值计算方法的广泛用途,大大提高了他们的计算机应用水平和科研能力。学生参加数学建模竞赛获奖人数增多了,获奖级别提高了,考取计算科学与工程硕士研究生人数也增多了,这都表明了课程教学改革取得了显著成效。

立足计算科学与工程学科发展和数学课程教学实践,提出了计算方法课程的教学改革思路 and 教学模式,以促进知识、能力、素质协调发展,达到“活学活用数学”的目的。笔者提出的改革思路 and 教学模式对数学类课程教学改革也具有一定参考价值。

参考文献:

- [1] SIAM Working Group on CSE Education. Graduate education in computational science and engineering [J]. SIAM Review, 2001, 43(1): 163-177.
- [2] 徐定华, 黄安民, 刘乐平. 计算科学与工程本科及研究生教育的思考与实践[J]. 工科数学, 2002, 18(6): 67-69.
- [3] 余德浩. 计算数学与科学与工程计算及其在中国的若干发展[J]. 数学进展, 2002, 31(1): 1-6.
- [4] 陈延梅, 张池平, 李道华. 大学工科数学计算方法之探讨[J]. 大学数学, 2005, 21(2): 29-31.
- [5] 徐定华, 葛美宝. 论微分方程课程的教学设计[J]. 大学数学, 2010, 26(3): 1-5.
- [6] 徐定华. 应用型人才培养模式下的大学数学课程教学改革[C]//大学数学课程报告论坛组委会. 大学数学课程报告论坛 2009 论文集, 北京: 高等教育出版社, 2010: 77-82.

Teaching Reform of Computational Methods Course from the Perspective of Computational Science and Engineering

CHEN Rui-lin, XU Ding-hua

(Department of Mathematics, School of Sciences, Zhejiang Sci-Tech University,
Hangzhou 310018, China)

Abstract: In this paper, the necessity and urgency of teaching reform for the computational methods course is emphasized based on the review of connotative definition and characteristics of computational science and engineering. The teaching reform idea for the course is proposed. The outline of teaching reform for the course is designed in detail. Aiming to improve the mathematical, scientific, engineering, and computing capabilities of students, a teaching model involving background integration, idea interpretation, multidimensional description, and multilayer training is proposed.

Key words: Computational methods; Teaching reform; Teaching content; Teaching methods; Teaching model

(责任编辑: 马春晓)