

# 基于有限元法的表面疲劳裂纹扩展模拟

徐 杰, 周 迅, 陈文华, 李维国

(浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018)

**摘要:** 基于有限元法模拟了受远场拉伸和弯曲载荷有限厚度平板的表面疲劳裂纹扩展。裂纹体网格由等参数奇异单元构成, 裂纹体和非裂纹体之间采用多点约束连接不匹配的节点; 采用 1/4 节点位移法计算应力强度因子, 根据 Paris 公式计算裂纹扩展增量, 三次样条插值函数描述裂纹前沿; 自编软件实时跟踪裂纹扩展。计算得到的应力强度因子与 Newman 和 Raju 的经验公式结果比较, 符合良好。

**关键词:** 应力强度因子; 表面裂纹; 疲劳裂纹扩展; 数值模拟; 有限元分析

中图分类号: TG113

文献标识码: A

## 0 引言

机械零件由于焊接缺陷以及表面加工划痕等原因容易产生表面裂纹, 尤其常见于船舶焊接结构件、压力容器、管路系统等。表面裂纹在疲劳载荷下的扩展以及最后引起的结构失稳断裂会造成巨大的损失。因此, 近十年间, 研究表面疲劳裂纹的扩展机理以及模拟疲劳裂纹的扩展一直是国内外十分热门的课题。

受到远场拉伸、弯曲或组合载荷的有限厚度平板表面裂纹被认为是众多表面裂纹的代表。由于裂纹前沿复杂的应力应变状态, 采用力学分析难以获得精确的解析解, Newman 和 Raju<sup>[1]</sup>分析了大量实验数据, 推导了计算应力强度因子的工程经验公式。对于复杂结构, 目前裂纹前沿的应力强度因子大多采用数值方法求解, 其中尤其以 Lin X B 和 Smith R A<sup>[2]</sup>的研究为代表。本文采用 1/4 节点位移法计算应力强度因子(stress intensity factor, SIF), 三次样条插值函数描述裂纹前沿, 自编软件实时跟踪裂纹扩展。

采用有限元方法模拟平板表面裂纹的扩展过程

涉及三个问题: 裂纹体有限元模型的建立; 应力强度因子的计算; 裂纹前沿几何形状的描述。

## 1 有限元模型的建立

为了使自动生成有限元网格更加方便, 把含裂纹的三维平板分成两块: 裂纹块和非裂纹块, 如图 1 所示。非裂纹块为平板的主体, 而且为了简化计算, 在整个分析过程中网格保持不变。裂纹随着扩展不断变大, 所以每步的裂纹块网格需要重新划分, 本文自编软件实现网格的划分。

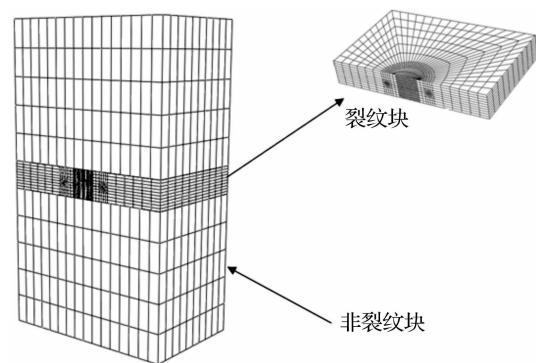


图 1 平板裂纹的有限元网格

载荷及边界条件均施加在非裂纹块上。非裂纹块采用8节点六面体等参单元,网格划分相对粗糙。裂纹块由两种3D网格组成,20节点块单元以及15节点奇异单元,并且采用子结构方法,裂纹前沿的子结构网格模型如图2所示。由于裂纹块的网格需随着裂纹扩展重新划分,可能出现裂纹块和非裂纹块连接时单元节点不匹配现象,不匹配的节点将导致应力、位移等物理量在网格中传递中断。本文采用多点约束法(multi-point constrain,MPC)解决这个问题,原理是通过约束方程,把没有合并的裂纹块顶部表面节点约束在非裂纹块底部表面。

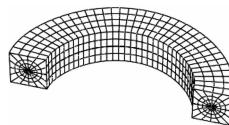


图2 裂纹前沿网格模型

## 2 应力强度因子的计算

利用Paris公式求解裂纹扩展增量时,SIF的计算是关键。计算应力强度因子可以采用许多方法,比如积分变换法、权函数法、体积力法、边界单元法以及有限元法。由于具有多用途和通用性的特点,对于复杂的裂纹形状普遍采用有限元方法进行计算。

### 2.1 1/4节点位移法

对于受远场拉伸或弯曲载荷含中心裂纹的无限大板,根据线弹性断裂力学,其裂纹尖端的应力可由下式计算:

$$\sigma = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta) \quad (1)$$

式(1)中,  $\sigma$  为应力;  $K_I$  为应力强度因子;  $r$  为距离裂纹尖端的极半径;  $f(\theta)$  为裂纹尖端极角的函数。当  $r \rightarrow 0$  时,  $\sigma \rightarrow \infty$ , 即裂纹尖端应力出现奇异性。

Henshell 和 Shaw<sup>[3]</sup> 及 Barsoum<sup>[4]</sup> 证明了通过移动单元边中点到1/4节点位置,能够得到20节点等参单元角节点上理论的  $1/\sqrt{r}$  应变、应力奇异性,如图3所示。根据1/4节点处的位移,就可以估算裂纹尖端的应力强度因子  $K$ ,即:

$$K = \frac{2G}{\kappa + 1} \sqrt{\frac{2\pi}{r_{1/4}}} u_{1/4} \quad (2)$$

式(2)中,  $G = E/[2(1+\nu)]$  为剪切模量;  $\kappa$  为膨胀模量: 对于平面应力问题,  $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$ , 对于平面应变问题,  $\kappa = 3 - 4\nu$ ;  $r_{1/4}$  为1/4节点至裂纹尖端的距离;  $u_{1/4}$  为1/4节点至裂纹平面的距离。

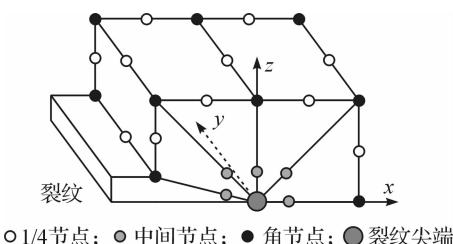


图3 1/4节点位移法网格模型

### 2.2 Newman 和 Raju 经验公式

对于受远场拉伸、弯曲或者组合载荷的有限厚度平板如图4所示,假设初始表面裂纹为半椭圆, Newman 和 Raju 计算 SIF 的公式具有以下形式:

$$K_I = (\sigma_l + H\sigma_b) \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} F\left(\frac{a}{t}, \frac{a}{c}, \frac{c}{b}, \phi\right) \quad (3)$$

式(3)中,  $\sigma_l$  为拉伸正应力;  $\sigma_b$  为弯曲应力;  $H$  为裂纹深度比  $a/t$ , 纵横比  $a/c$  以及参数角  $\phi$  的函数;  $Q$  为纵横比  $a/c$  的函数。

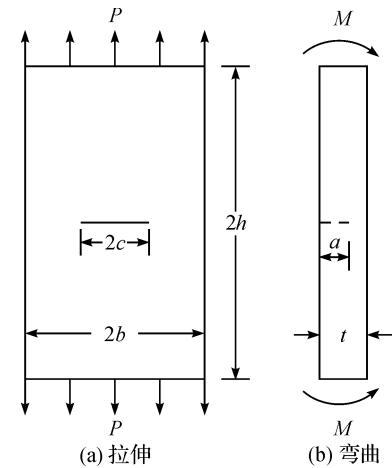


图4 受弯曲或拉伸载荷含裂纹平板

### 2.3 应力强度因子结果分析

对于含初始纵横比( $a/c=0.5$ )的椭圆片状裂纹的平板,受到远场拉伸以及弯曲载荷的作用,自编软件计算得到的 SIF 和 Newman 与 Raju 的经验值比较见图5及图6。从图中可以看出,随着裂纹的扩展,裂纹前沿 SIF 的分布出现较大变化,采用本文数值方法计算得到的 SIF 和工程经验值符合良好。与工程经验值比较,最大误差发生于平板表面节点,当  $a/c=0.9$  时误差达 10.3%,这是由于该数值方法考虑了平板表面平面应力的影响。

## 3 裂纹前沿几何形状的描述

裂纹扩展过程中裂纹前沿形状的变化一直是疲劳裂纹扩展研究的难题。从断口形貌<sup>[5]</sup>来看,裂纹在疲劳扩展过程中比较光滑,而且近似保持形状相

似, Newman 和 Raju<sup>[6]</sup>根据大量的实验提出了半椭圆形的形状假设。然而对于一些复杂构件中的裂纹, 裂纹形状不断变化, 没有大量的实验很难假定裂纹扩展的形状。

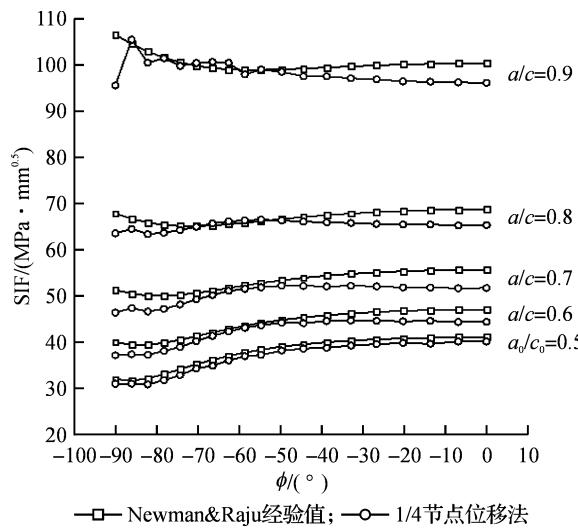


图 5 拉伸载荷下裂纹前沿的 SIF 分布

$1/4$  节点位移法计算得到应力强度因子以后, 根据 Paris 公式可以求得各个节点处的裂纹扩展增量, 实际模拟过程中设定最大裂纹扩展增量  $\Delta a_{\max} = t/200$ , 此时可以获得足够的计算精度<sup>[7]</sup>。本文采用三次样条拟合裂纹前沿, 不仅使每次扩展后得到的 SIF 与经验值符合良好, 而且得到的裂纹扩展条纹光滑, 可以实现裂纹扩展的实时跟踪。从裂纹扩展条纹图看, 与 Lin X B 和 Smith R A<sup>[8]</sup> 模拟的结果对比, 如图 7 所示, 符合良好。

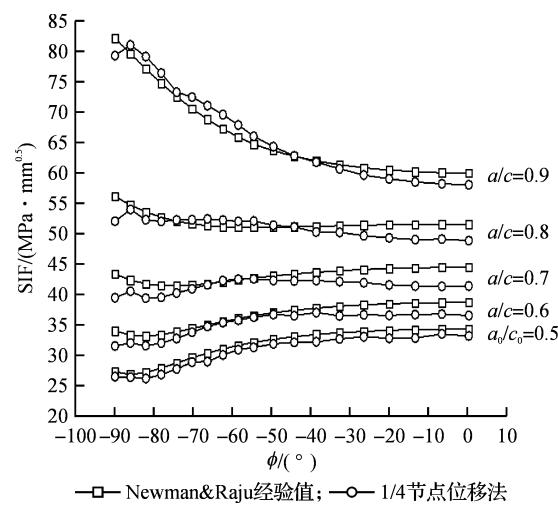


图 6 弯曲载荷下裂纹前沿的 SIF 分布

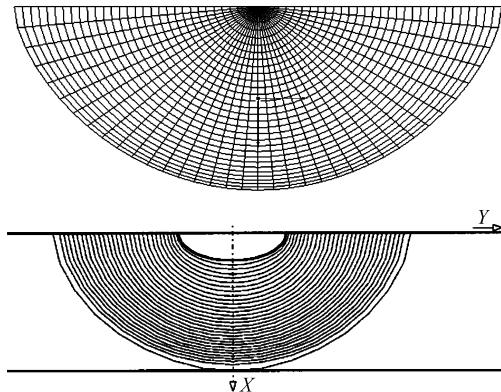


图 7 疲劳裂纹扩展模拟条纹对比

#### 4 自编软件模拟裂纹扩展实现框图

自编软件模拟表面疲劳裂纹扩展, 实现框图见图 8。

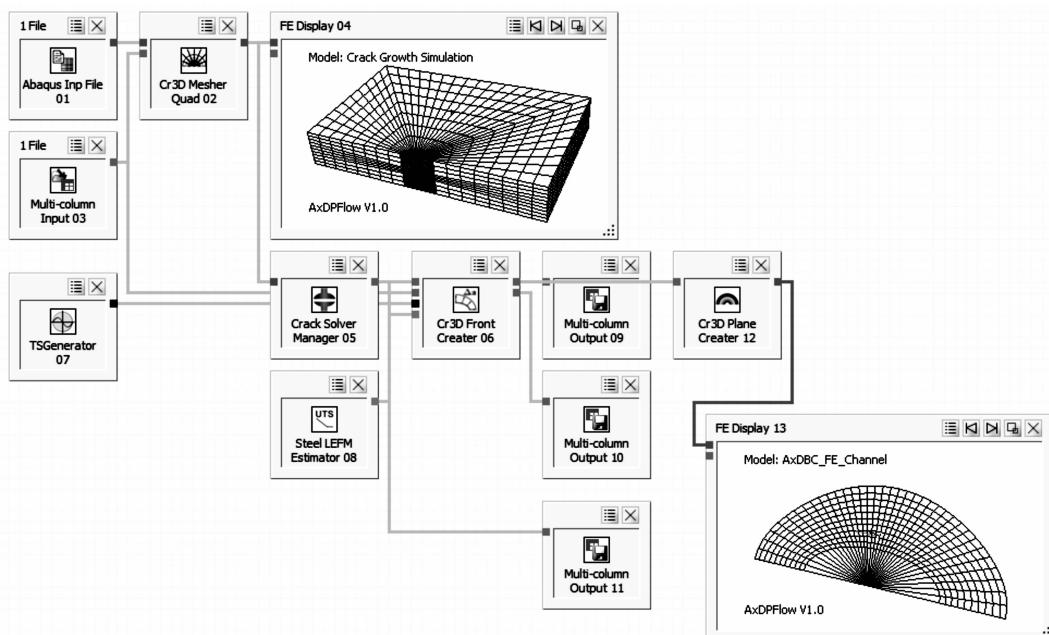


图 8 自编软件模拟裂纹扩展实现框图

把裂纹块的3D模型和裂纹前沿曲线输入Cr3D Mesher模块自动划分裂纹块网格。将划分好的裂纹块有限元模型输入Crack Solver Manager模块,此模块调用ABAQUS求解器求解,输出裂纹前沿节点的坐标及位移。根据裂纹前沿节点的位移及平板的材料参数,Cr 3D Front Creator模块计算出裂纹前沿各节点的SIF,基于Paris公式,求得裂纹扩展增量,并输出新的裂纹前沿。将新输出的裂纹前沿文件覆盖前一步的裂纹前沿文件,循环计算,即可实现疲劳裂纹扩展的实时跟踪。

## 5 结语

采用有限元法模拟了平板表面疲劳裂纹的扩展,利用1/4节点位移法计算得到的应力强度因子与Newman和Raju的经验值符合良好,采用三次样条曲线拟合裂纹前沿,自编软件实现了表面疲劳裂纹扩展的实时跟踪,模拟得到的裂纹扩展条纹图与Lin X B和Smith R A的结论相符。

## 参考文献:

[1] Newman Jr J C, Raju I S. An empirical stress intensity

factor equation for the surface crack[J]. Engng Fracture Mech, 1981, 15(1): 185-192.

- [2] Lin X B, Smith R A. Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates-part I: the numerical technique[J]. Engng Fracture Mech, 1999, 63(5): 503-522.
- [3] Henshell R D, Shaw K G. Crack tip finite elements are unnecessary[J]. Int J Numer Meth Engng, 1975, 9(3): 495-507.
- [4] Barsoum R S. On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics[J]. Int J Numer Meth Engng, 1976, 10(1): 25-37.
- [5] 钟群鹏,赵子华.断口学[M].北京:高等教育出版社,2006.
- [6] Newman Jr J C, Raju I S. Analyses of surface cracks in finite plates under tension or bending loads[J]. NASA Technical Paper, 1979, 1578: 45.
- [7] 吴志学.表面裂纹疲劳扩展的数值模拟:II[J].应用力学学报,2007,3(1): 42-47.
- [8] Lin X B, Smith R A. Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates-part II: crack shape change[J]. Engng Fracture Mech, 1999, 63(5): 523-540.

# Simulation of Fatigue Crack Growth of Surface Cracked Plates by Finite Element Method

XU Jie, ZHOU Xun, CHEN Wen-hua, LI Wei-guo

(School of Machinery and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** Fatigue crack growth of surface crack in plates under remote tension and bending load is simulated by finite element method. The cracked part is meshed by isoparametric 20-node singular element. Multi-point constrain(MPC) is used to connect unmatched nodes between the cracked part and un-cracked part. Stress intesity factor(SIF) is caculated by 1/4-point displacement method in this paper and the crack growth increment is caculated by Paris law. A new crack front is described using a cubic spline. The crack growth is followed by procedure step by step. A good agreement is obtained between Newman and Raju's empirical SIF and present numerical SIF.

**Key words:** stress intesity factor; surface crack; fatigue crack growth; numerical simulation; finite element analysis

(责任编辑:杨元兆)